
黃靖妤、邱國力（2025）。

以眼球追蹤技術探討數學焦慮與閱讀解題範例歷程之關聯—以微分為例。

臺灣數學教育期刊，12（1），39–70。

[https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12\(1\).002](https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12(1).002)

以眼球追蹤技術探討數學焦慮與閱讀解題範例歷程 之關聯—以微分為例

黃靖妤¹ 邱國力²

¹ 國立臺灣師範大學資訊教育研究所

² 國立臺灣師範大學學習科學學士學位學程

本研究之目的，在於使用眼球追蹤技術來探討學生的數學焦慮與其閱讀微分範例（worked example）歷程之間的關係。本研究以 60 位曾修過微積分的大學生作為研究對象，在研究的過程中，每位學生先填寫中文版數學焦慮量表（MARS-R）以及完成微分前測試題，接著透過電腦螢幕閱讀微分的解題範例，最後再進行微分後測；在學生閱讀微分範例的過程中，本研究使用 Tobii Fusion 250 眼動儀全程記錄其眼球凝視的歷程。研究結果發現，在閱讀完微分範例之後，高、低焦慮組學生的學習成效並沒有顯著差異。此外，學生的數學焦慮程度與閱讀微分範例之特定的公式內容和解題過程之總凝視時間、總凝視次數和平均凝視時間具有顯著的相關性。共變異數分析（ANCOVA）的結果則進一步指出，高數學焦慮的學生在閱讀某些微分範例的公式和解題過程時，會展現較長的平均凝視時間，甚者，針對特定的範例內容，參與者的數學焦慮程度和其前測成績有顯著的交互作用，且僅有當參與者的前測成績較低的狀況下，高數學焦慮者閱讀範例的總凝視時間和次數，才會顯著高於低數學焦慮者。

關鍵字：範例、眼球追蹤、數學焦慮

通訊作者：邱國力，e-mail：glchiou@ntnu.edu.tw

收稿：2024 年 5 月 1 日；

接受刊登：2025 年 1 月 10 日。

Huang, J. Y., & Chiou, G. L. (2025).

Exploring the relationships between mathematics anxiety and the process of reading differentiation worked examples: An eye-tracking study.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 12(1), 39–70.

[https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12\(1\).002](https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12(1).002)

Exploring the Relationships Between Mathematics Anxiety and the Process of Reading Differentiation Worked Examples: An Eye-tracking Study

Jing-Yu Huang¹ Guo-Li Chiou²

¹ Graduate Institute of Information and Computer Education, National Taiwan Normal University

² Program of Learning Sciences, National Taiwan Normal University

This study aimed to explore the relationships between students' mathematics anxiety and their visual behaviors while reading worked examples of differentiation by using eye-tracking technologies. The participants of this study were 60 undergraduate students who had taken required calculus courses before participating. As for the data collection procedure, the participants first completed the Chinese version of the Mathematics Anxiety Rating Scale-Revised (MARS-R) and a pretest on basic differentiation formulas. Next, they read three worked examples of basic differentiation formulas on a computer monitor, and the Tobii Fusion 250 eye-tracker was used to record their eye movements throughout their reading processes. Afterward, the participants took a post-test to assess their learning outcomes. The results show that after reading the worked examples, the high-mathematics-anxiety and low-mathematics-anxiety groups had no significant difference in the post-test scores. In addition, while reading specific content of the worked examples, the participants' mathematics anxiety was significantly correlated with their visual behaviors when reading the worked examples. Moreover, the results of ANCOVA show that the participants with a higher level of mathematics anxiety were more likely to pay more visual attention to some regions of the worked examples than those with a lower level of mathematics anxiety. However, the extent to which the levels of mathematics anxiety correlate with their visual behaviors while reading the worked examples might vary with their pretest scores. Only when the participants' pretest scores were at the lower level were the total fixation duration and total fixation counts significantly higher for those with higher mathematics anxiety than for those with lower mathematics anxiety.

Keyword: worked example, eye-tracking, mathematics anxiety

Corresponding author : Guo-Li Chiou , e-mail : glchiou@ntnu.edu.tw

Received : 1 May 2024;

Accepted : 10 January 2025.

壹、緒論

根據 2022 年經濟合作暨發展組織（Organization for Economic Cooperation and Development [OECD]）所公布的「國際學生能力評估計畫」（Programme for International Student Assessment [PISA]）結果，臺灣學生的數學素養成績在 81 個國家中名列第 3，然而，該計畫的結果也指出，臺灣學生的數學焦慮程度遠超過 OECD 所有國家的平均值，顯示在高數學成績的背後，台灣學生可能覺得數學艱澀難懂、擔心數學成績不佳，並在解數學題目時感到緊張且害怕犯錯（林柏寬，2023；OECD, 2023）。有學者指出（Dowker et al., 2016; Tan & Yates, 2011），臺灣長久以來的考試文化，導致學生有較高的數學焦慮（mathematics anxiety），而學生的數學焦慮可能會影響其數學的學習；也因此，瞭解數學焦慮如何影響學生學習，可能是協助學生改善其數學學習方式、降低其數學焦慮的重要關鍵。

教育部統計處（2024）**大專校院學生數**的統計資料顯示，商業及管理、工程與醫藥衛生為學生人數前三多的學門（如附錄之附表 1），且微積分為此三大學門常見的必修課。然而，許多學者（黃冠仁、陳福祥，2006；Miller, 2010）也指出，多數大學生不覺得微積分是自己擅長的科目，且在學習微積分時經常遇到困難，導致其對微積分產生焦慮與排斥；換言之，儘管學生願意投入時間學習微積分，他們對於微積分仍感到焦慮（Huang, 2011）。因此，瞭解學生對於微積分的焦慮感，以及學生的數學焦慮狀況和微積分學習的關聯，是一個值得探討的問題。

先前針對數學焦慮所進行的研究，多是針對數學焦慮與數學解題（mathematics problem solving）的關係進行探討，例如：數學焦慮和算術（Aschraft & Kirk, 2001; Ramirez et al., 2016）、數學推理（Cuder et al., 2023）的關聯，但較少聚焦在數學焦慮與數學學習歷程的關聯，因此較難瞭解學生如何透過數學文本學習數學。然而，倘若數學焦慮是持續且穩定的狀態（Ching et al., 2021; Cipora et al., 2015），則此焦慮狀態可能在學生學習數學的歷程中持續影響其學習方式。也因此，本研究主張，若要探討數學焦慮對數學學習的影響，也應從學生學習數學的歷程著手，才能深入瞭解其間的關聯，以協助對數學感到焦慮的學生進行更有效的學習。

在學習數學的過程中，教科書的範例（worked example）常是學生用來學習解題的重要學習資源。多數學生在學習新的數學概念初期，會研讀範例所提供的解題步驟來瞭解類似題型的解題方法，隨後再依據範例建議的步驟來自行練習解題。有鑑於範例在學習數學解題的過程中扮演重要的角色，本研究將針對學生閱讀範例的過程進行探討，以瞭解數學焦慮和閱讀數學範例之間的關聯。

近年來，越來越多研究者使用眼球追蹤技術來探討學習者在學習過程中的眼球移動狀況，以分析與推論其處理圖文訊息時所涉及的認知歷程（吳昭容，2019；陳學志等人，2010；Knoblich et al., 2001; Perugini & Banse, 2007）。本研究也將利用眼球追蹤技術的特性，藉由

分析學生在閱讀數學範例時的視覺行為歷程與視覺注意力分布狀況，深入探討學生的數學焦慮和閱讀數學範例之間的關係。

貳、文獻探討

一、數學焦慮 (mathematics anxiety)

(一) 數學焦慮與數學學習

數學焦慮是指對數學相關的刺激和情境感到恐懼和擔憂的狀態，且這些感受狀態會影響個體在日常生活和學術情境中處理數學問題的方式和對應的數學表現 (Durette, 2009; Richardson & Suinn, 1972; Sevindir et al., 2014)。Baloğlu 與 Koçak (2006) 認為，焦慮是數學領域最關鍵的情緒問題之一，Skemp (1987/1995) 則指出，焦慮會提高理解數學的困難度，學生愈焦慮，就愈不可能鼓起勇氣去嘗試理解或持續學習，此導致學生的焦慮感加劇，進而形成一個惡性循環。相關研究也指出，焦慮確實和數學學習有顯著的關聯，例如，Kargar 等人 (2010) 曾探討大學生數學焦慮、數學態度 (mathematical attitude) 和數學思考 (mathematical thinking) 之間的關係，該研究結果發現，數學思考與數學焦慮之間存在中度負相關，數學焦慮程度較高的人在數學思考的得分往往較低，且有較消極的學習態度。

雖然許多研究都已確認學生的數學焦慮程度與其數學學習成績之間，有顯著的負相關，但究竟數學焦慮如何影響學生的數學學習，仍是許多學者關注的議題。根據注意力控制理論 (attentional control theory [ACT]; Eysenck et al., 2007)，焦慮會降低訊息處理的效率 (efficiency)，此因焦慮感會削減工作記憶 (working memory) 之中央執行 (central executive) 系統的控制能力，讓個體較難執行注意力抑制 (inhibition) 的功能，使其較容易因與任務無關的外在刺激 (external stimuli)、或自身的擔憂所引發的內在刺激 (internal stimuli) 而分心，從而降低其處理訊息的效率，進而影響其認知表現。

個體在進行數學運算時，需仰賴工作記憶的運作，而根據注意力控制理論 (Eysenck et al., 2007)，焦慮會削減工作記憶的效率，故數學焦慮可能對學生的數學解題或學習過程造成關鍵的影響 (Ashcraft & Krause, 2007)。Ashcraft 與 Kirk (2001) 強調，數學的解題的歷程與工作記憶有密切的關連，解題歷程所涉及的提取既有公式、計畫解題步驟、執行運算過程，都需仰賴工作記憶的運作，而數學焦慮會佔據工作記憶的資源，使個體無法專注於當前的解題任務，導致其解題的速率變慢、降低其解題的正確率；而在數學學習的過程中，數學焦慮也可能對數學學習造成影響，即個體的焦慮會限制其可使用的工作記憶容量，從而降低其理解數學學習內容的效率。Li 等人 (2023) 的研究結果發現，在進行數學解題時，數學焦慮程度較高的學生更容易因為與解題無關的圖樣而分心，顯示焦慮會影響工作記憶的運作，讓學生較難抑制自己不去注意外在的干擾因素，導致其解題速率較慢、答對率較低。

學生對於數學產生的焦慮感也可能導致其對數學的迴避（avoidance）（Beilock et al., 2010; Hendel & Davis, 1978），因為學生迴避練習數學題目，以及認為自己無法學好數學，阻礙了他們的數學學習，因而無法精熟相關的數學概念（魏麗敏，1996；Ashcraft, 2002; Durette, 2009）。許多研究指出數學焦慮與數學成就呈顯著負相關，例如，Zhang 等人（2019）針對 2000 年至 2019 年探討數學焦慮與數學成績之間關係的研究進行後設分析，結果指出，數學焦慮與數學成就之間確實有顯著的負相關，特別是以亞洲學生為受試者的研究，兩者展現出更高強度的負相關。Barroso 等人（2021）也曾針對 1992 至 2018 年間以數學焦慮為主題所發表的論文進行後設分析，分析的結果發現，學生的數學焦慮和數學成績之間確有低度到中度的顯著負相關，並且，此關係存在於各學習階段的學生。下文中，我們將針對大學生的數學焦慮與學習狀況進行更深入的介紹。

（二）大學生的數學焦慮

大學階段的學生，也普遍對數學感到焦慮（Betz, 1978; Khasawneh et al., 2021; Richardson & Suinn, 1972）。Betz（1978）曾針對大學生數學焦慮的盛行率和強度進行調查，研究結果指出，即使是理工科系學生，也有超過一半的學生對數學考試感到焦慮，且有約四分之一的學生對數學感到緊張和困惑；而高中數學基礎越差的學生也越容易產生數學焦慮，有約一半的學生認為數學讓他們感到緊張和困惑。許多研究也指出（Hendel & Davis, 1978; Kadry & El Shalkamy, 2012），大學生在學習微積分時，經常會出現數學焦慮。Huang（2011）曾調查臺灣工科大學生對微積分的態度，研究結果發現臺灣大學生對於學習微積分雖有高度的動機，卻也有高度焦慮的現象，即使學生願意修習微積分的課程，卻也擔心無法獲得理想的成績；Huang 認為，臺灣的考試文化可能是引發學生高度數學焦慮的主因。

針對學生在學習微積分時所感受到的數學焦慮，Estonanto 與 Dio（2019）曾對 69 位進行調查研究，該研究發現，幾乎所有參與研究的學生都具有中度到高度的數學焦慮，而導致他們感到數學焦慮的因素包含微積分的概念過於抽象（41 位）、教師的因素（如教學風格、教師的態度，39 位）及認為自己的理解與分析能力不佳（37 位）。其中，針對微積分的抽象概念部分，多數學生指出自己很難掌握微積分公式的來源，因而對於微積分感到懼怕；並且，有學生提到，如何將新的學習主題與先前的課程內容進行銜接，並選取適當的公式來解題，非常困難。換言之，學生可能是在學習微積分的過程中遭遇困難，導致其無法充分理解微積分的基礎概念和公式、無法運用所學的微積分知識來成功解題，因而產生高度的數學焦慮。

二、學習微積分的困難

在許多學者指出，當學生在學習數學的過程中遭遇困難時，他們不會想去理解所學的內容，而是透過背誦公式和範例的解題步驟，來解決數學問題（Lithner, 2004; Schoenfeld, 2016; Tall, 1993）。在這樣的情況下，即使學生能藉由背誦而成功解題，他們對於對應的數

學定理和概念還是缺乏充分的理解，也未能覺察自己對於相關的學習內容可能持有迷思概念（Gruenwald & Klymchuk, 2003）；而學生既有的迷思概念，可能進一步導致其對未來要學習的數學內容產生誤解（劉湘川等人，2010）。

已有許多研究探討大學生在學習微積分時可能出現的困難或迷思概念，例如，魏傳昇（2018）曾以「微分的應用」為主題，分析出學生所持有的四種迷思：（1）忽略未知數的次方為平方時，其解可為負值；（2）混淆臨界點與反曲點的定義；（3）誤以為零的負次方亦為零；（4）誤解乘積法則，包含誤用連鎖律（chain rule）及誤用乘法對加法的分配律（distribution law）。此外，劉湘川等人（2010）也曾分析大學生對於微分基本公式的錯誤概念，其研究結果歸納出三種常見的錯誤類型：（1）迷思，包含錯用冪分配（如誤認為 $(f(g(x)))' = f'(g'(x)))$ ）、受加法律或乘法律影響導致公式使用錯誤等（如誤認為 $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$ ）；（2）迷失，包含錯誤地進行結合運算（如誤認為 $(x+1)' = x + (1)' = x$ ）、忽略對稱性或交錯性（如誤認為 $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x) + g'(x)$ ）、忽略必然性（如誤認為 $(f(g(x)))' = f'(g'(x))$ ，左式有 f 的元素在微分內，但是右式微分內只有 g ）；（3）錯置，包含失序（或流程不完全）、順序錯誤、公式混搭。根據上述的研究成果，本研究將針對乘積法則、連鎖律與除法法則三個公式，設計對應的微分範例，以探討學生閱讀微分範例的歷程與其數學焦慮之間的關係。

三、數學範例

在數學領域，範例係指針對特定的數學問題，闡明該問題的情境，並提供對應的解題步驟與最終的解答等訊息。涂金堂（2011）認為，閱讀範例可以降低學生學習數學解題時的工作記憶負荷，可用來做為協助學生學習數學解題的鷹架。範例被廣泛用於不同的學科，特別是在數學、科學、技術和工程（Science, Technology, Engineering, and Mathematics，簡稱 STEM）領域的課堂上，多數教師會使用範例來引導學生學習解題的歷程（Miller, 2010），而學生在課後，也經常會閱讀相關的範例來進一步學習如何解決特定類型的問題，換言之，運用範例來解題，為多數學生偏好且認為有效的學習方式（LeFevre & Dixon, 1986; Renkl, 1999; VanLehn, 1996）。

範例在數學學習上的效益，可藉由認知負荷理論（cognitive load theory）來解釋。Sweller（1994）主張，個體的工作記憶容量有限，從事認知負荷高且與學習無關的活動會干擾學習，也因此，Sweller（1994）提出範例效應（worked-example effect），強調在學習認知技能的初始階段，透過範例學習會比直接進行解題更為有效（涂金堂，2012；Renkl, 2005; Schwonke et al., 2009），此因直接要求學生進行解題，可能會造成學生在解題過程中從事錯誤或無效的搜索（searches），因而佔據其過多的工作記憶容量，使其無法專注於解題所需的關鍵步驟和運算（Sweller et al., 1998）。涂金堂（2012）曾以國小五年級的學生為研究對象，將學生分為實驗組與控制組進行數學教學，實驗組的學生接受範例教學，學生在教師講解範例後，先閱讀範例並試著完成範例的填空（範例中的解法以填空題的形式呈現），而

控制組的學生則接受傳統教學法，先由教師講解例題，再由學生直接練習解題；該研究結果顯示，實驗組的學習成績顯著高於控制組，即在教師教學後，運用範例學習的學生，其數學學習成效顯著高於直接進行解題的學生。

Sweller 與 Cooper (1985) 也曾設計實驗來探討學生要解決代數題目所需的知識，及用來促進學生學習數學的方法。他們將受試者分為傳統解題教學組及範例教學組，研究結果發現，與接受傳統解題教學的學生相比，範例學習組的學生從範例中學習代數的效率更高，考試成績略好，犯的錯誤更少，Sweller 與 Cooper (1985) 因此推論使用範例可以減少學生的認知負荷。Miller (2010) 也曾針對三步法 (three-step method) 教學對微積分的成效來進行探討，三步法係先請學生閱讀微積分學習網站上的範例，隨後要求學生以小組的方式解決類似的題目，並將其解題步驟告訴研究人員，最後再要求學生以個別或以小組的方式解決更多道題目。研究結果發現，參與三步法教學的學生表現顯著優於對照組的學生，Miller (2010) 認為這是因為範例能夠幫助學生獲得技能並建立相關基模，以協助其解決類似的問題。

雖然相關研究的結果都支持範例效應的假設，即讓初學者先使用範例進行學習，會比直接進行解題更有成效，然而，對於較精熟的解題者，使用範例可能無法提升其解題成效。當學習者已經能充分瞭解並掌握解題策略時，若要求其閱讀相關的範例後再行解題，可能會增加其額外的認知負荷（在此為外在認知負荷 (extraneous cognitive load)），此歷程無助於其解題的效率或正確性，此即「專業知識反轉效應」(expertise reversal effect) (Kalyuga et al., 2003)。此效應指出，專業知識較不足的學習者較能夠從範例的學習中受益，因為範例可提供其所需的訊息或鷹架；但對於專業知識相對較高的學習者來說，範例所提供的訊息可能是多餘的，而這些多餘的資訊可能造成其學習與理解上的認知負荷，因此，若要求他們處理對初學者有助益的訊息，不一定能獲得預期中的學習成效，甚至可能會阻礙其進行更深入的學習 (Kalyuga et al., 2003)。

已有許多研究結果確認「專業知識反轉效應」在範例學習中的現象，例如，涂金堂(2011)曾以國小五年級學生為研究對象，進行數學範例的教學實驗；該研究將學生分成控制組與實驗組，其中控制組的學生接受傳統教學，即在教師講解完範例後，自行解決兩道題目，而實驗組的學生則是接受範例教學，即在教師講解完範例後，需先自行研讀一道範例，接著再解決不完整的範例（將範例中的解法以填空題的形式呈現）。該實驗的結果呈現出專業知識反轉效應，即針對前測成績較低的學生而言，接受範例教學者的後測成績顯著高於接受傳統教學者的後測成績；相對地，針對前測成績較高的學生而言，接受傳統教學和接受範例教學的兩組學生在後測成績上並沒有顯著差異。根據專業知識反轉效應，使用範例作為教學或學習素材，其成效會因學生既有的程度而有區別，而不一定會產生固定的效益。而專業知識反轉效應，也可能出現在大學階段的學習者身上。例如，Kalyuga (2008) 曾以 32 位大學生作為研究對象，探討專業知識水平與不同範例呈現方式（動畫或靜態圖表）在教學效果上的差異。Kalyuga 依據預試的結果將受試者分為高先備知識組和低先備知識組，每組一半的學生使用動畫學習如何進行線性和二次方程式的圖表轉換（例如，將直線圖

$y = x^2$ 轉換為 $y = 2(x - 1)^2 - 3$ 的圖)，另一半的學生則是使用靜態圖示來學習相同的內容。該研究的結果顯示，低先備知識的學習者在使用靜態範例學習後表現較好，高先備知識的學習者則是在使用動畫教學學習後的表現較好，此結果顯示先備知識水平與範例呈現方式之間存在顯著的交互作用。Kalyuga 認為，此研究結果呈現專業知識反轉效應是因為專業知識較高的學習者可能已經具備動態轉換方程式圖表的能力，故若要求其藉由靜態的圖示來進行學習，反而會增加其認知負荷而限制其學習的成效；相對地，專業知識較低的學習者因尚未具備圖表轉換所需的能力，故訊息量較大的動畫範例反而會造成其認知負荷過重，導致達不到預期的學習成效。

四、眼球追蹤技術

眼球追蹤技術係以非侵入的方式，即時、精確地測量個體眼球運動的歷程（陳學志等人，2010；Knoblich et al., 2001; Perugini & Banse, 2007）。藉由眼球追蹤技術，研究者可以知道個體正在關注什麼訊息以及如何觀看這些訊息（Andrá et al., 2015），並藉此推測對應的訊息處理與認知歷程。近年來，眼球追蹤技術已被廣泛用來分析學習者學習的歷程（陳學志等人，2010；Alemdag & Cagiltay, 2018; Lai et al., 2013），在數學教育領域使用眼球技術來探討學習歷程的研究也有迅速增加的趨勢（Strohmaier et al., 2020）。

一般而言，眼球的運動可區分為凝視（fixation）與跳視（saccade）兩種主要的模式。「凝視」是指眼球以相對靜止的狀態來接受特定的刺激，此時物體影像會被投射至中央小窩（fovea），使視覺訊息在視網膜（retina）上成像，以獲得清晰的視覺，個體也會針對所接收的訊息進行知覺的辨識與認知的處理（陳學志等人，2010；黎佩芬、賴建都，2011；Justice et al., 2005）。然而，在凝視的期間，眼球並非完全靜止不動，而是伴隨著震顫（nystagmus）、漂移（drifts）與微跳視（microsaccades）三種微小的眼球運動（Rayner, 1998）。「跳視」則是指眼球從一凝視點快速移動到另一個凝視點的歷程，此過程僅需約 15–40 毫秒（Rayner, 1998）。藉由分析讀者在閱讀過程中的凝視與跳視，研究者可推論個體處理外界訊息時的內在認知歷程。

眼球運動與認知過程的關聯，可藉由 Just 與 Carpenter（1980）提出的心眼假說（eye-mind hypothesis）與立即性假說（immediacy hypothesis）來進行推論，而這兩個假說係以眼球的凝視運動為基礎。心眼假說認為，眼睛凝視位置所對應的外界訊息，即為個體認知系統正在處理的內在訊息，也因此，透過分析個體閱讀過程中凝視點的位置與凝視時間的長短，即可推論其處理訊息的內容與對應的時間；一般而言，閱讀素材的難度與凝視的相關指標之間具有高度正相關，即讀者在困難度較高的訊息上會花費較長的凝視時間（吳昭容，2019；Just & Carpenter, 1976, 1980; Schindler & Lilienthal, 2019）。另一方面，立即性假說主張，讀者會試圖在接收到外界的訊息後即刻地對該訊息進行處理，以確定它在閱讀素材中的重要性。Just 與 Carpenter 強調，讀者雖然會儘快對所接收的視覺訊息進行詮釋，但詮釋的過程有時無法在第一次凝視期間完成，此時，讀者需要藉由更多的訊息（例如接續的詞

語或內容)才能判斷整體訊息的意涵。藉由心眼假說與立即性的假說,研究者可將個體的眼球運動和其處理外界訊息的內在歷程進行連結,以推測其在閱讀過程中展現的認知過程(Hvelplund, 2014)。

進行眼球追蹤研究時,研究者通常在觀看的内容中定義出一些「興趣區域」(area of interest [AOI]),並以此區域為範圍來分析眼球移動的情形。而眼球的凝視狀況,是閱讀領域研究中最被關注的眼球運動,興趣區域中累積的凝視次數和凝視時間與認知處理的深度和注意力的分布有關(Rayner, 1998; Zhao et al., 2014)。一般而言,眼球對特定區域的凝視時間愈長,代表讀者想要或需要花較多的時間處理該區域的訊息,可用以推測該區域的訊息內容的難度或重要性較高(陳學志等人, 2010)。而以眼球凝視狀況為主的眼球運動分析指標,最常見的為總凝視時間(total fixation duration [TFD])與總凝視次數(total fixation counts [TFC])。「總凝視時間」及「總凝視次數」為圖文閱讀研究常用的指標,可以反映出讀者處理興趣區域中内容耗費心力的程度(吳昭容, 2019; 簡郁苓、吳昭容, 2012; Andr  et al., 2015)。「總凝視時間」愈長或「總凝視次數」愈多,通常表示該訊息愈困難或重要,需要更多心力和認知資源去處理閱讀的訊息(陳學志等人, 2010; 簡郁苓、吳昭容, 2012)。此外,將總凝視時間除以總凝視次數可以得到「平均凝視時間」(average fixation duration [AFD]),此數值亦可反應讀者對閱讀素材内容所感受到的難易程度;一般而言,讀者在閱讀較困難的訊息時,所展現的平均凝視時間會相對較長(陳學志等人, 2010)。

五、眼球追蹤技術在數學範例研究的應用

眼球追蹤技術被廣泛應用在數學文本閱讀的領域,因數學範例也是一種重要的數學文本,故使用眼球追蹤技術來分析學生閱讀範例時的視覺注意力分布狀況,可以協助研究者推論學生學習數學的過程。

在數學領域中,幾何證明是常見的範例類型,因其包含了豐富的圖形、數字與文字,所以研究者可藉由眼動追蹤技術來分析學生如何閱讀不同類型的數學表徵,以及其如何整合這些資訊的歷程。例如,陳琪瑤與吳昭容(2012)曾以學過但不熟悉幾何證明的31位大學生為受試者,蒐集其閱讀幾何證明題時的眼動資料,以及其閱讀後的測驗表現。研究結果發現,受試者有50%的凝視時間落在幾何證明題的圖區,且在圖形區的單位畫素凝視時間較在文字區長,表示受試者較傾向藉由閱讀圖形來瞭解幾何證明。此外,若將證明題附圖的線段和夾角區域加以著色,則能顯著減少關鍵區的初始理解時間,但不影響其回視時間及後測的表現,此結果表示色彩可能會影響學生閱讀幾何證明的視覺歷程,但對幾何推理和記憶理解的表現影響則較有限。另外,林采雯與吳昭容(2016)曾針對50位大學生,收集其閱讀「幾何敘述」、「已知求證」、「示範證明」三種不同類型幾何文本的眼動資料。該研究結果發現,受試者在理解幾何證明的過程中相當依賴圖形的閱讀,且其閱讀圖形的比率在「示範證明」題型中顯著高於「幾何敘述」和「已知求證」兩種題型,表示讀圖比例會隨著文本內涵而改變;此外,該研究結果也指出,受試者在閱讀「幾何敘述」的文本

時，其初始理解的比率較高，而在閱讀「示範證明」的文本時，則是回視階段的比率較高。此研究的結果說明，讀者的眼球運動模式，可能會隨著文本形式與內容而改變。

另一方面，相關研究也指出，在閱讀數學文本時，專家與生手的眼球運動也可能有所不同。例如，Inglis 與 Alcock (2012) 以眼動技術比較 12 位數學家與 18 位數學系大一的學生在進行數學證明驗證時的眼球運動行為。研究結果顯示，學生在公式上的駐留時間 (dwell time) 與平均凝視時間 (mean fixation durations) 顯著高於數學家，表示大學生可能使用更多認知資源來處理公式的訊息。然而，數學家的平均行間掃視次數 (mean number of between-line saccades) 與平均行間掃視比例 (mean proportion of between-line saccades) 顯著高於大學生，此表示數學家可能投注更多認知資源來推論各行之間訊息的連貫性與正確性。此外，Panse 等人 (2018) 曾收集了 12 位專家和 14 位新手在理解和驗證數學證明時的眼動行為，其使用的眼動指標包含駐留時間、平均凝視持續時間、瞳孔擴張 (pupil dilation) 與迴歸掃視次數 (regressive saccades)。該研究結果發現，專家不論是在驗證或是理解數學證明的階段，都比新手展現更頻繁的多行間回視，相對地，新手則較少進行全盤性的回視。上述研究的結果，可為數學閱讀與推理歷程的研究提供實徵的基礎，也突顯以眼球追蹤技術探討數學範例閱讀的潛力。

六、眼球追蹤技術在數學焦慮研究的應用

眼球追蹤技術除了可以推測個體進行閱讀、學習和問題解決時的認知歷程外，也可反映個體執行相關任務時的情意與動機狀態，例如恐懼、焦慮或者投入程度等 (吳昭容，2019)。Hunt 等人 (2015) 曾探討眼球運動與數學焦慮與表現之間的關係，該研究請 78 位大學生進行 80 題二位數字的加減法，其中 40 題為進位題，另外 40 題為不需進位題 (例如：「 $23 + 29 = 52$ 」中的三數字皆為兩位數)，參與者的任務為判斷題目所提供的答案是否正確。研究結果發現，數學焦慮與許多眼動指標呈正相關，例如總凝視時間、總凝視次數、跳視次數，該研究結果也指出，數學焦慮可能會降低數學計算的效率。

此外，Li 等人 (2023) 則以三至六年級學生作為研究對象，探討其在數學解題任務中，數學焦慮與數學表現之間的關聯。受試者首先進行問題驗證任務 (problem verification task)，他們需要判斷一個數學等式是否正確 (如判斷 $33 \div 3 = 30$ 是否正確)，每個等式皆會與一個干擾圖形 (外部干擾因素，external distractors) 一起呈現。該研究收集每位受試者進行任務時的眼球運動狀況，以進一步分析相關的眼動指標。任務結束後，每位受試者會完成標準化的閱讀和數學成就測試，並填寫兩份問卷來分別測量其數學焦慮和一般焦慮程度。研究結果指出，數學焦慮程度較高的學生在數學解題過程中，較可能將注意力投注在與無關的外部干擾圖形上，導致這些學生判斷的正確率較低，也需要較長的反應時間。Li 等人認為此研究結果符合 ACT 理論的假設，即受試者的焦慮狀態會影響其對注意力的控制，從而導致其投注較多的視覺注意力在干擾圖形上，使其有較低的解題表現。上述 Hunt 等人 (2015)

和 Li 等人 (2023) 兩個研究，皆示範採用凝視相關的眼動指標來探討數學焦慮和從事數學相關活動之關聯的可行性。

七、研究問題

由前述的文獻回顧可知，數學焦慮與學生的學習成效有顯著的負相關，即使是大學階段的學生，也會對數學感到焦慮，此可能導致他們在學習微積分的過程會遭遇挫折，甚至迴避微積分的學習。本研究認為，深入探討數學焦慮與微積分學習歷程之間的關聯，可協助數學教育相關人員瞭解不同數學焦慮程度的學生在學習微積分歷程上的差異，進而能透過適當的教學方式來協助學生減低數學焦慮並獲得更佳的學習成效。因此，本研究將利用眼球追蹤技術，深入探討學生在閱讀微分範例的過程，並詳細分析不同數學焦慮程度的學生在閱讀微分範例歷程的差異。基於此研究目的，本研究擬定的研究問題如下：

- (一) 不同數學焦慮程度的學生閱讀微分範例的成效是否有差異？
- (二) 學生在閱讀微分範例時，其數學焦慮與眼球凝視狀況之間是否有顯著相關？
- (三) 不同數學焦慮程度的學生在閱讀微分範例時，其眼球凝視狀況是否有差異？

參、研究方法

本研究的主要目的，在於探討數學焦慮與閱讀微分範例之間的相關性，也因此，本研究以相關研究 (correlational study) 的設計為基礎，收集大學生的數學焦慮、微分學習狀況、閱讀微分範例之眼球凝視的資料，以檢核這些變項之間的關聯。此外，為深入探討數學焦慮與閱讀微分例題之間的關係，本研究進一步區分學生的數學焦慮程度，以檢核不同數學焦慮程度的學生，在閱讀微分例題過程中視覺注意力分布的差異。

一、研究對象

本研究招募 66 位來自理工、教育、商管等不同學院的大學生作為參與者，所有參與者皆曾在大學階段修習過微積分的課程，故可假設其已持有微積分的基本知識，可以理解範例內所呈現的基本的微分公式與概念。根據參與者的眼動資料，本研究排除 6 位眼動數據不佳的參與者 (校正未通過，如 $\text{accuracy} < 0.50^\circ$ 或 $\text{precision} < 0.50^\circ$ ；或者 gaze sample 低於 80%)，以剩餘的 60 位參與者 (其中 33 位為男性，27 位為女性) 來進行資料的分析。

二、研究工具

(一) 數學焦慮量表

本研究使用 Wu 等人 (2018) 翻譯及修改後的中文版數學焦慮量表 (Mathematics Anxiety Rating Scale-Revised [MARS-R])，來測量大學生的數學焦慮。此量表最原始的版本，是由

Richardson 與 Suinn (1972) 所編製的 Math Anxiety Rating Scale (MARS) 量表，原始量表共有 98 題，包含數學測驗焦慮 (mathematics test anxiety) 與數字焦慮 (numerical anxiety) 兩個因素，可用以評估學生的數學焦慮程度。其中，數學測驗焦慮係用於評估學生對完成數學考試、預期與接收數學考試成績的擔憂，而數字焦慮則與日常生活需要數學計算的情境有關 (Rounds & Hendel, 1980)。然而，有鑑於 MARS 原始量表的題目數量過多，Plake 與 Parker (1982) 將其修訂並縮減成僅有 24 題的 MARS-R 量表，並將數學焦慮進一步細分為數學學習焦慮 (learning math anxiety [LMA]) 和數學測驗焦慮 (math evaluation anxiety [MEA]) 兩個子量表，以作為 MARS 量表的簡化版。MARS-R 具有良好的信度 (Cronbach's $\alpha = .98$)，且與原始版本有高度相關 ($r(170) = .97$)，能大幅縮短量測數學焦慮所需的時間。

Tang 與 Dixon (2002) 指出，由於文化差異和語言限制，英語量表不適用於非以英語為母語的學生。因此，本研究使用 Wu 等人 (2018) 翻譯及修改後的中文版 MARS-R 數學焦慮量表，以測量大學生在學習微積分時的數學焦慮。MARS-R 中文版使用李克特五點量表 (1 分為無焦慮，5 分為高度焦慮)，共 16 題，其中 10 題為數學學習焦慮子量表，例如：請學生評估「讀數學書籍的新章節」所感受到的焦慮程度；而另 5 題為數學測驗焦慮子量表，例如：請學生評估「考前一天，想到即將到來的數學考試」的焦慮程度。此 16 題中文版的 MARS-R 數學焦慮量表與原始 24 題的 MARS-R 數學焦慮量表有顯著正相關，且兩個版本的數學學習焦慮 (LMA)、數學測驗焦慮 (MEA) 子量表之間也都有顯著正相關，代表中文版與原始版的 MARS-R 在統計上沒有不同，且男女大學學生均適用，可作為學習微積分時的數學焦慮量測工具 (Wu et al., 2018)。

為確認中文版數學焦慮量表的信度，本研究根據參與者填答此量表的結果進行信度分析，分析結果顯示，數學學習焦慮子量表的 Cronbach's α 係數為 .89，數學測驗焦慮子量表的 Cronbach's α 係數為 .86，數學焦慮總量表的 Cronbach's α 內部一致性係數為 .93，顯示此量表具有良好的信度。

(二) 微分解題範例

本研究參考 Stewart 等人 (2020) 編寫之微積分教科書 (Calculus: Early Transcendentals) 中「微分」的例題，針對微分的乘積法則、除法法則、連鎖律三個概念來設計範例，以瞭解參與者閱讀微分基本計算題時的過程，每個概念各有一題對應的範例，共有三題範例。每題範例包含三大區域：題目 (如圖 1、圖 2、圖 3 中左邊最上行)、微分基本公式 (如圖 1 至圖 3 左邊三行) 與解題過程 (如圖 1 至圖 3 右邊五行)。本研究將此三大區域細分為九個興趣區域 (詳細的名稱與定義請參見表 1)：題目一行 (如圖 1 至圖 3 左欄最上方)、微分基本公式三行 (如圖 1 至圖 3 左欄下方，第一行為公式的名稱，第二行為公式成立的前提，第三行則為公式的內容) 與解題過程五行 (如圖 1 至圖 3 右欄，第一行為微分的過程，第二至四行為化簡的過程，第五行為例題的答案)，此外，上述各行之間行距，皆大於眼動儀可區分兩訊息內容之最短距離。

圖 1

「乘積法則」之解題範例

<例> 設 $p(x) = x^{\frac{2}{3}}(x-2)^{\frac{1}{3}}$ ，試求 $p'(x)$ 。

<解> 由乘積法則可得

乘積法則 (The Product Rule) :

若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆對 x 可微，則

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = g(x)f'(x) + f(x)g'(x)$$

$$\begin{aligned} p'(x) &= (x-2)^{\frac{1}{3}} \frac{d}{dx} \left[x^{\frac{2}{3}} \right] + x^{\frac{2}{3}} \frac{d}{dx} \left[(x-2)^{\frac{1}{3}} \right] \\ &= (x-2)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{3} (x-2)^{-\frac{2}{3}} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}} (x-2)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} [2x^{-1}(x-2) + 1] \\ &= \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} (3 - 4x^{-1}) \end{aligned}$$

圖 2

「連鎖律」之解題範例

<例> 設 $p(x) = (5 - \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}$ ，試求 $p'(x)$ 。

<解> 由連鎖律可得

連鎖律 (The Chain Rule) :

若 $g(x)$ 對 x 可微，且 $f(x)$ 對 $g(x)$ 可微，則

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x))g'(x)$$

$$\begin{aligned} p'(x) &= \frac{d}{dx} (5 - x^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}} \\ &= -\frac{1}{2} (5 - x^{\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{2}} \frac{d}{dx} (5 - x^{\frac{1}{2}}) \\ &= -\frac{1}{2} (5 - x^{\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{2}} \left(-\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= \frac{1}{4} (5 - \sqrt{x})^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \frac{1}{4\sqrt{x}(5 - \sqrt{x})^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

圖 3

「除法法則」之解題範例

<例> 設 $p(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ ，試求 $p'(x)$ 。

除法法則 (The Quotient Rule) :

若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 對所有使 $g(x) \neq 0$ 的 x 可微，則

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$$

<解> 由除法法則可得

$$\begin{aligned}
 p'(x) &= \frac{(x+2) \frac{d}{dx}(x^2-3) - (x^2-3) \frac{d}{dx}(x+2)}{(x+2)^2} \\
 &= \frac{(x+2)(2x) - (x^2-3) \cdot 1}{(x+2)^2} \\
 &= \frac{(2x^2 + 4x) - (x^2 - 3)}{(x+2)^2} \\
 &= \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} \\
 &= \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}
 \end{aligned}$$

表 1

各興趣區域之名稱與定義

九個興趣區域	名稱	定義	統計表格呈現名稱
題目	第一行	題目	呈現一個函數，請參與者求其一次微分結果
公式	第一行	公式的名稱	該題使用之微分公式的名稱
	第二行	公式的前提	該題使用之微分公式成立須滿足的條件
	第三行	公式的內容	該題使用之微分公式
解題過程	第一行	微分的過程	將題目呈現之函數套用該題提供之微分公式進行一次微分
	第二行	化簡的過程	將微分式子化為更簡單的形式
	第三行	化簡的過程	將微分式子化為更簡單的形式
	第四行	化簡的過程	將微分式子化為更簡單的形式
	第五行	例題的答案	呈現範例的答案

(三) 微分前測及後測

本研究針對前述的微分概念，開發前測與後測兩套測驗，以分別測量參與者既有的微分能力與閱讀範例後的學習狀況，每套測驗針對微分的乘積法則、除法法則、連鎖律三個概念各設計一題計算題，共計三題；前、後測的題型維持相同，但函數中變項的係數與常數項不同，以「除法法則」為例，圖 4、圖 5 分別呈現除法法則在前、後測所對應的題目。

圖 4

「除法法則」在前測的題目

$$2. \text{ 若 } p(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}, \text{ 求 } p'(x)。$$

圖 5

「除法法則」在後測的題目

$$(2) \text{ 若 } p(x) = \frac{x^2 - 24}{x - 5}, \text{ 求 } p'(x)。$$

本研究的微分前測與後測的結果，皆由本研究者與另一位評分者進行評分，三題微分題目的評分標準，係參考美國 AP Students Calculus AB 所建議的微分計算題評分標準（The Advanced Placement Central [AP Central], 2023），將參與者的答案分為「微分公式運用與列式」與「答案」兩個部分，其中「微分列式」與「計算」的配分皆為 1 分，每一題最高得分為 2 分，三題的總分為 6 分。本研究針對兩位評分者評分結果，進行評分者間一致性分析的檢核，分析結果顯示，前、後測各題的「微分公式運用與列式」、「答案」部分，所有 Cohen's Kappa 係數皆介於 .88~1.00 之間，顯示本研究中參與者的前、後測成績，具有高度的評分者間一致性（inter-rater reliability）。

（四）眼動追蹤技術設備

本研究將使用眼球追蹤技術來記錄與分析學習者閱讀微分範例的視覺注意力歷程，研究過程中使用的眼動儀設備如下：

1. 眼動儀—Tobii Fusion 250

本研究使用 Tobii Pro Fusion 250 眼動儀，取樣頻率為 250 Hz，最佳狀態下的精準度（precision）為 0.04 度 RMS，準確性（accuracy）為 0.3 度，並搭配 24 吋的電腦螢幕進行資料的收集，解析度設定為 1920*1080 個像素（pixels），實驗材料為全螢幕呈現，並將參與者距離螢幕距離控制在 65 公分左右，即整個實驗材料涵蓋水平視角約 43 度、垂直視角約 32 度。

2. 眼動程序撰寫軟體—Tobii Pro Lab

本研究使用 Tobii Pro Lab 的應用軟體來播放微分範例，並同時紀錄受試者在閱讀過程中的眼球移動歷程，以及後續的眼球移動資料分析。

三、研究流程

本研究針對個別參與者進行資料的收集，研究的流程包將含前測、閱讀範例、後測三個主要階段，整個研究流程大約為 1.5 小時，以下分別說明：

（一）前測

參與者填答中文版數學焦慮量表與微分測驗前測，以分別測量受試者的數學焦慮及微分的解題能力。

（二）範例閱讀

在正式閱讀範例之前，每位參與者會先進行眼動儀之九點校正，待校正完成後再開始進範例的閱讀。每位參與者係透過電腦螢幕來閱讀微分的範例，「乘積法則」、「連鎖律」與「除法法則」三題範例題是以隨機的順序呈現，以做為對抗平衡（counterbalancing）的設計。每題的閱讀時間沒有限制，參與者可自行控制閱讀的時間；參與者在閱讀完一題範例之後，按任意鍵會先進入空白頁，以讓參與者稍作休息，也避免參與者因按鍵時用力過大而直接跳過該閱讀的範例；待參與者準備好之後，再按一次任意鍵即可進入下一題的頁面。本研究採用 Tobii Fision 250 搭配 Tobii Pro Lab 來全程紀錄參與者閱讀範例的眼球移動歷程，以進行後續的眼動資料分析。

（三）後測

參與者將填答微分測驗後測，用以分析參與者閱讀範例後與閱讀範例前的成績是否會有差異，以瞭解參與者閱讀範例的成效。此外，在後測結束後，研究者也會請參與者回顧其閱讀範例的歷程，並請其分享閱讀的策略與心得，以藉由其口語的資料來進一步瞭解其閱讀範例的歷程。

四、資料分析

針對研究問題一，為了瞭解不同數學焦慮程度的學生的先備知識以及在閱讀微分範例後的學習成效，本研究根據參與者在 MARS-R 量表所得的總分，先將其分成高、中、低三個分數的組別（每個組別皆包含 20 名參與者），再取其中的高、低分兩組來進行獨立樣本 t 檢定，檢驗兩組的前測成績是否具有差異，以瞭解不同焦慮程度的學生的先備知識是否有不同；接著再進行單因子共變異數分析（ANCOVA），藉由控制兩組學生的前測成績，來檢驗兩組的後測成績是否有差異，即檢驗不同焦慮程度的學生在學習成效上是否有不同。

針對研究問題二，本研究在眼動資料的分析方面，先針對每一題微分範例的頁面，定義與劃分興趣區（如圖 6 所示），每題範例皆包含三大區域：題目、公式、解題過程，本研究將此三大區域細分為以下九個興趣區域：題目一行（如圖 6 左欄最上方）、微分基本公式三行（如圖 6 左欄下方）與解題過程五行（如圖 6 右欄），各區域的名稱如表 1。針對每個興趣區域，本研究計算三種眼動指標，包含總凝視時間（TFD）、總凝視次數（TFC）、平均凝視時間（AFD）。為了瞭解學生的數學焦慮程度與其閱讀微分範例之眼球移動狀況之間的關聯，本研究使用斯皮爾曼等級相關分析（Spearman's correlation），以參與者在 MARS-R 量表的總分和在各微分範例興趣區的眼動指標數值（即 TFD、TFC 和 AFD），進行相關性的檢驗。

針對研究問題三，本研究使用單因子共變數分析 ANCOVA 來檢驗不同焦慮程度的參與者在閱讀範例過程中眼球凝視狀況的差異，即以參與者的數學焦慮為獨變項（分高、低數學焦慮兩組）、前測成績為共變項，以及其在各範例之興趣區的眼動指標數值為依變項，

在排除前測成績的影響下，檢驗高、低焦慮組參與者在閱讀微分範例時的眼動行為是否有差異。

圖 6

範例題之九個興趣區域

<p><例> 設 $p(x) = x^{\frac{2}{3}}(x-2)^{\frac{1}{3}}$，試求 $p'(x)$。</p>	<p>題目 <解> 由乘積法則可得</p>	<p>解題過程</p>
<p>(1) 乘積法則 (The Product Rule) : 公式</p> <p>(2) 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆對 x 可微，則</p> <p>(3) $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = g(x)f'(x) + f(x)g'(x)$</p>	$p'(x) = (x-2)^{\frac{1}{3}} \frac{d}{dx} \left[x^{\frac{2}{3}} \right] + x^{\frac{2}{3}} \frac{d}{dx} \left[(x-2)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (1)$ $= (x-2)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{3} (x-2)^{-\frac{2}{3}} \quad (2)$ $= 2 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}} (x-2)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} \quad (3)$ $= \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} [2x^{-1}(x-2) + 1] \quad (4)$ $= \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} (x-2)^{-\frac{2}{3}} (3 - 4x^{-1}) \quad (5)$	

肆、研究結果

一、不同數學焦慮程度的學生閱讀微分範例的成效

(一) 高、低數學焦慮組的先備知識

因沒有單一客觀的指標可用來鑑衡學生之數學焦慮程度為高或低 (Dowker et al., 2016)，為針對不同焦慮程度的參與者進行後續的分析，本研究參考 Dowker 等人 (2016) 的建議，採用參與者在數學焦慮問卷之得分的相對分數高低，將其區分為高焦慮組與低焦慮組；亦即，本研究將數學焦慮分數前 33% 之參與者分配至低數學焦慮組 (MARS-R 總分低於 38 分； $M = 30.90$, $SD = 6.16$)，將後 33% 之參與者分配至高數學焦慮組 (MARS-R 總分高於 48 分； $M = 56.50$, $SD = 7.81$)，兩組皆各為 20 人，隨後使用獨立樣本 t 檢定來分別檢驗兩組學生的前測成績是否有差異，並以 Cohen's d (Cohen, 1988) 計算效果量。統計結果顯示，不同焦慮程度在前測成績上具有顯著差異，且兩組間的差異呈現中效果量， $t(38) = 2.42$, $p = .020$, $d = 0.78$ ，高焦慮組的前測成績 ($M = 2.10$, $SD = 2.22$) 顯著低於低焦慮組的前測成績 ($M = 3.85$, $SD = 2.35$)，統計結果如表 2。

表 2

高、低數學焦慮組在前測上之 t 檢定

變項	高焦慮 ($N = 20$)		低焦慮 ($N = 20$)		t	p	d
	M	(SD)	M	(SD)			
前測成績	2.10	(2.22)	3.85	(2.35)	2.42	.020	0.78

(二) 高、低數學焦慮組閱讀範例後的成效

本研究使用單因子共變數分析 (ANCOVA) 來檢驗兩組學生在控制前測成績後, 其後測成績是否有差異。迴歸斜率的同質性考驗之結果顯示, 前測與組別의 交互作用不顯著 ($p = .516$), 符合迴歸係數同質性假設。統計結果則顯示 (如表 3), 在控制前測成績後, 高數學焦慮組的調整後測成績 ($M = 4.23, SE = 0.38$) 與低焦慮組的調整後測成績 ($M = 4.42, SE = 0.38$) 沒有顯著差異, 兩組間的差異呈現小效果量 (Cohen, 1988), $F(1, 38) = 0.11, p = .416, \eta_p^2 = .003$; 此結果表示, 高、低焦慮組的學生在閱讀例題之後, 兩組學生的進步幅度沒有顯著不同。

表 3

高、低數學焦慮組之後測成績的共變異數分析結果

組別	前測		原始後測		調整後測		F	p	η_p^2
	M	(SD)	M	(SD)	M	(SE)			
低焦慮組 ($N = 20$)	3.85	(2.35)	4.75	(1.48)	4.42	(0.38)	0.11	.416	.003
高焦慮組 ($N = 20$)	2.10	(2.22)	3.90	(2.10)	4.23	(0.38)			

二、參與者的數學焦慮與閱讀範例時各眼動指標的相關性

本研究將解題範例分為題目 (一行)、微分基本公式 (三行) 與解題過程 (五行), 共九個興趣區域, 並使用斯皮爾曼相關分析來檢驗參與者在閱讀三題微分範例時, 其數學焦慮與各興趣區域的總凝視時間、總凝視次數及平均凝視時間是否有顯著相關。

分析結果顯示 (詳見表 4), 在閱讀「乘積法則」的範例時, 參與者的數學焦慮與公式第二行之總凝視時間, $r(60) = .35, p = .006$ 、公式第二行之總凝視次數, $r(60) = .29, p = .025$ 、公式第二行之平均凝視時間, $r(60) = .38, p = .003$ 、公式第三行之總凝視時間, $r(60) = .38, p = .003$ 、公式第三行之總凝視次數, $r(60) = .41, p = .001$, 皆有顯著正相關。

在閱讀「連鎖律」範例的過程中, 參與者的數學焦慮與解題過程第一行之總凝視時間, $r(60) = .32, p = .012$ 、解題過程第一行之總凝視次數, $r(60) = .29, p = .024$ 、解題過程第一行之平均凝視時間, $r(60) = .29, p = .024$ 、公式第二行之平均凝視時間, $r(60) = .27, p = .037$, 皆有顯著正相關。

而在閱讀「除法法則」的範例歷程中, 參與者的數學焦慮僅與解題過程第三行之總凝視次數有顯著負相關, $r(60) = -.29, p = .026$, 其餘區域皆無顯著相關。

表 4

數學焦慮與各範例題興趣區中的眼動指標之相關分析結果 ($N = 60$)

眼動 指標	題目	公式(1)	公式(2)	公式(3)	解題 過程(1)	解題 過程(2)	解題 過程(3)	解題 過程(4)	解題 過程(5)
E1									
TFD	.12	.06	.35**	.38**	.04	-.19	-.16	-.20	-.12
TFC	.10	.00	.29*	.41**	.03	-.20	-.17	-.18	-.07
AFD	.13	.05	.38**	.11	.09	-.12	.02	-.24	.02
E2									
TFD	.12	.13	.19	.25	.32*	.17	-.03	-.03	.24
TFC	.17	.12	.16	.25	.29*	.17	-.03	-.07	.16
AFD	.02	.12	.27*	.25	.29*	.08	.15	.25	.24
E3									
TFD	.00	.02	.07	.15	.13	.04	-.10	.02	-.22
TFC	.04	-.02	.01	-.08	-.07	-.22	-.29*	-.16	-.08
AFD	.10	-.00	.05	.12	.11	-.04	-.09	-.11	-.15

註：E1、E2、E3 分別代表乘積法則、連鎖律、除法法則三道微分範例。

* $p < .05$. ** $p < .01$.

三、高、低數學焦慮組閱讀範例時在各眼動指標的差異

本研究以高低數學焦慮分組作為獨變項，以三道範例題的九個興趣區域的總凝視時間、總凝視次數與平均凝視時間作為依變項，以前測成績作為共變項來排除因先備知識不同造成的眼動數據差異，並確定「組別×前測」的交互作用效果未達顯著水準，符合組內迴歸係數同質性假設，則進行單因子共變數分析 (ANCOVA)；若「組別×前測」的交互作用效果達顯著水準，則表示兩者有交互作用，不符合組內迴歸係數同質性假設，則改為使用詹森－內曼法 (Johnson-Neyman) 進行分析，以瞭解在控制前測成績之後，高、低數學焦慮者閱讀各區的眼動指標數值是否有顯著差異。

統計結果顯示 (詳見表 5)，在「乘積法則」範例中，閱讀公式第二行時，高數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 203.85$, $SD = 42.82$) 顯著高於低數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 151.05$, $SD = 66.34$)，兩組間的差異呈現中效果量 (Cohen, 1988)， $F(1, 37) = 5.23$, $p = .028$, $\eta_p^2 = .124$ ；在閱讀解題過程第四行時，高數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 141.35$, $SD = 104.63$) 顯著高於低數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 220.75$, $SD = 103.20$)，兩組間的差異呈現中效果量 (Cohen, 1988)， $F(1, 37) = 4.86$, $p = .034$, $\eta_p^2 = .116$ 。而使用詹森－內曼法進行共變數分析的結果發現，在閱讀「乘積法則」公式第三行時，當前測成績小於 4.39 分時，高數學焦慮組的總凝視時間 ($M = 6118.40$, $SD = 4108.22$) 顯著高於低焦慮組的總凝視時間 ($M = 2310.05$, $SD = 1807.42$)，但是當前測成績大於 4.39 分時，兩組並沒有顯著差異；而在閱讀「乘積法則」公式第三行時，當前測成績小於 4.24 分時，高數學焦慮組的總凝視次數 ($M = 26.75$, $SD = 18.51$) 顯著高於低焦慮組的總凝視次數 ($M = 10.00$, $SD = 6.08$)，但是當前測成績大於 4.24

分時，兩組並沒有顯著差異。其餘興趣區的眼動指標（「乘積法則」公式第一行的總凝視時間、「乘積法則」公式第一行的總凝視次數）皆無顯著差異。

表 5

高、低數學焦慮組在「乘積法則」範例中各眼動指標之 ANCOVA 結果

眼動指標 ^{註1}	高焦慮 (N = 20)		低焦慮 (N = 20)		F	p	η_p^2	顯著差異狀況 ^{註2}
	M	(SD)	M	(SD)				
題目								
TFD	6586.05	(3581.49)	5225.85	(3748.23)	0.16	.685	.004	無
TFC	27.60	(15.03)	22.75	(14.62)	0.05	.825	.001	無
AFD	227.65	(64.00)	216.75	(44.06)	0.53	.470	.014	無
公式(1)								
TFD	1000.60	(1041.45)	562.80	(464.58)	改用詹森－內曼法			無
TFC	5.00	(4.66)	3.10	(2.02)	改用詹森－內曼法			無
AFD	167.10	(69.63)	149.15	(73.21)	1.44	.237	.038	無
公式(2)								
TFD	1394.00	(881.76)	785.15	(941.55)	3.71	.062	.091	無
TFC	6.75	(3.71)	4.40	(4.50)	2.63	.113	.066	無
AFD	203.85	(42.82)	151.05	(66.34)	5.23	.028*	.124	高 > 低
公式(3)								
TFD	6118.40	(4108.22)	2310.05	(1807.42)	改用詹森－內曼法			高 > 低 ^{註3}
TFC	26.75	(18.51)	10.00	(6.08)	改用詹森－內曼法			高 > 低 ^{註4}
AFD	223.90	(39.65)	195.95	(82.07)	0.81	.375	.021	無
解題過程(1)								
TFD	7441.30	(6519.90)	5622.90	(4038.48)	0.09	.762	.003	無
TFC	32.65	(32.54)	24.95	(18.45)	0.03	.865	.001	無
AFD	224.15	(42.08)	224.65	(56.48)	0.00	.968	.000	無
解題過程(2)								
TFD	5374.60	(5866.47)	7290.45	(6511.79)	1.45	.236	.038	無
TFC	23.20	(24.47)	32.40	(28.09)	2.37	.132	.060	無
AFD	202.30	(77.32)	224.85	(70.47)	0.33	.567	.009	無
解題過程(3)								
TFD	8954.15	(19896.47)	8968.75	(12940.74)	0.08	.777	.002	無
TFC	35.00	(75.22)	38.05	(51.88)	0.21	.653	.006	無
AFD	188.30	(105.22)	197.40	(81.51)	0.05	.821	.001	無
解題過程(4)								
TFD	12277.80	(31469.66)	7242.55	(12201.61)	0.05	.828	.001	無
TFC	47.45	(113.16)	31.45	(53.37)	0.02	.901	.000	無
AFD	141.35	(104.63)	220.75	(103.20)	4.86	.034*	.116	高 > 低
解題過程(5)								
TFD	2278.00	(3492.07)	2284.25	(3382.01)	0.48	.491	.013	無
TFC	10.65	(15.38)	10.00	(14.75)	0.24	.626	.006	無
AFD	192.95	(72.96)	204.40	(100.48)	0.85	.363	.022	無

註：

1. TFD：Total Fixation Duration（單位：毫秒）、TFC：Total Fixation Counts（單位：次）、AFD：Average Fixation Duration（單位：毫秒）

2. 高：高數學焦慮組；低：低數學焦慮組

3. 前測小於 4.39 分時，高 > 低

4. 前測小於 4.24 分時，高 > 低

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

此外，在「連鎖律」範例中，在閱讀第一行解題過程時，高數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 223.25$, $SD = 39.71$) 顯著高於低數學焦慮組的平均凝視時間 ($M = 185.40$, $SD = 46.53$)，兩組間的差異呈現大效果量 (Cohen, 1988)， $F(1, 37) = 7.68$ ， $p = .009$ ， $\eta_p^2 = .172$ 。在使用詹森－內曼法進行共變數分析的部分，則皆無顯著差異，統計結果如表 6。

表 6

高、低數學焦慮組在「連鎖律」範例中各眼動指標之 ANCOVA 結果

眼動指標 ^{註1}	高焦慮 ($N = 20$)		低焦慮 ($N = 20$)		F	p	η_p^2	顯著差異狀況 ^{註2}
	M	(SD)	M	(SD)				
題目								
TFD	5165.85	(3982.26)	4196.15	(4562.14)	0.01	.939	.000	無
TFC	22.75	(14.58)	18.45	(20.66)	0.01	.913	.000	無
AFD	215.95	(33.97)	218.3	(83.84)	改用詹森－內曼法			無
公式(1)								
TFD	829.00	(716.04)	592.00	(488.40)	0.78	.384	.021	無
TFC	4.25	(3.54)	3.40	(2.80)	0.10	.756	.003	無
AFD	161.35	(79.05)	147.65	(73.77)	0.01	.912	.000	無
公式(2)								
TFD	3878.60	(4018.48)	1938.10	(1978.49)	改用詹森－內曼法			無
TFC	18.75	(17.26)	11.25	(12.46)	0.24	.627	.006	無
AFD	199.60	(39.65)	158.40	(80.19)	3.47	.070	.086	無
公式(3)								
TFD	8921.25	(8046.93)	3781.75	(4741.08)	改用詹森－內曼法			無
TFC	34.05	(31.45)	17.55	(22.67)	改用詹森－內曼法			無
AFD	241.20	(84.08)	179.05	(77.30)	3.65	.064	.090	無
解題過程(1)								
TFD	6375.90	(4622.00)	3244.05	(4344.84)	1.73	.197	.045	無
TFC	27.80	(19.94)	15.90	(18.95)	0.89	.352	.023	無
AFD	223.25	(39.71)	185.40	(46.53)	7.68	.009**	.172	高 > 低
解題過程(2)								
TFD	8637.95	(8968.89)	4770.45	(3607.11)	0.65	.424	.017	無
TFC	35.70	(37.06)	20.90	(16.29)	0.43	.519	.011	無
AFD	241.05	(31.66)	218.35	(59.56)	1.75	.194	.045	無
解題過程(3)								
TFD	5194.08	(5324.86)	7093.00	(12204.92)	0.92	.343	.024	無
TFC	21.50	(22.60)	26.00	(35.46)	1.31	.261	.034	無
AFD	245.15	(57.22)	252.80	(82.83)	0.01	.942	.000	無
解題過程(4)								
TFD	2746.00	(2632.05)	3524.95	(3712.04)	1.02	.318	.027	無
TFC	12.40	(11.38)	17.00	(17.72)	1.66	.206	.043	無
AFD	221.05	(46.70)	206.50	(45.34)	2.33	.135	.059	無
解題過程(5)								
TFD	1921.20	(1253.36)	1400.85	(1176.82)	0.80	.377	.021	無
TFC	7.85	(5.21)	6.60	(5.46)	0.09	.769	.002	無
AFD	248.60	(67.07)	210.50	(49.57)	3.79	.059	.093	無

註：

1. TFD：Total Fixation Duration (單位：毫秒)、TFC：Total Fixation Counts (單位：次)、AFD：Average Fixation Duration (單位：毫秒)

2. 高：高數學焦慮組；低：低數學焦慮組

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

最後，在「除法法則」範例中，在閱讀第二行解題過程時，低數學焦慮組的總凝視次數 ($M = 16.25, SD = 12.11$) 顯著高於高數學焦慮組的總凝視次數 ($M = 9.45, SD = 7.10$)，兩組間的差異呈現中效果量 (Cohen, 1988)， $F(1, 37) = 5.58, p = .024, \eta_p^2 = .131$ ；在閱讀第三行解題過程時，低數學焦慮組的總凝視次數 ($M = 9.90, SD = 7.44$) 顯著高於高數學焦慮組的總凝視次數 ($M = 5.55, SD = 5.87$)，兩組間的差異呈現中效果量 (Cohen, 1988)， $F(1, 37) = 5.91, p = .020, \eta_p^2 = .138$ ；其餘區域皆無顯著差異，統計結果如表 7。

表 7

高、低數學焦慮組在「除法法則」範例中各眼動指標之 ANCOVA 結果

眼動指標 ^{註1}	高焦慮 ($N = 20$)		低焦慮 ($N = 20$)		F	p	η_p^2	顯著差異狀況 ^{註2}
	M	(SD)	M	(SD)				
題目								
TFD	5188.95	(4331.31)	4508.05	(3340.52)	0.25	.620	.007	無
TFC	22.85	(16.35)	23.45	(17.25)	0.11	.745	.003	無
AFD	246.40	(58.94)	240.85	(71.29)	0.04	.836	.001	無
公式(1)								
TFD	989.60	(1130.49)	717.35	(631.01)	0.20	.658	.005	無
TFC	4.25	(3.06)	4.80	(3.97)	0.02	.882	.001	無
AFD	170.55	(75.27)	183.20	(72.46)	1.21	.279	.032	無
公式(2)								
TFD	2465.20	(2618.24)	1672.50	(1849.40)	0.99	.325	.026	無
TFC	13.15	(14.19)	10.70	(8.54)	改用詹森－內曼法			無
AFD	176.65	(64.72)	179.05	(59.29)	0.10	.748	.003	無
公式(3)								
TFD	9853.05	(7917.86)	6053.65	(5810.44)	改用詹森－內曼法			無
TFC	41.00	(33.32)	39.75	(25.97)	0.49	.487	.013	無
AFD	235.20	(44.40)	213.80	(45.26)	2.95	.094	.074	無
解題過程(1)								
TFD	7080.15	(5831.35)	4636.10	(3185.76)	0.45	.505	.012	無
TFC	23.55	(19.48)	28.25	(16.24)	0.01	.932	.000	無
AFD	228.95	(49.19)	219.90	(32.75)	0.00	.984	.000	無
解題過程(2)								
TFD	3091.75	(2971.74)	2457.00	(1906.46)	0.00	.965	.000	無
TFC	9.45	(7.10)	16.25	(12.11)	5.58	.024*	.131	高 < 低
AFD	200.00	(57.39)	213.75	(34.85)	0.99	.325	.026	無
解題過程(3)								
TFD	1381.85	(1430.79)	1372.55	(999.23)	0.48	.492	.013	無
TFC	5.55	(5.87)	9.90	(7.44)	5.91	.020*	.138	高 < 低
AFD	181.20	(73.46)	208.20	(80.58)	0.49	.485	.013	無
解題過程(4)								
TFD	981.80	(664.36)	994.80	(1191.05)	0.18	.678	.005	無
TFC	4.25	(3.91)	6.90	(5.36)	3.62	.065	.089	無
AFD	200.30	(91.34)	238.55	(70.53)	0.74	.395	.020	無
解題過程(5)								
TFD	736.20	(904.58)	1087.95	(1093.64)	2.08	.158	.053	無
TFC	3.25	(2.88)	5.35	(5.17)	改用詹森－內曼法			無
AFD	216.80	(129.85)	265.80	(121.18)	0.20	.654	.005	無

註：

1. TFD：Total Fixation Duration (單位：毫秒)、TFC：Total Fixation Counts (單位：次)、AFD：Average Fixation Duration (單位：毫秒)

2. 高：高數學焦慮組；低：低數學焦慮組

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

伍、討論與建議

本研究使用眼球追蹤技術來探討學生的數學焦慮程度與其閱讀微分範例之間的關聯，除了分析閱讀微分範例對於解題成效的影響之外，本研究更針對高、低數學焦慮程度的學生，探討其在閱讀微分範例時的差異。

一、高、低數學焦慮學生閱讀範例後的成效

針對數學焦慮與數學成績間的關係，本研究發現高、低數學焦慮組的參與者在前測成績上有顯著差異，且高數學焦慮組的前測成績顯著低於低數學焦慮組，表示學生的數學焦慮與其先備知識的程度有密切的關聯，此結果與多數先前研究相符，即數學焦慮程度與學生的數學成績有顯著的負相關（Barroso et al., 2021; Zhang et al., 2019）。然而，根據共變異數分析的結果，在控制前測成績之後，高、低數學焦慮組的後測成績卻沒有顯著差異，表示閱讀範例雖可提升兩組的後測成績，但兩組的進步幅度之間並沒有顯著差異，此結果乍看之下與注意力控制理論（Eysenck et al., 2007）的假設不符，但卻符合專業知識反轉效應（Kalyuga et al., 2003）所預期的現象。首先，根據專業知識反轉效應的假設，前測成績較低的參與者對相關微分公式的理解程度與解題技巧較差，故詳盡的範例可發揮鷹架的功能，在不增加其認知負荷的狀況下，協助前測成績較低的參與者對相關微分公式建構更穩固的理解與解題策略，使其在後測成績有所提升。然而，對前測成績較高的參與者而言，因其對相關的微分公式已較為熟悉，故要求其再閱讀對應的微分範例可能只是協助其鞏固或應用所學，無法協助其針對該公式建構更進階、深入的理解。其次，根據注意力控制理論（Eysenck et al., 2007）的假設，較高的數學焦慮感可能會佔據較多可用的工作記憶資源，此可能導致數學焦慮程度較高的參與者無法有效控制與安排處理外界訊息的進程，進而影響其閱讀範例的理解狀況。然而，必須強調的是，注意力控制理論並非武斷地主張數學焦慮感會減低學習的成效，而僅主張學習者可能會因為焦慮感佔據可使用的工作記憶資源，從而減緩其處理訊息的「效率」；換句話說，只要給高數學焦慮的學習者充裕的時間，他們還是能運用有限的工作記憶容量來逐步處理所有的訊息、達成自己學習的目標，只是其所需要的時間較低數學焦慮者較長而已。

因此，綜合注意力控制理論與專業知識反轉效應兩者來看，高數學焦慮者雖然前測的成績較低，且可能會因為較高的焦慮感而佔據其工作記憶的資源，但只要提供符合其程度的範例閱讀素材以及充裕的時間，高數學焦慮者還是可能透過閱讀範例而提升其對相關微分知識的理解，使其在後測成績上有較大幅度的進步。相對的，低數學焦慮者雖然不會因焦慮感而限縮其可使用的工作記憶資源，但若所提供的閱讀範例對其而言屬於較基本且簡單的內容，對其不具挑戰性，其可能無法從閱讀範例的過程中深化自己對相關微分知識的進一步理解，使其在後測的進步幅度較為有限。

二、數學焦慮與眼動指標的相關性

而上述結合注意力控制理論與專業知識反轉效應的觀點，在本研究分析數學焦慮程度與閱讀微分範例之眼動狀況間的關係時，獲得進一步確認；亦即，高數學焦慮的參與者，可能需要花費較多的時間來處理微分範例所提供的訊息，才能理解範例的內容。本研究的結果指出，參與者在閱讀微分範例時，其數學焦慮程度與部分興趣區的眼動指標之間具有顯著的關聯性。例如，在「乘積法則」的範例中，數學焦慮除了與「公式成立的前提」的總凝視時間、總凝視次數和平均凝視時間有顯著正相關之外，也與「公式的內容」的總凝視時間和總凝視次數、「解題過程中化簡的過程」的平均凝視時間有顯著正相關。而在閱讀「連鎖律」的範例時，數學焦慮程度則與「解題過程中微分的過程」的總凝視時間、總凝視次數和平均凝視時間有顯著正相關，也與「公式成立的前提」的平均凝視時間有顯著正相關。以上這些結果均指出，數學焦慮程度越較高的參與者，可能投注越多的凝視時間和凝視次數在特定的興趣區上，此乃因其數學焦慮感佔據其有限的工作記憶資源，使其需要使用較長的時間和較多的認知資源來處理對應的訊息。相較之下，數學焦慮程度越低的參與者，並不會被數學焦慮感佔據太多工作記憶資源，且對於相關範例的內容較為熟悉，所以雖然投注的凝視時間和次數都相對較少，也能對範例內容進行有效率的處理。

然而，在閱讀「除法法則」的範例時，數學焦慮與「解題過程」的總凝視次數有顯著負相關，代表數學焦慮程度越低，總凝視次數越高，此一發現與 Hunt 等人（2015）發現數學焦慮與許多眼動指標呈正相關的結果有所不同，此處或許可藉由參與者自述的範例閱讀歷程來加以解釋。根據參與者在資料收集後的口頭分享，有 9 位低數學焦慮組的學生表示自己不熟悉「除法法則」的公式，且習慣運用乘積法則來進行「 $f(x)/g(x)$ 」類型函數的微分運算，以 R11 的敘述為例：「我做這種題目通常不是用這個（除法法則），所以我可能會想一下，就是我會因為我一般不會這樣寫，就是我會把這邊（指分母部分的函數）變成 -1 ，變乘法來做。」換言之，對於不熟悉「除法法則」之低數學焦慮的參與者，他們可能需要投注額外的心力來進行「除法法則」和「乘積法則」之間的轉換，才能充分理解除法法則之公式和其對應的解題的過程。而這些低焦慮組學生的分享，恰符合專業知識反轉效應的假設（Kalyuga et al., 2003），亦即，這些低焦慮組的參與者，雖然已經理解乘積法則的公式，並建構出以乘積法則為基礎的解題步驟，但當其面臨不熟悉的除法法則範例時，需要耗費額外的工作記憶資源來將其轉換為乘積法則，導致其在閱讀時需要投注更多的視覺注意力資源才能完成相關的訊息處理，例如閱讀較多次除法法則範例中的解題過程。然而，究竟為何高、低數學焦慮的參與者在不同的範例時會展現出不同的眼球凝視行為，需要未來更進一步的研究。

三、高、低數學焦慮學生在閱讀範例時的眼球凝視狀況

基於相關性分析的結果，若進一步將參與者既有的微分知識程度納入考量，則可更深入分析數學焦慮程度與範例閱讀之間的關聯。也因此，透過共變異數分析，本研究發現，

在控制前測成績的影響後，高、低數學焦慮的學生雖然在絕大多數興趣區的凝視狀況並沒有顯著的差異，但高數學焦慮組的學生在閱讀某些範例的特定興趣區時，仍呈現較長的總凝視時間、較多凝視次數或較長的平均凝視時間，此結果顯示高數學焦慮的學生對這些興趣區的內容感到較為困難或複雜，所以需要投注更多的認知資源來處理對應的訊息。此外，本研究之共變異數分析的結果，也顯示以下三項重要的訊息。首先，高、低數學焦慮參與者在閱讀範例時，其眼動指標呈現顯著差異的數量，相較於相關分析時呈現顯著相關性的數量，較為減少；例如，參與者在閱讀「乘積法則」之「公式成立前提」時，其焦慮程度和總凝視時間、總凝視次數之間有顯著的正相關，但這兩個相關性，在共變異數分析的結果中並未呈現。由此可知，焦慮程度和範例閱讀之間的關聯，可能會受到學習者既有的知識程度影響。第二，藉由共變異數分析的過程，本研究發現參與者閱讀範例時的眼球凝視情形，可能會受其既有知識程度和焦慮程度兩因素之交互作用所影響；當上述兩者的交互作用顯著時，藉由詹森－內曼法的分析可知，僅有前測成績低於特定值的參與者，其對範例內容的凝視狀況才會受到焦慮程度的影響，而且皆是高焦慮組的參與者所投注的凝視時間和次數大於低焦慮組的學生。詹森－內曼法的分析結果，也符合前述注意力控制理論的假設，即焦慮程度較高的學習者，需要更長的時間來處理相關範例內容的訊息。第三，本研究分析的結果顯示，焦慮程度和範例閱讀之間的關聯性，在三個微分範例所呈現的狀況皆不相同。在閱讀「乘積法則」和「連鎖律」時，高數學焦慮者在與閱讀公式或解題過程時的平均凝視時間顯著高於低數學焦慮者，此結果對應到了注意力控制理論的假設。然而，在閱讀「除法法則」時，焦慮程度和其展現的凝視行為間的關係，不僅最為薄弱，且其關係還與注意力控制理論所假設的趨勢不同，即低數學焦慮者在閱讀解題過程時，較高數學焦慮者呈現出更多的凝視次數。此處亦可對應到前述對低數學焦慮學生口頭分享所進行的分析，即低數學焦慮者需要在閱讀時需要投注額外的記憶資源與視覺注意力資源，以理解自身較不熟悉的除法法則範例。此部分的結果，跟林宓雯與吳昭容（2016）的發現類似，即參與者的眼球運動模式，會隨著閱讀範例的題型不同而有所差異，且本研究的結果進一步指出，參與者既有的知識和焦慮程度，可能和其採用不同的眼球運動模式來閱讀不同題型的範例有關。

四、對未來教學與研究的建議

綜合來看，根據上述的研究結果，本研究對於微積分教學與未來研究，可提供諸多建議。在微積分教學方面，本研究的結果指出高數學焦慮的學生傾向在微分公式投注較多的凝視時間，顯示其在解讀微分公式時可能遭遇較大的困難，也因此，在微積分的教學過程中，宜引導學生充分瞭解相關公式的原理與意涵，如此，學生才能運用有限的工作記憶資源來更有效率地提取公式。此外，高數學焦慮的學生因為工作記憶資源被焦慮感佔據，使其可用來構思解題步驟與計算過程的工作記憶資源受限，也因此，在微分的範例設計方面，建議採用較簡單的函數或係數，以協助高數學焦慮的學生將認知資源運用在解題的思

路與步驟，而不是投注在繁瑣的計算過程中。而在未來研究方面，本研究的結果指出，數學焦慮程度的差異，也有可能是引發專業知識反轉效應的因素，因此未來研究可以探討相關情緒與認知因素之間的關聯或交互作用，以深入瞭解閱讀數學範例的歷程如何造成專業知識反轉效應。其次，本研究指出數學焦慮程度對於範例閱讀的影響，可能隨範例內容的複雜程度而改變，也因此，未來研究可深入探討不同數學焦慮程度的學生，是否會採取不同的策略來處理複雜的數學問題。最後，本研究僅採用與凝視有關的指標，藉由認知的觀點來探討數學焦慮和閱讀數學範例之間的關聯，建議未來研究可採用其他與情緒或情意相關的眼動指標，以從情緒的觀點來探討數學焦慮對數學學習歷程的影響。

誌謝

本研究感謝國家科學及技術委員會經費支持（研究計畫編號：NSTC 111-2410-H-003-012-MY3）。

參考文獻

- Skemp, R. R. (1995)。數學學習心理學（陳澤民，譯）。九章出版社。（原著出版於 1987 年）
[Skemp, R. R. (1995). *The psychology of learning mathematics* (Chen, T.-M., Trans.). Chiuchang. (Original work published 1987) (In Chinese)]
- 吳昭容（2019）。眼球追蹤技術在幾何教育的應用與限制。臺灣數學教育期刊，6（2），1–25。[Wu, C.-J. (2019). Applications and limitations of eye tracking in geometry education. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 6(2), 1–25. (in Chinese)] [https://doi.org/10.6278/tjme.201910_6\(2\).001](https://doi.org/10.6278/tjme.201910_6(2).001)
- 林柏寬（2023 年 12 月 13 日）。台灣學生把數學想得特別可怕？PISA 數學素養全球第 3、焦慮值卻超越平均。國立臺灣師範大學數學教育中心。[Lin, B.-K. (2023, December 13). *Do Taiwanese students find math particularly daunting? Ranked 3rd globally in PISA math literacy, yet their anxiety level exceeds the average*. Shi-Da Institute for Mathematics Education. (in Chinese)] <https://www.ime.ntnu.edu.tw/index.php/2023/12/15/2023-12-15/>
- 林棠雯、吳昭容（2016）。從眼動型態探討閱讀幾何文本的視覺化與推理歷程。教育學刊，47，41–77。[Lin, T.-W., & Wu, C.-J. (2016). Using eye movements to explore visualization and reasoning during the reading of geometric text. *Educational Review*, 47, 41–77. (in Chinese)] <https://doi.org/10.3966/156335272016120047002>
- 涂金堂（2011）。運用 [範例 (worked-out example)] 在國小數學問題解決的教學實驗研究。教育心理學報，43（1），25–49。[Tu, C.-T. (2011). An instructional experiment: Using worked-out examples in mathematics problem-solving of elementary school students. *Bulletin of Educational Psychology*, 43(1), 25–49. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6251/BEP.20100414>

- 涂金堂 (2012)。應用認知負荷理論的數學解題教學實驗。屏東教育大學學報-教育類, 38, 227-255。[Tu, C.-T. (2012). The application of Cognitive Load Theory to mathematical problem-solving instruction. *Journal of Pingtung University of Education: Education*, 38, 227-255. (in Chinese)] <https://www.airitilibrary.com/Article/Detail?DocID=P20161013002-201203-201610200029-201610200029-227-255>
- 教育部統計處 (2024)。大專校院學生數。[Department of Statistics (2024). *Number of college students*. (in Chinese)] <https://reurl.cc/r3WyXb>
- 陳琪瑤、吳昭容 (2012)。幾何證明文本閱讀的眼動研究：圖文比重及圖示著色效果。教育實踐與研究, 25 (2), 35-66。[Chen, C.-Y., & Wu, C.-J. (2012). Eye movements during geometry proof reading: Text contrasting with figure and the colored effects. *Journal of Educational Practice and Research*, 25(2), 35-66. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6776/JEPR.201212.0035>
- 陳學志、賴惠德、邱發忠 (2010)。眼球追蹤技術在學習與教育上的應用。教育科學研究期刊, 55 (4), 39-68。[Chen, H.-C., Lai, H.-D., & Chiu, F.-C. (2010). Eye tracking technology for learning and education. *Journal of Research in Education Sciences*, 55(4), 39-68. (in Chinese)] <http://www.AiritiLibrary.com/Publication/Index/2073753X-201012-201307090011-201307090011-39-68>
- 黃冠仁、陳福祥 (2006)。台灣地區大學生微積分學習態度的研究 (未出版碩士論文)。國立陽明交通大學。[Huang, G.-Z., & Tsen, F.-S. (2006). *A study on university students' attitude toward calculus learning in Taiwan* (Unpublished master's thesis). National Yang Ming Chiao Tung University. (in Chinese)] <https://ir.lib.nycu.edu.tw/handle/11536/78994>
- 劉湘川、白宗恩、鄭俊彥、黃玉臺、謝俊逸、陳建憲、蔡閔任、劉育隆 (2010)。微分基本公式之錯誤類型。測驗統計年刊, 18 (2), 35-49。[Liu, H.-C., Pai, T.-E., Cheng, C.-Y., Huang, Y.-T., Hsieh, C.-Y., Chen, J.-S., Tsai, H.-J., & Liu, Y.-L. (2010). The error type of basic differential formula. *Journal of Research on Measurement and Statistics*, 18(2), 35-49. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6773/JRMS.201012.0035>
- 黎佩芬、賴建都 (2011)。網路重度使用者對網頁訊息認知與瀏覽模式之研究－以台灣購物網站商品訊息呈現為例。電子商務學報, 13 (3), 517-553。[Li, P.-F., & Lai, C.-T. (2011). Eye Tracking Study on the internet heavy users' cognitive processing of information and navigational patterns of online shopping websites in Taiwan. *Journal of E-Business*, 13(3), 517-553. (in Chinese)] [https://doi.org/10.6188/JEB.2011.13\(3\).02](https://doi.org/10.6188/JEB.2011.13(3).02)
- 簡郁苓、吳昭容 (2012)。以眼動型態和閱讀測驗表現探討箭頭在科學圖文閱讀中的圖示效果。中華心理學刊, 54 (3), 385-402。[Jian, Y.-C., & Wu, C., J. (2012). The effect of arrows in an illustration when reading scientific text: evidence from eye movements and reading tests. *Chinese Journal of Psychology*, 54(3), 385-402. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6129/CJP.2012.5403.07>
- 魏傳昇 (2018)。微積分迷思概念之研究－以「微分的應用」為例。高等教育研究紀要, 8, 1-16。[Wei, C.-S. (2018). A study of students' misconception in calculus - Taking applications of differentiation as an example. *Memoirs of Higher Education Studies*, 8, 1-16. (in Chinese)]
- 魏麗敏 (1996)。國小學生學習動機、數學焦慮與數學成就之研究。國民教育研究集刊, 4, 133-155。[Wei, L.-M. (1996). Learning motivation, mathematics anxiety and mathematics achievement of primary school students. *Bulletin of Research on Elementary Education*, 4, 133-155. (in Chinese)] [https://doi.org/10.7038/BREE.199606\(4\).0006](https://doi.org/10.7038/BREE.199606(4).0006)

- Alemdag, E., & Cagiltay, K. (2018). A systematic review of eye tracking research on multimedia learning. *Computers & Education*, 125, 413–428. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.06.023>
- Andrá, C., Lindström, P., Arzarello, F., Holmqvist, K., Robutti, O., & Sabena, C. (2015). Reading mathematics representations: An eye-tracking study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 237–259. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9484-y>
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185. <https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196>
- Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224–237. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.224>
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2), 243–248. <https://doi.org/10.3758/BF03194059>
- Baloğlu, M., & Koçak, R. (2006). A multivariate investigation of the differences in mathematics anxiety. *Personality and Individual Differences*, 40(7), 1325–1335. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2005.10.009>
- Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. *Psychological bulletin*, 147(2), 134–168. <https://doi.org/10.1037/bul0000307>
- Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(5), 1860–1863. <https://doi.org/10.1073/pnas.0910967107>
- Betz, N. E. (1978). Prevalence, distribution, and correlates of math anxiety in college students. *Journal of Counseling Psychology*, 25(5), 441–448. <https://doi.org/10.1037/0022-0167.25.5.441>
- Ching, B. H.-H., Wu, H. X., & Chen, T. T. (2021). Maternal achievement-oriented psychological control: Implications for adolescent academic contingent self-esteem and mathematics anxiety. *International Journal of Behavioral Development*, 45(3), 193–203. <https://doi.org/10.1177/0165025420981638>
- Cipora, K., Szczygieł, M., Willmes, K., & Nuerk, H. C. (2015). Math anxiety assessment with the Abbreviated Math Anxiety Scale: Applicability and usefulness: Insights from the Polish adaptation. *Frontiers in Psychology*, 6, 1833. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01833>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Cuder, A., Živković, M., Doz, E., Pellizzoni, S., & Passolunghi, M. C. (2023). The relationship between math anxiety and math performance: The moderating role of visuospatial working memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 233, 105688. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2023.105688>
- Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, 7, 508. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508>
- Durette, R. T. (2009). *Adult estimation, eye movements, and math anxiety* [Unpublished master's thesis]. University of Nevada, Las Vegas.
- Estonanto, A. J. J., & Dio, R. V. (2019). Factors causing mathematics anxiety of senior high school students in calculus. *Asian Journal of Education and E-Learning*, 7(1), 37–47. <https://doi.org/10.24203/ajeel.v7i1.5701>

- Eysenck, M. W., Derakshan, N., Santos, R., & Calvo, M. G. (2007). Anxiety and cognitive performance: Attentional control theory. *Emotion*, 7(2), 336–353. <https://doi.org/10.1037/1528-3542.7.2.336>
- Gruenwald, N., & Klymchuk, S. (2003). Using counter-examples in teaching calculus. *The New Zealand Mathematics Magazine*, 40(2), 33–41.
- Hendel, D. D., & Davis, S. O. (1978). Effectiveness of an intervention strategy for reducing mathematics anxiety. *Journal of Counseling Psychology*, 25(5), 429–434. <https://doi.org/10.1037/0022-0167.25.5.429>
- Huang, C. H. (2011). Investigating the attitudes toward calculus of engineering students in Taiwan. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(2), 80–85.
- Hunt, T. E., Clark-Carter, D., & Sheffield, D. (2015). Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance: An eye-tracking approach. *Applied Cognitive Psychology*, 29(2), 226–231. <https://doi.org/10.1002/acp.3099>
- Hvelplund, K. T. (2014). Eye tracking and the translation process: Reflections on the analysis and interpretation of eye-tracking data. *MonTI Special Issue – Minding Translation*, 201–223. <https://doi.org/10.6035/MonTI.2014.ne1.6>
- Inglis, M., & Alcock, L. (2012). Expert and novice approaches to reading mathematical proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 358–390. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.4.0358>
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1976). Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive Psychology*, 8(4), 441–480. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(76\)90015-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(76)90015-3)
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1980). A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87(4), 329–354. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.87.4.329>
- Justice, L. M., Skibbe, L., Canning, A., & Lankford, C. (2005). Pre-schoolers, print and storybooks: An observational study using eye movement analysis. *Journal of Research in Reading*, 28(3), 229–243. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9817.2005.00267.x>
- Kadry, S., & El Shalkamy, M. (2012). Toward new vision in teaching calculus. *IERI Procedia*, 2, 548–553. <https://doi.org/10.1016/j.ieri.2012.06.132>
- Kalyuga, S. (2008). Relative effectiveness of animated and static diagrams: An effect of learner prior knowledge. *Computers in Human Behavior*, 24(3), 852–861. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2007.02.018>
- Kalyuga, S., Ayres, P. L., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychologist*, 38(1), 23–31. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_4
- Kargar, M., Tarmizi, R. A., & Bayat, S. (2010). Relationship between mathematical thinking, mathematics anxiety and mathematics attitudes among university students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 537–542. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.074>
- Khasawneh, E., Gosling, C., & Williams, B. (2021). What impact does maths anxiety have on university students? *BMC Psychology*, 9, 37. <https://doi.org/10.1186/s40359-021-00537-2>
- Knoblich, G., Ohlsson, S., & Raney, G. E. (2001). An eye movement study of insight problem solving. *Memory & Cognition*, 29(7), 1000–1009. <https://doi.org/10.3758/BF03195762>
- Lai, M. L., Tsai, M. J., Yang, F. Y., Hsu, C. Y., Liu, T. C., Lee, S.W.-Y., Lee, M. H., Chiou, G. L., Liang, J. C., & Tsai, C. C. (2013). A review of using eye-tracking technology in exploring learning from 2000 to 2012. *Educational Research Review*, 10, 90–115. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.10.001>
- LeFevre, J. A., & Dixon, P. (1986). Do written instructions need examples? *Cognition and Instruction*, 3(1), 1–30. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0301_1

- Li, T., Quintero, M., Galvan, M., Shanafelt, S., Hasty, L. M., Spangler, D. P., Lyons, I. M., Mazzocco, M. M. M., Brockmole, J. R., Hart, S. A. & Wang, Z. (2023). The mediating role of attention in the association between math anxiety and math performance: An eye-tracking study. *Journal of Educational Psychology*, 115(2), 229–240. <https://doi.org/10.1037/edu0000759>
- Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 405–427. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.09.003>
- Miller, D. (2010). Using a three-step method in a calculus class: Extending the worked example. *College Teaching*, 58(3), 99–104. <https://doi.org/10.1080/87567550903521249>
- Organization for Economic Cooperation and Development. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Panse, A., Alcock, L., & Inglis, M. (2018). Reading proofs for validation and comprehension: An expert-novice eye-movement study. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(3), 357–375. <https://doi.org/10.1007/s40753-018-0077-6>
- Perugini, M., & Banse, R. (2007). Personality, implicit self-concept and automaticity. *European Journal of Personality*, 21(3), 257–261. <https://doi.org/10.1002/per.637>
- Plake, B. S., & Parker, C. S. (1982). The development and validation of a revised version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Educational and Psychological Measurement*, 42(2), 551–557. <https://doi.org/10.1177/001316448204200218>
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 141, 83–100. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.07.014>
- Rayner, K. (1998). Eye movements in reading and information processing: 20 years of research. *Psychological Bulletin*, 124(3), 372–422. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.124.3.372>
- Renkl, A. (1999). Learning mathematics from worked-out examples: Analyzing and fostering self-explanations. *European Journal of Psychology of Education*, 14(4), 477–488. <https://doi.org/10.1007/BF03172974>
- Renkl, A. (2005). The worked-out-example principle in multimedia learning. In R. Mayer (Ed.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (pp. 229–246). Cambridge University Press. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1017/CBO9780511816819.016>
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), 551–554. <https://doi.org/10.1037/h0033456>
- Rounds, J. B., & Hendel, D. D. (1980). Measurement and dimensionality of mathematics anxiety. *Journal of Counseling Psychology*, 27(2), 138–149. <https://doi.org/10.1037/0022-0167.27.2.138>
- Schindler, M., & Lilienthal, A. J. (2019). Domain-specific interpretation of eye tracking data: Towards a refined use of the eye-mind hypothesis for the field of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 123–139. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-9878-z>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Schwonke, R., Renkl, A., Krieg, C., Wittwer, J., Alevén, V., & Salden, R. (2009). The worked-example effect: Not an artefact of lousy control conditions. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 258–266. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2008.12.011>

- Sevindir, H. K., Yazici, C., & Yazici, V. (2014). Mathematics anxiety: A case study for Kocaeli University. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 152, 637–641. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.09.255>
- Stewart, J., Clegg, D., & Watson, S. (2020). *Calculus : Early Transcendentals*, 9/e (Metric Version). Cengage Learning.
- Strohmaier, A. R., MacKay, K. J., Obersteiner, A., & Reiss, K. M. (2020). Eye-tracking methodology in mathematics education research: A systematic literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 104(2), 147–200. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09948-1>
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, 4(4), 295–312. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and Instruction*, 2(1), 59–89. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0201_3
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251–296. <https://doi.org/10.1023/A:1022193728205>
- Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. In M. Artigue, & G. Eryvynck (eds.), *Proceedings of Working Group 3 on Students Difficulties in Calculus, ICME-7, Québec 1992* (pp. 13–28.). Freie Universität Berlin.
- Tan, J. B., & Yates, S. (2011). Academic expectations as sources of stress in Asian students. *Social Psychology of Education*, 14(3), 389–407. <https://doi.org/10.1007/s11218-010-9146-7>
- Tang, S. T., & Dixon, J. (2002). Instrument translation and evaluation of equivalence and psychometric properties: The Chinese Sense of Coherence Scale. *Journal of Nursing Measurement*, 10(1), 59–76. <https://doi.org/10.1891/jnum.10.1.59.52544>
- The Advanced Placement Central. (2023). *AP Calculus AB: Scoring guidelines*. College Board. <https://apcentral.collegeboard.org/media/pdf/ap23-sg-calculus-ab.pdf>
- VanLehn, K. (1996). Cognitive skill acquisition. *Annual Review of Psychology*, 47, 513–539. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.47.1.513>
- Wu, C. H., Lin, W. T., & Shih, S. C. (2018). Confirmatory factor analysis and construct validity of the Chinese Math Anxiety Rating Scale-Revised for undergraduate calculus learners. *Psychological Testing*, 65(3), 291–313. <https://www.airitilibrary.com/Article/Detail?DocID=16094905-201809-201810160003-201810160003-291-313>
- Zhang, J., Zhao, N., & Kong, Q. P. (2019). The relationship between math anxiety and math performance: A meta-analytic investigation. *Frontiers in Psychology*, 10, 1613. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01613>
- Zhao, F., Schnotz, W., Wagner, I., & Gaschler, R. (2014). Eye tracking indicators of reading approaches in text-picture comprehension. *Frontline Learning Research*, 2(5), 46–66. <http://doi.org/10.14786/flr.v2i4.98>

附錄：大專校院學生數

附表 1

113 學年各學科類別於博士班、碩士班、學士班、專科之學生數

單位：人

統計期	學科類別	總計	博士班	碩士班	學士班	專科
		計	計	計	計	計
113 學年	總計	1,074,365	28,816	177,888	793,215	74,446
113 學年	教育學門	35,811	2,553	13,905	19,282	71
113 學年	藝術學門	81,451	1,146	10,894	67,355	2,056
113 學年	人文學門	13,283	879	3,258	9,146	-
113 學年	語文學門	64,596	1,254	6,405	52,065	4,872
113 學年	社會及行為科學學門	39,075	1,401	10,615	27,059	-
113 學年	新聞學及圖書資訊學門	14,094	137	1,999	11,958	-
113 學年	商業及管理學門	173,802	2,986	30,729	134,023	6,064
113 學年	法律學門	19,607	415	6,591	12,601	-
113 學年	生命科學學門	21,603	1,566	3,582	15,919	536
113 學年	環境學門	2,565	151	829	1,579	6
113 學年	物理、化學及地球科學學門	21,426	1,569	4,770	15,087	-
113 學年	數學及統計學門	12,066	208	1,805	10,053	-
113 學年	資訊通訊科技學門	84,008	1,525	15,003	64,768	2,712
113 學年	工程及工程學門	199,654	7,022	42,711	145,451	4,470
113 學年	製造及加工學門	7,389	164	1,040	5,948	237
113 學年	建築及營建工程學門	28,527	855	5,303	21,401	968
113 學年	農業學門	9,707	449	1,605	7,520	133
113 學年	林業學門	2,121	50	305	1,766	-
113 學年	漁業學門	2,266	110	298	1,781	77
113 學年	獸醫學門	2,079	86	235	1,758	-
113 學年	醫藥衛生學門	109,704	3,654	7,588	60,461	38,001
113 學年	社會福利學門	30,868	129	2,692	22,614	5,433
113 學年	餐旅及民生服務學門	86,210	244	4,345	73,689	7,932
113 學年	衛生及職業衛生服務學門	1,826	-	200	1,309	317
113 學年	安全服務學門	541	-	25	516	-
113 學年	運輸服務學門	7,776	98	877	6,425	376
113 學年	其他學門	2,310	165	279	1,681	185
113 學年	人文類	197,992	5,997	34,766	150,045	7,184
113 學年	社會類	363,656	5,312	56,971	281,944	19,429
113 學年	科技類	512,717	17,507	86,151	361,226	47,833

註：商業及管理、工程與醫藥衛生為學生人數前三多的學門（不計人文、社會、科技類）。