
傅培軒、徐柏棻、蔡孟蓉（2025）。
國二學生閱讀數學幾何證明問題之視覺行為特徵。
臺灣數學教育期刊，12（1），1-37。
[https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12\(1\).001](https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12(1).001)

國二學生閱讀數學幾何證明問題之視覺行為特徵

傅培軒¹ 徐柏棻² 蔡孟蓉²

¹臺北市立仁愛國民中學

²國立臺灣師範大學學習科學學士學位學程

本研究旨在利用眼動追蹤技術追蹤國二學生閱讀數學幾何證明問題時的閱讀歷程，探討視覺行為特徵和學習成效之間的關係。本研究採眼動實驗研究方法，從 90 名國二學生依數學段考成績，篩選出 17 名已認識基本幾何符號，但未學過幾何證明的學生，參與幾何證明教材閱讀的眼動實驗。受試者在實驗中需要閱讀九頁關於三角形全等性質（SSS、ASA、SAS）的學習教材，每個全等性質皆含有三個頁面（概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁），每個頁面皆含有三個興趣區塊（主旨區（T）、說明區（S）、圖形區（G））。本研究採資料為本的研究取向，根據後測成績將學生分成高低學習成效兩組，比較兩組學生在不同教材頁面和不同興趣區塊的所有眼動指標，並運用遲滯序列分析（Lag Sequential Analysis [LSA]）辨識出兩組學生在教材閱讀歷程中的視覺行為特徵。研究結果發現：在概念說明頁的圖形區塊，高學習成效組具有顯著較長的總閱讀時間、總凝視時間、平均凝視時間、閱讀時間比例、凝視次數比例、重複閱讀時間、和重複凝視時間，顯示高學習成效的學生在理解概念時會花費較多的心力處理圖形資訊；而在簡單例題頁的說明區的文字，高學習成效學生的平均凝視時間則顯著較短，代表較易於理解簡單例題的文字說明。此外，LSA 結果顯示，高學習成效組在三個頁面均無明顯的注意力轉移特徵，然而，低學習成效組的學生在概念說明頁和困難例題頁的主旨區皆與空白區有顯著的來回反覆思考的視覺行為特徵，顯示理解主旨訊息有一定的困難，且其在概念說明頁說明區的注意力會明顯地轉移到圖形區，顯示低學習成效學生在理解概念說明文字時，可能很需要圖片訊息的輔助。本研究透過眼動資料的探勘分析，找出學習成效高低的學生，尤其有學習困難的學生，在閱讀數學幾何證明教材歷程中，有關注意力分布和注意力轉移的視覺行為特徵。本研究發現應可提供未來促進個別化數學學習的數位學習平台的開發。

關鍵字：幾何證明、眼球追蹤、學習歷程、視覺行為特徵

通訊作者：蔡孟蓉，e-mail：mjtsai99@ntnu.edu.tw
收稿：2024 年 5 月 20 日；
接受刊登：2025 年 3 月 15 日。

Fu, P. H., Hsu, P. F., & Tsai, M. J. (2025).

Eighth graders' visual behavior characteristics when reading mathematical geometry proof problems.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 12(1), 1–37.

[https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12\(1\).001](https://doi.org/10.6278/tjme.202504_12(1).001)

Eighth Graders' Visual Behavior Characteristics When Reading Mathematical Geometry Proof Problems

Pei-Hsuan Fu¹ Po-Fen Hsu² Meng-Jung Tsai²

¹ Taipei Municipal Ren Ai Junior High School

² Program of Learning Sciences, National Taiwan Normal University

This study aims to track the reading process of eighth-grade students when reading mathematical geometry proof problems using eye-tracking technology and to explore the visual behavior characteristics associated with different learning outcomes. Using an eye-tracking experimental research method, this study selected 17 subjects from 90 Taiwanese eighth-graders based on their mathematics midterm exam scores. These students had a basic knowledge of geometric symbols but had not yet studied geometric proofs. They participated in an eye-tracking experiment while reading geometry-proof materials. During the experiment, participants were asked to read learning materials on triangle congruence properties (SSS, ASA, SAS). Each congruence property consisted of three pages: a concept explanation page, a basic example page, and an advanced example page. Each page contained three information zones: Main Idea Zone, Explanation Zone, and Diagram Zone. Based on a data-driven approach, this study divided the subjects into high and low learning outcome groups based on post-test scores. The study then compared all eye-tracking metrics among different information zones across different material pages. Additionally, for each group, Lag Sequential Analysis (LSA) was applied to identify visual behavior characteristics of students' reading processes. The results revealed that, on the concept explanation page's Diagram Zone, the high-performance group exhibited significantly longer total reading time, total fixation duration, average fixation duration, percent of reading time, percent of fixation count, secondary passing time, and revisited fixation duration, suggesting that students with higher learning outcomes invested more effort in processing graphical information when comprehending the concepts. On the simple example page's Explanation Zone, high-performance students showed a significantly shorter average fixation duration, indicating that they perceived it easier than the low-performance group to understand the textual explanations of simple examples. On the other hand, LSA results surprisingly indicated that high-performance students exhibited no significant attentional shifts among different information zones. In contrast, low-performance students displayed frequent back-and-forth inter-scanning between the Main Idea Zone and blank spaces on both the concept explanation and difficult example pages, suggesting difficulty in understanding the core information. Moreover, low-performance students shifted their attention from the Explanation Zone to the Diagram Zone on the concept explanation page, indicating a greater reliance on visual aids to comprehend textual explanations. Through the learning analytics of eye-tracking data, this study identified the visual behavior characteristics of attentional distributions and attentional shifts for students with different learning outcomes, especially for students with learning difficulties, in reading mathematical geometry proof materials. The findings of this study may contribute to the future development of personalized digital learning platforms to improve students' mathematics learning.

Keyword: Geometric proof, eye tracking, learning process, visual behavior characteristics

Corresponding author : Meng-Jung Tsai , e-mail : mjtsai99@ntnu.edu.tw

Received : 20 May 2024;

Accepted : 15 March 2025.

壹、緒論

一、研究背景

在數學領域中，「證明」是追求真理與確定性的主要工具，許多學者已經投入大量心力研究與探索有關學習證明的相關議題（Knuth et al., 2019; Lesseig, 2016; Mirza et al., 2022; Weber & Mejía-Ramos, 2014）。證明的過程是透過已知條件來推導待證明的目標，學習證明技巧和思維方式是理解數學本質的關鍵。在 K-12 數學領域學習中，有些學生在學習數學時，往往僅將重點放在「得到答案」，因此在學習過程中，學生可能會傾向於依賴形式上的記憶。例如：對於類似的練習題，只按照題目的既定做法進行數字代換就能得到答案，而此情況容易讓學習者誤以為數學學習僅是「算出答案」的假象。當數學教學進入證明問題的學習階段後，學生才能逐漸體會到，數學學習的精隨在於對題目脈絡的深入理解以及邏輯思考過程。因此，學生在閱讀證明問題和學習解題過程中的脈絡，是值得關注和討論的議題。

在數學證明中，幾何證明涉及圖形和空間概念，不同於代數證明主要依賴符號計算和抽象推理，幾何證明則經由圖形使得證明較為具體且形象化。此種特性使得幾何證明在數學教育中扮演著特別角色，不僅能加深學生對數學概念的理解，還能培養他們的空間能力。而幾何圖形的證明過程會提供學習者豐富的訊息，如線段長度、角度……資訊，由於數學證明需要運用邏輯推理能力、除了觀察概念元素之間的相互關係外，更需將證明過程藉由文字清楚描述，對於國中學生而言是個相當複雜的學習任務，故而不易掌握數學證明的論證手法與涵義（左台益等人，2011）。學習幾何證明的過程中，常需要運用多層次的認知能力來理解和應用幾何概念（Yang & Lin, 2008），在涉及幾何證明的閱讀過程中，圖形的閱讀相當重要，林采雯與吳昭容（2016）研究結果指出大學生在閱讀有符號表徵的文本時會與圖形有所對照。Shahbari 與 Daher（2020）的研究發現對於中學生來說，完整證明三角形全等是一項困難的挑戰。許多學生在解題過程中，往往未能提供充分的條件或未能指明所根據的三角形全等性質，而是直接得出答案，這樣的做法可能揭露了解題過程中所遭遇的難處，或是對目標的誤解。

在國民基本教育中，學生首次接觸較為嚴謹的數學證明通常是在國中學習階段，而三角形全等證明則是學校幾何學的關鍵學習主題，因為三角形全等在幾何定理的證明過程中具有其有用性（Jones et al., 2013）。然而，目前關於三角形全等的教學研究並不多（Jones et al., 2013; Shahbari & Daher, 2020），在課室教授三角形全等證明時，教師通常要求學生嚴格運用已知條件進行推理，以滿足兩個三角形全等的要求。由於全等三角形的充分條件相對形式化且易於記憶，這對於學習其他幾何證明命題具有重要的助益。因此，本研究旨在探討三角形全等證明的初學者，在閱讀學習素材時的閱讀模式，藉由對眼動資料進行探勘分析，從視覺注意力的分布情形以及視覺注意力的轉移焦點，來探討不同閱讀理解程度的學生，在閱讀教材內容時，是否具有相同或不同的視覺行為特徵。

二、研究動機

證明是數學的核心精髓 (Markel, 1994)，在國中數學教學中，「說明」和「證明」是經常讓教師與學生面臨巨大挑戰的兩個環節。學習「證明」不僅是數學學習的一部分，更是培養學生能有縝密思考與正確邏輯思維的基石。美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) 的數學教育原則與標準 (Principles and Standards for School Mathematics) 也包含了推理與證明 (NCTM, 2000)，從其所制定的原則與標準不難看出，NCTM 對於數學教育的看法並不全然在於計算，更重視於邏輯推理的過程並希望能實際應用。

在台灣，Lin 與 Cheng (2003) 的研究指出學習幾何證明是一項相當困難且複雜的任務，Cheng 與 Lin (2007) 發現接近三分之一的國中三年級學生無法寫出幾何證明過程，而另有三分之一的學生僅能寫出不完整的幾何證明。英國學者也有相似的研究，Healy 與 Hoyles (1998, 2000) 以英國九年級學生為研究對象，要求學生敘述證明的意義並完成解答，研究發現能簡單證明的學生僅占 28% 至 56%。這些研究結果顯示，對於國中學生來說，學習數學證明存在一定難度。有學者也強調在數學課程中，應加強學習證明，並且提出適當的課程材料開發 (Hanna & De Villiers, 2012)。然而，即使教師們在教學時使用相同的教材，學生的學習成效卻仍存在個別差異，而這些個別差異是否與學生閱讀教材內容的方式有關，本研究認為是值得進一步探討的方向。為了探究學習成效的差異是否與學生閱讀教材資料的方式有關，這些閱讀模式是否有顯著的特徵，目前並不清楚，仍需要更多相關的研究佐證。雖然三角形全等性質的學習是國中學習幾何證明的重要主題，但關於三角形全等的研究也不多 (Jones et al., 2013; Shahbari & Daher, 2020)，因此本研究選定三角形全等性質做為學習內容的主題。

眼動追蹤技術能夠測量自然閱讀過程中的即時訊息處理，直接反映閱讀者的視覺行為 (Rayner et al., 2006)，該技術已廣泛運用於閱讀研究 (Rayner, 2009)，至今已有不少數學相關研究採用眼動技術，先前學者回顧過去幾年在數學教育中使用眼動追蹤技術的相關研究 (吳昭容, 2019; Perttula, 2017; Strohmaier et al., 2020)，結果發現，自 2006 年以來，數學領域利用眼球追蹤的研究已快速增加 (Strohmaier et al., 2020)。研究內容多涉及數字和算術的部分，雖也有與幾何證明相關之研究 (Alqassab et al., 2018; Muldner & Bursleson, 2015)，但僅占其少部分 (Strohmaier et al., 2020)，而研究對象又以大學生為主，針對初學幾何證明的國中生之相關研究，仍然十分闕如，而學習成就較高的國中生是否能顯示如具有幾何證明學習經驗的大學生一樣的視覺行為模式，與學習成就較低的學生之間是否會有顯著的差別，應該是值得關注的研究議題。

許多先前研究曾經探討影響數學幾何證明學習成效的因素，如圖示著色與否會影響受試者的回憶率 (陳琪瑤、吳昭容, 2012)，林采雯與吳昭容 (2016) 所進行的研究指出，大部分讀者的閱讀順序是先閱讀文字再閱讀圖形，且違反「已知—新訊息」的文本排序會降低閱讀效率，但鮮少討論視覺行為模式與學習成效的關聯性或是對於學習成效的影響。眼動研究能在短時間之內收集大量眼動資料，以往多是以不同閱讀材料作為研究變項進行眼

動指標分析比較，而本研究的興趣在於了解不同學習成效群組的學生，是否具有不同的閱讀行為模式，因此，本研究將以學習成效作為分組依據，來觀察不同學習成效學生在教材閱讀歷程中的視覺行為模式。

整體而言，本研究有以下幾點特色：（一）不同於傳統在實驗室裡進行的眼動研究，本研究進入一般學校教室進行眼動實驗，在一般自然的學習閱讀情境中進行眼動資料收集；

（二）本研究以資料為本的機器學習研究取向（Rajendran et al., 2022），根據學生學習成效進行分組，再運用資料探勘方法分析不同群體眼動資料的特徵，將眼動數據納入大數據分析和機器學習的研究範疇，對創新與前瞻的研究領域進行初探。

三、研究問題

根據以上的研究背景及研究動機，本研究旨在探討未學習過數學幾何證明的國中二年級學生閱讀數學幾何證明的學習歷程，分析不同學習成效之學生在閱讀學習教材時，其注意力的分布情形以及注意力的轉移焦點，因此，本研究欲探討的研究問題如下：

- （一）對於尚未學習幾何證明之國中生，在數學幾何證明問題的閱讀歷程中，不同學習成效的學生是否會有不同的注意力分布情形？
- （二）對於尚未學習幾何證明之國中生，在數學幾何證明問題的閱讀歷程中，不同學習成效的學生是否會有不同的注意力轉移特徵？

貳、文獻探討

一、數學幾何證明的學習與其圖文閱讀理解相關研究

證明為數學學習中重要角色（Stylianides et al., 2017），且證明和推理是數學的基本面（Martin et al., 2005）。Hanna 等人（2009）提出數學證明含有「推理鏈」與「符號、語法的表徵」兩個要素，即使證明過程是以文字敘述，敘述語法也與其他學科有相當程度的相異。換句話說，即使學生能對他的老師論證或解釋某數學證明題，但學生仍需要學習以特定的證明格式加以紀錄，才算完成數學證明的學習（謝佳叡、唐書志，2017）。在教學現場，常見學生在計算證明題因未能完整描述理由而導致表現不佳，觀察其原因可能是學生對於數學語法表徵不夠熟悉所導致的結果。幾何學不僅是研究中小學學生證明和論證的重要領域（Campbell et al., 2020），幾何證明更是經常被用作學習數學證明的入門課程（左台益等人，2011），幾何圖形中有豐富的訊息，學習者能夠直接觀察圖形特徵，然而依舊需要學習者從中識別並提取所需要素，進一步利用這些要素推論幾何性質，這對於剛開始學習數學證明的初學者來說，是一個極具難度的學習挑戰。而許多研究也發現幾何證明問題中，學生很難將語言、符號和圖形及視覺之間建立聯繫（Alcock & Weber, 2010; Zazkis et al., 2016）。由上述可知，學習數學證明具有一定難度。

在數學教育中，幾何證明的教學是一個具有挑戰性的領域。Herbst 等人（2010）觀察三位數學教師在幾何課堂中使用不同教學情境與策略，但不論是何種教學策略或課室狀況，三位教師都相當注重幾何的邏輯與細節，特別是每個步驟之間的正確與關聯。Shahbari 與 Daher（2020）則發現學生在三角形全等的概念以及在相關證明過程中遇到了各種困難，而 Tsujiyama 與 Yui（2018）更是提到接受過關於三角形的定義和全等性質教學的學生，可能會更容易應對證明任務。

閱讀理解是學習過程中的必要環節，許多學者致力於研究數學中的閱讀理解（Akbaşlı et al., 2016; Österholm, 2006; Watkins, 1979），有研究則著重於幾何證明的閱讀理解（Anwar et al., 2021; Lin & Yang, 2007; Yang & Lin, 2008）。Selden 與 Selden（2003）研究結果指出應將閱讀與寫作視為一體，這對於讀懂數學證明與學習證明是相當重要的，而如何將閱讀與寫作融入數學教學，是一項至關重要的教學策略。Österholm（2006）探討數學的寫作敘述方法，對中學生與大學生在閱讀理解時的影響，發現閱讀文本敘述中當含有數學符號時，學習者需要有具備特定學科讀寫能力，該研究更建議應有進一步對於閱讀理解教學策略之研究。葉明達與柳賢（2007）更利用放聲思考研究方法，探討學生的「閱讀理解層級」及「數學解題階段」，進一步發展出「判讀理解層級」。Yang 與 Lin（2008）以閱讀理解的角度，探討學習者在閱讀幾何證明時的認知過程，以及知識與邏輯對其理解幾何證明的影響。更有對學生如何解讀數學單詞的相關研究，結果指出閱讀理解技巧在解讀數學詞語時發揮更大作用（Boonen et al., 2016）。Yang 與 Lin（2008）提出幾何證明閱讀模型（reading comprehension of geometry proof [RCGP]），指出理解幾何證明過程是多層次的，從基礎的理解到深入的邏輯分析與應用，其中包含了基本知識、邏輯系統、概念整合、一般性、應用與擴展、欣賞。此模型解釋了許多看得懂文句與要求，卻無法理解或辨認已知、應用、結論等相關幾何證明的高層次認知。

二、數學幾何證明圖文閱讀理解之眼動研究

眼動相關研究結果指出，影響學習者學習或閱讀模式的可能因素有很多，如：先備/先驗知識（Ho et al., 2014; Van Marlen et al., 2018; Yang et al., 2013）、圖文配置位置（賴孟龍、陳彥樺，2012; Yang et al., 2013）、學習素材差異（陳琪瑤、吳昭容，2012；簡郁苓、吳昭容，2012；Ott et al., 2018; Soemer & Schiefele, 2019）、動機或興趣（Catrysse et al., 2018; Soemer & Schiefele, 2019）、閱讀自我效能（Jian, 2017）、後設認知（Trevors et al., 2016）、認知負荷（Strobel et al., 2018）等。從以上討論可以發現，閱讀習慣會受到多重因素影響，而數學幾何證明的學習就常有文字與圖案同時出現的情況。過去文獻探討有關數學證明的學習，較多是透過操弄教學素材的準實驗研究法（左台益等人，2011；許瑋芷、陳明溥，2010）、問卷測量（Cheng & Lin, 2007; Healy & Hoyles, 2000）、放聲思考（葉明達、柳賢，2007）、訪談（Yang & Lin, 2008）……，經由所得之數據分析資料得出結果，但這些方法皆可能因為實驗對象對自我認識不足或由於事後訪談間隔了一段時間，甚至因不習慣或增加

工作負荷（如：放聲思考），而影響學習者的表現（Nisbett & Wilson, 1977）。上述可能所遇之難處，因眼球追蹤技術得以避免，賴於科技進步與眼球追蹤器材精進，用於實驗條件限制減少，遂成為探究學習者認知方式的較佳選擇。

然而縱覽這些研究會發現，大部分有關幾何學習的研究對象都是大學生（如：林宥雯、吳昭容，2016；陳琪瑤、吳昭容，2012；Alqassab et al., 2018; Lee & Wu, 2018; Muldner & Burleson, 2015），或是高中生（如：Schindler & Lilienthal, 2019），而在我國國中二年級的學生正是將要開始學習幾何證明的時候，且基於閱讀技能的成熟與認知功能的差異，經過升學篩選的大學生與已受過較為完整幾何證明訓練的高中生，都是已經對於幾何證明有一定熟悉度的實驗參與者，可能在面對相關的圖文敘述或是幾何證明時都已經是受過訓練的較佳閱讀模式，這些已經趨於成熟的閱讀者與尚未學習過嚴謹幾何證明的國中生相比，對於閱讀材料的處理方式不能直接由以往的研究來進行推論。

三、閱讀歷程的眼動指標分析

隨著科技的不斷進步，眼動技術相關設備逐漸成熟，研究者不再因昂貴的設備成本而對眼動實驗望而卻步。隨著眼動設備的使用門檻降低，快速推動了眼動相關研究的發展，這一趨勢使眼動技術在許多學科領域中的應用愈加廣泛。基於 Just 與 Carpenter (1976, 1980) 提出「心眼假設 (eye-mind hypothesis)」以及「立即性假設 (immediacy assumption)」，以及最基本的兩種眼球運動特徵 (Rayner, 1998)，也就是凝視 (Fixation) 和掃視 (Saccade)，研究者通常使用各種不同的眼動指標來解釋各種相關的認知意涵 (Rayner, 2009)，而 Lai 等人 (2013) 根據測量尺度將眼動指標分成時間指標、空間指標與次數指標等三大類別，時間類別的眼動指標常被用來分析有關「何時」和「多久」的研究問題 (Liversedge et al., 1998)；空間類別的眼動指標常被用來回答有關「何處」和「如何」的研究問題 (Liversedge & Findlay, 2000)；次數類別的眼動指標常被用來回答有關「連結」的研究問題。Lai 等人 (2013) 與楊芳瑩等人 (2018) 曾將眼動指標和認知意涵進行連結。本研究根據蔡孟蓉教授研究團隊所開發的即時眼動凝視辨識分析系統 (Real Gaze [RG]; Hsu et al., 2016) 所輸出的多項眼動指標，挑選出十一個在閱讀歷程中常見的眼動指標，以及其所代表的相關認知意涵（詳見表 1）。這些指標有些是整體螢幕畫面的眼動指標 (Slide Metrics，例如：Total Time Shown [TTS])，有些是個別興趣區塊 (Area of Interest [AOI]) 相關的眼動指標 (AOI Metrics，例如：Proportion of Fixation Duration [PFD])，有些則是既適用於整體螢幕也適用於個別 AOI 的眼動指標（例如：Total Fixation Duration [TFD]、Total Fixation Counts [TFC]、Average Fixation Duration [AFD]）。

簡言之，這些眼動指標常用來代表線上學習時閱讀數位學習教材或與數位學習內容互動的視覺行為特徵。而且經常用來揭示學習著的視覺注意力分布情形。並且有時會再進一步用眼動熱圖參照佐證。因此，本研究採取此方法深入分析眼動指標，以更精準地了解學生的閱讀歷程。

表 1

常見的閱讀歷程相關眼動指標及其所屬類別和所代表的認知意涵

類別	眼動指標	認知意涵
時間指標	總閱讀時間 (TTS)	處理整體畫面或個別區塊訊息時所花費的總時間，包含所有凝視時間和掃視時間的總和。代表處理該訊息所需要的總資源。
	首次閱讀時間 (FPT)	第一次經過個別區塊所花費的時間，包含凝視時間和掃視時間。代表對該訊息進行初次處理或任務初期階段所投入的資源。
	重複閱讀時間 (SPT)	再次經過個別區塊所花費的總時間，包含凝視時間和掃視時間。代表對該訊息進行再次處理或任務後期階段所重複投入的資源。
	總凝視時間 (TFD)	對於整體畫面或個別區塊進行認知處理所花費的總時間，包含所有凝視時間的總和。代表處理該訊息所需要的總認知資源。
	凝視時間百分比 (PFD)	個別區塊相對於整體畫面的總凝視時間的比值。代表對區塊訊息進行認知處理所分配的認知資源比例或注意力分配比例，亦可代表處理該訊息的專注程度。
	平均凝視時間 (AFD)	處理整體畫面或個別區塊訊息時，平均每個凝視點的時間長度。代表對該區塊訊息進行認知處理所需的平均深度或認知努力的強度，有時亦代表處理該訊息的困難程度。AFD 愈高代表訊息內容愈困難，認知負荷愈高。
	重複凝視時間 (RFD)	再次對個別區塊進行認知處理所花費的總凝視時間。代表對該訊息進行再次認知處理或任務後期階段所重複投入的認知資源，亦可代表該訊息對認知活動的重要性或關鍵性。
空間指標	平均跳視長度 (ASL)	處理整體畫面或個別區塊訊息時，連續兩個凝視點之間的平均距離，代表平均每次跳視能夠處理的訊息量，代表對該訊息的熟悉程度。ASL 愈長代表對訊息內容愈熟悉，或認知負荷愈小。
次數指標	總凝視次數 (TFC)	處理整體畫面或個別區塊訊息時，凝視點出現的次數總和。代表對該訊息進行認知處理的總次數。TFC 愈高代表訊息愈重要
	凝視次數百分比 (PFC)	個別區塊相對於整體畫面的總凝視次數的比率。代表對該訊息區塊的聚焦程度或訊息的重要性。PFC 愈高代表此訊息區塊愈重要，愈聚焦於此訊息區塊。
	來回掃視次數 (ISC)	在兩個個別區塊之間來回的跳視次數。代表對兩個區塊訊息有進行連結、比較、或統整的資訊需求。ISC 次數愈高代表進行連結、比較和統整等高階認知活動愈多。

四、視覺行為的遲滯序列分析

遲滯序列分析（Lag Sequential Analysis [LSA]; Bakeman & Gottman, 1997）是一種常見的行為分析統計方法，用於分析一連串行為事件發生序列中的顯著連續行為事件，在眼動資料分析中，一次凝視點位置的轉移代表一次事件。我們可以利用眼動儀器收集紀錄受試者的凝視點位置，並將閱讀內容以興趣區塊（AOI）進行編碼，透過觀察受試者凝視點在 AOI 中的轉移狀況，以代表受試者的視覺注意力的轉移順序。LSA 的資料分析最終（Bakeman & Gottman, 1997）會輸出一個 z 值表， z 值大於 1.96 的視覺注意力轉移則被視為顯著的注意力轉移特徵，我們可將顯著的注意力轉移行為，進一步使用進階眼動資料視覺化分析平台（Web-based Eye-tracking Data Analyzer [WEDA]; Tsai et al., 2018）輸出視覺化的眼動 LSA 分析結果，以清楚顯示個體或小組之視覺注意力在各 AOI 訊息之間的轉移特徵。本研究主要觀察學習者在不同 AOI 之間的注意力轉移狀況，因此採用去對角化演算法（Bakeman & Gottman, 1997）來呈現資料的分析結果。輸出圖形箭頭上的數字通常代表從一個 AOI 到另一個 AOI 的凝視轉移機率，通常界於 0 和 1 之間，數字愈大代表轉移機率愈高，亦代表此注意力轉移事件愈重要。

LSA 經常被使用在教育研究中，如 Hsu 等人（2019）探討了遊戲玩家的視覺行為分布和轉換模式與其自我效能的關係，結果表明自我效能較高的玩家更傾向於將注意力集中在成功完成任務所需的關鍵資訊上；Tsai 與 Wu（2021）的研究則利用 LSA 得知不同模式的學習者在選擇資訊時會有差異，而且當視覺注意力分配到無關的資訊上時，會降低任務表現；Chiou 等人（2022）使用 LSA 的研究分析表明，表現較好的學生能更頻繁的在教學內容、控制面板和目標區域之間進行視覺注意力轉移，表示他們具有更有效的信息整合策略。Tsai 等人（2022）和 Tsai 等人（2025）更使用 LSA 揭示出批判性思考閱讀策略的視覺行為特徵，以及不同網路知識信念群組在閱讀網路衝突資訊時的視覺行為特徵。

簡言之，LSA 分析方法很適合用於了解研究學習認知歷程的注意力動態變化，相比於傳統方法如問卷、放聲思考、事後訪談或行為記錄等，可能存在著受試者或觀察者都無法察覺到的視覺注意力行為，將眼動數據透過 LSA 進行分析，分析結果可以用以了解學習者在處理訊息時的視覺注意力轉移特徵，更能夠有效的探討受試者的認知過程。這也是本研究為何採取此方法進行眼動資料分析的原因。

參、方法

一、研究對象

本研究採用立意取樣，為避免因不識幾何符號而導致無法閱讀素材，研究對象是從臺灣台北市某國中 90 名沒有學習過「三角形全等性質」二年級生中，篩選其「基本幾何符號知識測驗」得分達 60 分以上之學生。挑選近五次段考成績排名前 25% 或後 25% 的學生共 18 名，資料分析過程刪除 1 名因眼睛視力而導致眼動資料不完整的研究對象，最後選出 7 位男學生、10 位女學生，針對 17 名研究對象來進行本實驗研究資料分析與結果討論。

二、研究工具

本研究使用的研究工具包括：實驗素材、基本幾何符號知識測驗問卷、學習成效測驗問卷、及眼動資料收集分析系統（Tobii 4C 眼動儀搭配 RG 軟體和 WEDA 平台）。

（一）實驗素材

本研究實驗素材為三角形的全等性質，一般而言，國中教學會涵蓋五種三角形全等之狀況：SSS、SAS、ASA、AAS 和 RHS。考量到國中生的專注力持續時間通常不到 15 分鐘（Vawter, 2010），本研究從中選擇了部分全等性質作為實驗素材。SSS 是最基本的全等性質予以保留，SAS、ASA、AAS 則保留「夾角」、「夾邊」概念的 SAS 和 ASA，由於 RHS 僅適用於直角三角形，與一般的全等性質較為不同，為避免誤解因此不納入本研究實驗素材。因此，本研究選取了三種全等性質（SSS、SAS、ASA）作為實驗素材。

為回答本研究之研究問題，經兩位現職國中教師以及一名數理教育專家討論後，分別設計了概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁，以觀察不同學習成效學生在理解概念時、利用概念解釋全等時、處理較複雜的幾何任務時的注意力分布情形，並設計每頁均有明確的主旨區、說明區以及圖形區的閱讀素材，以便後續分析注意力轉移模式，進一步討論學生可能在學習時採用的學習策略或是遭遇的學習困難。

實驗素材於教學頁面前，提供一複習頁（如圖 1），此頁為國小階段學過之全等相關符號名詞（如：對應邊、對應角、對應點及全等記號，以及介紹符號與用語，如：「S」表示邊、「A」表示角、夾邊與夾角之定義），此複習頁不予以分析。教學頁面（如圖 2），分別為概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁。概念說明頁包含內容為敘述該全等性質之定義和以尺規作圖說明該全等性質；簡單例題頁包含內容為兩個不重疊之三角形，示範如何依據題目所給的條件，利用三角形全等性質說明所指定的兩個三角形全等；困難例題頁與簡單例題頁面不同處為指定的兩個三角形是部分重疊，因此提高了題目之困難度。

圖 1

複習頁面內容

符號說明：

國小曾經學習過，若兩個三角形 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 能夠完全重疊，則稱「 $\triangle ABC$ 全等於 $\triangle DEF$ 」可以記做「 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 」此時

(1) 疊合在一起的頂點：
A和D、B和E、C和F稱為**對應點**

(2) 疊合在一起的邊：
 \overline{AB} 和 \overline{DE} 、 \overline{BC} 和 \overline{EF} 、 \overline{AC} 和 \overline{DF} 稱為**對應邊**

(3) 疊合在一起的角：
 $\angle A$ 和 $\angle D$ 、 $\angle B$ 和 $\angle E$ 、 $\angle C$ 和 $\angle F$ 稱為**對應角**

以下為方便起見，對於將使用到的符號與用語做說明

(1) 記號「S」表示三角形的**邊**(Side)

(2) 記號「A」表示三角形的**角**(Angle)

(3) **夾邊**：兩角所夾的邊，例如 $\angle A$ 與 $\angle B$ 夾邊為 \overline{AB}

(4) **夾角**：兩邊所夾的角，例如 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的夾角是 $\angle A$

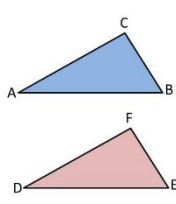


圖 2

教學頁面內容（以 SSS 全等性質為例）

概念說明頁

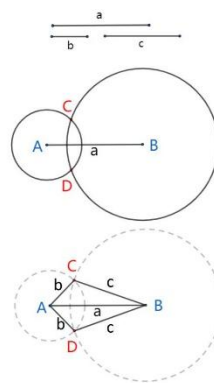
三角形的SSS全等性質：若兩三角形中，**三組對應邊分別等長**，則兩三角形全等

三角形SSS全等性質的理由：

若給定三段固定的長度 a 、 b 、 c ，用這

三段長度做出來的三角形是唯一的嗎？

- 1) 以線段 a 的左端 A 點為圓心，半徑為 b 畫一個圓，那麼這個圓上的每一個點到 A 的距離都是 b
- 2) 以線段 a 的右端 B 點為圓心，半徑為 c 畫一個圓，那麼這個圓上的每一個點到 B 的距離都是 c
- 3) 我們發現兩個圓交於兩個點 C 、 D
- 4) 連接 AC 、 AD 、 BC 、 BD
- 5) 可以發現 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 對折後能夠疊合
- 6) 用固定的三段長度為邊長做的三角形是唯一的
- 7) 於是發現：兩三角形中，三組對應邊分別等長，則兩三角形全等

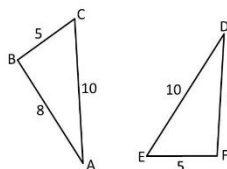


簡單例題頁

SSS全等性質**例題1**

如圖， $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 10$ ，且 $\triangle DEF$ 中 $\overline{DE} = 10$ 、 $\overline{EF} = 5$ 、 $\overline{DF} = 8$ ，試說明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否為全等關係？

<答>

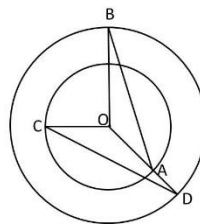
 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中因為 $\overline{AB} = \overline{DF} = 8$ $\overline{AC} = \overline{DE} = 10$ $\overline{BC} = \overline{EF} = 5$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

困難例題頁

SSS全等性質**例題2**

如圖，同心圓圓心為 O ，已知 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，試說明 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 是否為全等關係？

<答>

 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中因為 $\overline{AB} = \overline{CD}$ (已知條件) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (小圓半徑) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (大圓半徑)所以 $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ (SSS)

(二) 基本幾何符號知識測驗

本實驗閱讀素材內容為三角形的全等性質，內容包含一些數學符號，以基本幾何符號知識測驗來得知研究對象是否有足夠閱讀素材之先備知識，以避免因先備知識不足所導致實驗結果有所偏差的情況。基本幾何符號知識測驗題目是經兩名國中數學教師及一名數理教育專家審視，三名專家經多次會議討論後所確認的試題，基本幾何符號知識測驗共 7 題，共 20 個填充格（每格 5 分），滿分為 100 分（試題內容詳見附錄 1），詳細各題符號與所對應之實驗素材，如表 2。

表 2
基本幾何符號知識測驗試題分析表

題號	符號呈現	對應實驗素材或成效測驗
1	單一角度的表示，如： $\angle A$	ASA 全等性質概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁。SAS 全等性質概念說明頁、簡單例題頁。
2	兩點距離的表示，如： \overline{AB}	SSS 全等性質概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁。ASA 全等性質簡單例題頁、困難例題頁。SAS 全等性質概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁。
3	有被切割開的角度表達，以避免誤解符號在圖中意義，如： $\angle ACD$	SAS 全等性質困難例題頁。
4	角度相加、線段相加之符號表達 如： $\angle EAD + \angle DAC$	ASA 全等性質困難例題頁。
5	對於正方形與正三角形性質之理解，包含邊長相等、內角相等	SAS 全等性質困難例題頁。
6	外角定理之應用	學習成效測驗。
7	正三角形高與面積	學習成效測驗。

(三) 學習成效測驗

學習成效測驗是為了瞭解學生在閱讀實驗素材後之學習成效，經由兩名國中數學教師及一名數理教育專家審視，學習成效測驗中有選擇題、填充題、綜合題三種題型：選擇題 12 題（每題 4 分，共 48 分），評量研究對象對於三角形全等性質定義之記憶、理解與應用；填充題 1 題（共 6 格，每格 4 分，共 24 分），評量研究對象三角形全等性質之記憶與理解；綜合題 3 題（每題 7 分，共 21 分），內容為需利用三角形全等性質來說明題目中兩個

三角形全等之原因，評量研究對象對三角形全等性質之分析與評鑑能力，該題目依回答情況會給予相對應分數，詳見附件（試題內容詳見附錄 2），詳細所對應之全等性質與認知層次（Bloom et al., 1956），如表 3。評分綜合題時，由於可以部分給分，為求評分一致，是由兩名國中數學教師進行該大題之評分，若兩位教師評分相同即採計該成績；若出現評分不一的狀況，由第三名數學教師進行評分，若有與前兩位教師其中之一評分相同即為該相同分數；若三名數學教師評分皆不同則進行評判討論，最後三位數學教師達成評分共識。

表 3
學習成效測驗試題分析表

題號	對應全等性質	認知層次	題號	對應全等性質	認知層次
選擇 1	ASA	記憶	選擇 11	SSS	應用
選擇 2	SSS	記憶	選擇 12	ASA	應用
選擇 3	SAS	記憶	填充題	SSS、 ASA、 SAS	理解
選擇 4	SSS	理解	計算證明 1	SSS	分析
選擇 5	SAS	理解	計算證明 2	ASA	分析
選擇 6	ASA	理解	計算證明 3	SAS	分析
選擇 7	ASA	應用			
選擇 8	SAS	應用			
選擇 9	SAS	應用			
選擇 10	SAS	應用			

（四）眼動資料收集與分析系統

本研究資料收集使用遠距可攜式 Tobii 4C 眼動儀器（取樣頻率為 90Hz），Tobii 4C 可直接固定於筆記型電腦螢幕下方（如圖 3），實驗時搭配蔡孟蓉教授團隊所開發的「即時眼動凝視辨識分析系統（RG）」（如圖 4）即可同時進行眼動原始資料（sampling point）的收集、凝視點（fixation）的辨識、以及客製化眼動指標的輸出，由於 RG 軟體提供了二次眼動校正的功能，因此使用 Tobii 4C 和 RG 進行實驗所輸出的眼動數據和指標均具有一定的精準程度，這項技術讓學習者能夠在一般的學習環境中進行眼動實驗（Hsu et al., 2016）。因此，本研究選擇用 Tobii 4C 搭配 RG 軟體（Hsu et al., 2016）到學校教室進行眼動實驗資料的收集。另外，為將收集到的眼動凝視順序資料進行遲滯序列分析（LSA），本研究亦使用蔡孟蓉教授團隊開發的「進階眼動資料視覺化分析平台（WEDA）」（如圖 5）進行眼動資料的進階分析，此平台可將凝視點資料轉化為個人和小組的掃視路徑、凝視熱圖、以及將 LSA 分析結果直接輸出凝視點轉移特徵，用以揭示學習個體或群體在學習歷程或閱讀歷程

中的注意力分布和注意力轉移等視覺行為特徵。因此本研究運用 WEDA 系統進行後續的眼動資料進階分析，將眼動資料視覺化呈現分析結果。

圖 3

眼動儀設置及實驗示意圖

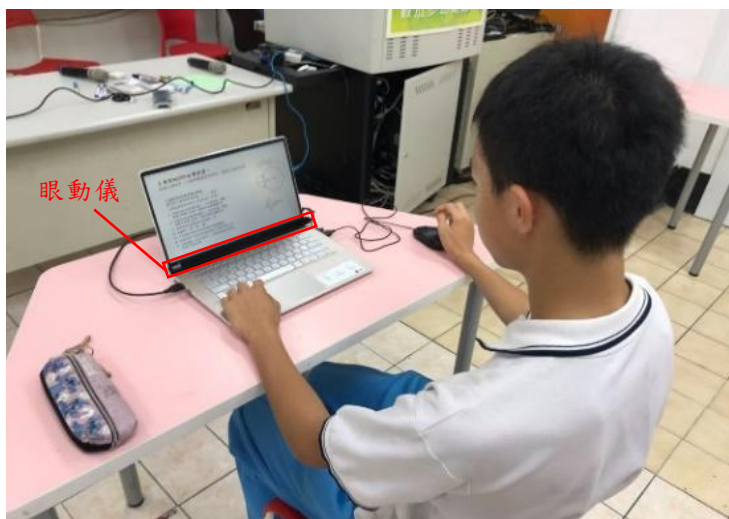


圖 4

即時眼動凝視辨識分析系統介面 (RG)

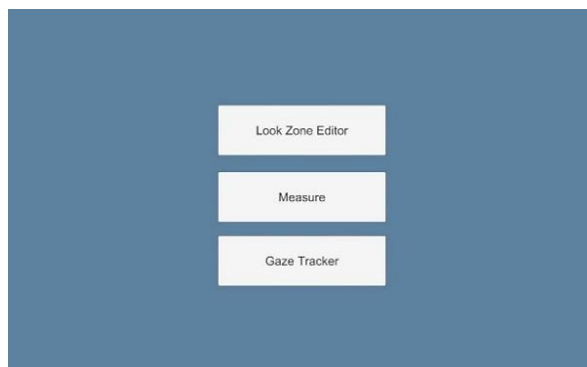


圖 5

進階眼動資料視覺化分析平台介面 (WEDA)



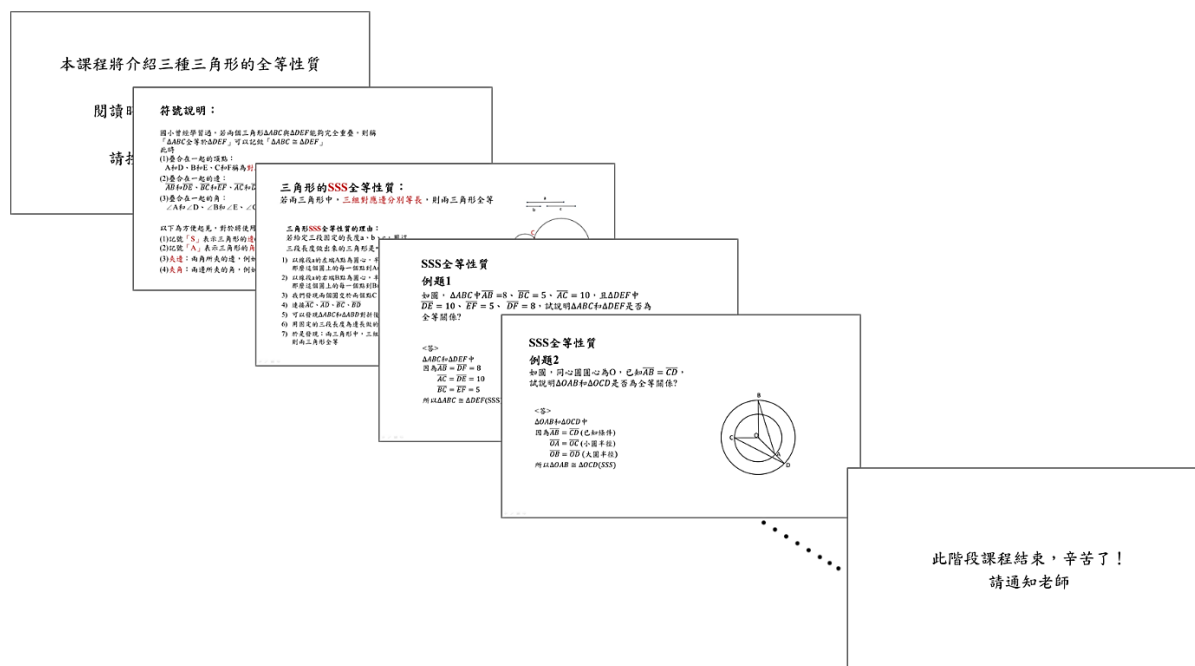
三、實驗流程

為使實驗能順利進行，且受試學生能完整看完實驗素材，並避免受試學生對於電腦操作的問題導致實驗中斷造成眼動資料遺失，在正式進行實驗前選取符合「沒有學習過三角形全等性質」且「通過基本幾何符號知識測驗」之學生三名，進行前導實驗以確認實驗流程細節以及所需時間。

研究流程為請學生填寫「基本幾何符號知識測驗問卷」，並依據基本幾何符號知識測驗成績達 60 分以上及近五次段考成績排名前 25%或後 25%者來進行後續的實驗素材閱讀之眼動資料收集。實驗素材閱讀前，研究者會協助研究對象使用 RG 系統進行眼動校正，通

過校正（確保所收集之視覺行為資料準確）後，會給予研究對象至多 20 分鐘的時間來閱讀實驗素材（如圖 6）。實驗素材閱讀完畢後請研究對象填寫學習成效測驗（至多 25 分鐘）。

圖 6
實驗素材呈現順序



四、資料處理與分析

(一) 研究對象分組

本研究依所收集到的學習成效測驗之結果，將研究對象依學習成效測驗成績平均將研究對象分為高學習成效組、低學習成效組。

(二) 教學頁面素材之興趣區編碼

本研究實驗主題為三角形的全等性質教學，實驗素材包含：複習頁（符號說明）、教學內容頁。教學內容頁類型區分為：概念說明頁、簡單例題頁、困難例題頁，每個三角形的全等性質皆有 1 頁概念說明頁、1 頁簡單例題頁和 1 頁困難例題頁。本研究將 3 個全等性質的概念說明頁歸為一組(共三個頁面)、簡單例題頁歸為一組(共三個頁面)、困難例題頁歸為一組(共三個頁面)，來形成不同教學內容類型的三組。為了進行視覺行為分析，本研究將每個教學內容頁分區定義：主旨區（T）、說明區（S）以及圖形區（G）三個興趣區（如圖 7），若不在上述三個興趣區域框內將視為空白區（Out）。針對上述之設計，用以進一步分析研究對象閱讀不同教學頁面時，其眼動指標及注意力轉移模式之差異。

圖 7

頁面興趣區 (AOI) 定義

概念說明頁

簡單例題頁

困難例題頁

主旨區 (T)

三角形的SSS全等性質：

若兩三角形中，三組對應邊分別等長，則兩三角形全等

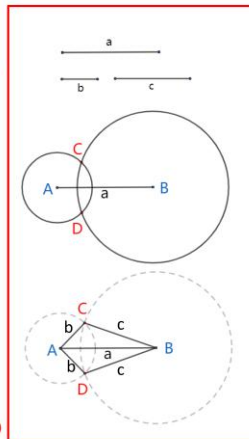
三角形SSS全等性質的理由：

若給定三段固定的長度 a 、 b 、 c ，用這三段長度做出來的三角形是唯一的嗎？

- 1) 以線段 a 的左端 A 點為圓心，半徑為 b 畫一個圓，那麼這個圓上的每一個點到 A 的距離都是 b
- 2) 以線段 a 的右端 B 點為圓心，半徑為 c 畫一個圓，那麼這個圓上的每一個點到 B 的距離都是 c
- 3) 我們發現兩個圓交於兩個點 C 、 D
- 4) 連接 AC 、 AD 、 BC 、 BD
- 5) 可以發現 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 對折後能夠疊合
- 6) 用固定的三段長度為邊長做的三角形是唯一的
- 7) 於是發現：兩三角形中，三組對應邊分別等長，則兩三角形全等

說明區 (S)

圖形區 (G)



主旨區 (T)

SSS全等性質**例題1**

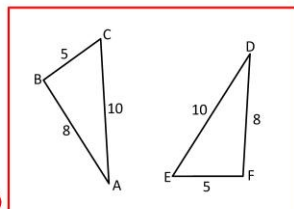
如圖， $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 10$ ，且 $\triangle DEF$ 中 $\overline{DE} = 10$ 、 $\overline{EF} = 5$ 、 $\overline{DF} = 8$ ，試說明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否為全等關係？

<答>

 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中因為 $\overline{AB} = \overline{DF} = 8$ $\overline{AC} = \overline{DE} = 10$ $\overline{BC} = \overline{EF} = 5$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF (SSS)$

說明區 (S)

圖形區 (G)



主旨區 (T)

SSS全等性質**例題2**

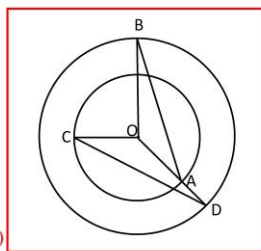
如圖，同心圓圓心為 O ，已知 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，試說明 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 是否為全等關係？

<答>

 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中因為 $\overline{AB} = \overline{CD}$ (已知條件) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (小圓半徑) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (大圓半徑)所以 $\triangle OAB \cong \triangle OCD (SSS)$

說明區 (S)

圖形區 (G)



(三) 眼動指標

依據前述的教學頁面的分類進行編碼，每一種教學頁面，觀察 5 個整體頁面的眼動指標 (TTS、TFD、PFD、TFC、AFD)，並對眼動指標進行重新計算，以概念說明頁為例 (表 4)。每個頁面興趣區分為：主旨區 (T)、說明區 (S)、圖形區 (G)，觀察 10 個 AOI 眼動指標，並對眼動指標進行重新計算，以概念說明頁的主旨區為例 (如表 5)。

表 4
整體眼動指標編碼表

眼動指標	編碼 (眼動指標_教學頁面類別)	計算方式
概念說明頁的總閱讀時間	TTS_概念說明頁	三個概念說明頁頁面的閱讀時間總和
概念說明頁的總凝視時間	TFD_概念說明頁	三個概念說明頁頁面的凝視時間總和
概念說明頁的凝視時間比例	PFD_概念說明頁	閱讀過程中使用者凝視的時間佔總閱讀時間的比例 (總凝視時間/總閱讀時間)
概念說明頁的總凝視次數	TFC_概念說明頁	三個概念說明頁頁面的凝視次數總和
概念說明頁的平均凝視時間	AFD_概念說明頁	三個概念說明頁頁面的平均每次凝視所花的時間 (總凝視時間/總凝視次數)

註：「概念說明頁」可換成「簡單例題頁」、「困難例題頁」。

TTS：總閱讀時間、TFD：總凝視時間、PFD：凝視時間比例、TFC：總凝視次數、AFD：平均凝視時間。

表 5
個別眼動指標編碼表

眼動指標	編碼 (眼動指標_教學頁面類別_興趣區域)	計算方式
概念說明頁主旨區 總閱讀時間	TTS_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面主旨區的閱讀時間總和
概念說明頁主旨區 總凝視時間	TFD_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面主旨區的凝視時間總和
概念說明頁主旨區 總凝視次數	TFC_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面主旨區的凝視次數總和
概念說明頁主旨區 平均凝視時間	AFD_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面主旨區的每次凝視所花的時間 (概念說明頁主旨區總凝視時間/概念說明頁主旨區總凝視次數)

表 5 (續)

眼動指標	編碼 (眼動指標_教學頁面類別_興趣區域)	計算方式
概念說明頁主旨區 閱讀時間比例	PTS_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面的主旨區 的閱讀時間佔總閱讀時間比例
概念說明頁主旨區 凝視時間比例	PFD_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面主旨區的 凝視時間佔該主題閱讀時間比 例(概念說明頁主旨區總凝視 時間/概念說明頁總凝視時間)
概念說明頁主旨區 凝視次數比例	PFC_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面的主旨區 的凝視次數佔總凝視次數比例 (概念說明頁主旨區總凝視次 數/概念說明頁總凝視次數)
概念說明頁主旨區 首次閱讀時間	FPT_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面的主旨區 第一次花的閱讀時間總和
概念說明頁主旨區 重複閱讀時間	SPT_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面的主旨區 再次花的閱讀時間總和
概念說明頁主旨區 重複凝視時間	RFD_概念說明頁_T	三個概念說明頁頁面的主旨區 再次凝視的時間總和

註：「概念說明頁」可換成「簡單例題頁」、「困難例題頁」。

主旨區(T)可換成說明區(S)、圖形區(G)。

TTS：總閱讀時間、TFD：總凝視時間、TFC：總凝視次數、AFD：平均凝視時間、PTS：閱讀
時間比例、PFD：凝視時間比例、PFC：凝視次數比例、FPT：首次閱讀時間、SPT：重複閱讀
時間、RFD：重複凝視時間。

(四) 統計分析

為探討不同研究對象分組在不同教學頁面的注意力分布情形及注意力轉移模式之情形，本研究將各項 RG 提供的眼動指標進行統計分析，本研究使用兩組獨立樣本無母數檢定(Mann-Whitney U [U -test])比較具有不同學習成效的兩個群組，學生之注意力分布情形有無顯著差異；並使用 WEDA 平台(Tsai et al., 2018)進行遲滯序列分析(LSA; Bakeman & Gottman, 1997)，瞭解不同學習成效群組其注意力轉移模式情況。

肆、研究結果

一、學習成效與注意力分布情形

本節為討論不同學習成效學生之注意力分布情形，依據學習成效測驗成績之平均($M=59.19$)，分為高學習成效組($N=9$, $M=74.48$, $SD=10.40$)與低學習成效組($N=8$, $M=$

40.38, $SD = 6.65$), 並對兩組之學習成效分數進行組間 Mann-Whitney U (U -test) 檢定, 檢定結果 $p < .001$, 顯示確實達到顯著高、低的不同學習成效分組。接著對各項眼動指標進行 Mann-Whitney U (U -test) 檢定方法, 僅列出有顯著差異之眼動指標, 並進行各組間效果量 (Cohen's d) 之計算。

(一) 高、低學習成效學生閱讀概念說明頁之注意力分布情形的 U -test 檢定結果

對高學習成效組與低學習成效組在概念說明頁中的眼動指標進行 U -test 檢定, 檢定結果 (如表 6) 顯示高學習成效組在概念說明頁中圖形區的「總閱讀時間、總凝視時間、平均凝視時間、閱讀時間比例、凝視次數比例、重複閱讀時間和重複凝視時間」, 都顯著高於低學習成效組 ($z = -2.02$ 至 -2.89), 結果中 Cohen's d 數值介於 1.08 至 1.61 之間, 顯示具有高度效果量 (Cohen's $d \geq 0.8$), 因此該統計結果表示兩組之間有顯著的差異, 值得進一步探討其差異的原因及意義, 以下逐項說明個別眼動指標差異可能代表的意義。

概念說明頁與另兩頁例題頁不同, 概念說明頁是在使閱讀者理解透過部分角度或邊長相等的條件, 即可說明兩個三角形全等。高學習成效組在概念說明頁圖形區的總閱讀時間、總凝視時間、平均凝視時間以及閱讀時間比例都顯著高於低學習成效組, 表示高學習成效組花了更多的心力與時間在理解圖形的意涵; 而凝視次數比例則表示高學習成效組對於圖形區更有興趣, 給予圖形區的關注更多; 而重複閱讀時間與重複凝視時間的差異, 則代表了高學習成效組再次利用圖形進行統整的能力與行為。

表 6

高、低學習成效學生閱讀「概念說明頁」眼動指標 U -test (僅列出顯著)

眼動指標	學習成效	平均數	標準差	z 值	Cohen's d
圖形區總閱讀時間	低	24.95	12.46	-2.12*	1.14
	高	46.41	23.48		
圖形區總凝視時間	低	5.14	4.45	-2.02*	1.23
	高	13.15	8.11		
圖形區平均凝視時間	低	0.29	0.03	-2.79**	1.44
	高	0.33	0.03		
圖形區閱讀時間比例	低	11.22	3.95	-2.89**	1.61
	高	18.76	5.30		
圖形區凝視次數比例	低	12.02	6.77	-2.55**	1.27
	高	21.53	8.10		
圖形區重複閱讀時間	低	22.67	12.76	-2.02*	1.08
	高	43.36	23.78		
圖形區重複凝視時間	低	3.45	4.43	-2.21*	1.32
	高	11.18	7.04		

註: * $p < .05$. ** $p < .01$.

(二) 高、低學習成效學生閱讀簡單例題頁之注意力分布情形的 *U*-test 檢定結果

對高學習成效組與低學習成效組在簡單例題頁中的眼動指標進行 *U*-test 檢定，檢定結果（如表 7）顯示低學習成效組在簡單例題頁中說明區的平均凝視時間，顯著高於高學習成效組（ $z = 2.21$ ），結果中 Cohen's d 數值為 1.25，具有高度效果量（Cohen's $d \geq 0.8$ ）。

在簡單例題頁的眼動資料發現，僅有說明區的平均凝視時間有顯著差異，且是低學習成效組的平均凝視時間高於高學習成效組，顯示低學習成效組在簡單例題頁的說明區付出了更多努力，這可能也代表對於低學習成效的學生，在接受利用全等性質說明全等這件事情上產生了基模（Piaget, 1952）同化或調適的困難，進而導致學習成效較低。

表 7

高、低學習成效學生閱讀「簡單例題頁」眼動指標 *U*-test（僅列出顯著）

眼動指標	學習成效	平均數	標準差	z 值	Cohen's d
說明區平均凝視時間	低	0.32	0.03	2.21*	1.25
	高	0.28	0.02		

註：* $p < .05$ 。

(三) 高、低學習成效學生閱讀困難例題頁之注意力分布情形的 *U*-test 檢定結果

結果顯示在困難例題頁，高、低學習成效學生在整體眼動指標與各興趣區個別眼動指標皆無顯著差異。

二、學習成效與注意力轉移模式

本節依據前一小節之學習成效分組，為討論不同學習成效學生之注意力轉移模式是否有差異表格（如表 8-13）內容為經由遲滯序列分析後，所獲得之調整後的殘差（ z 分數）結果。表格內容記錄了凝視點從縱向興趣區轉移至橫向的興趣區的 z 分數。若調整後的殘差（ z 分數）數值大於 1.96，即說明有顯著的視覺注意力轉移行為，本研究將有顯著的視覺注意力轉移行為以箭頭方式繪製於圖中（如圖 8-13），箭頭方向為興趣區轉移方向，箭頭旁所標註的數值為轉移至另一興趣區的轉移機率。LSA 結果如下。

(一) 高、低學習成效學生閱讀概念說明頁之注意力轉移模式

表 8 與表 9 分別呈現高學習成效組與低學習成效組在概念說明頁中的調整後的殘差（ z 分數）結果，從 z 分數數值中可以發現，高學習成效組並無任何顯著的視覺注意力轉移行為（ $z \leq 1.96$ ），低學習成效組則在 $S \rightarrow G$ （ $z = 3.28$ ）、 $T \rightarrow \text{Out}$ （ $z = 3.80$ ）、 $\text{Out} \rightarrow T$ （ $z = 5.32$ ）有顯著的視覺注意力轉移（ $z > 1.96$ ）。

由於高學習成效組並無顯著視覺注意力轉移行為，因此圖 8 並未繪製箭頭。從圖 9 中可看出低學習成效組顯著轉移行為，在 $S \rightarrow G$ 的轉移機率為 0.80，而從 $T \rightarrow \text{Out}$ 和 $\text{Out} \rightarrow T$ 的轉移機率分別為 0.17 和 0.31。

概念說明頁是在使閱讀者能夠理解全等性質的理由，低學習成效組從說明區到圖形區的視覺注意力轉移頻率顯著高於隨機情況下的預期，可能表示對於低學習成效的學生來說，要將文字說明與圖形表徵進行連結需要更多的心力與多次對照；而主旨區與空白區的來回視覺注意力轉移也顯著高於隨機情況下的預期，則表示該組學生對於主旨的思考，與思考後再度確認主旨的狀況。

如圖 8 與圖 9，LSA 分析 z 值，如表 8 與表 9，可以看出高學習成效組學生在各興趣區域（AOI）間沒有顯著注意力轉移行為，而低學習成效組學生則有兩種注意力轉移，分別為在主旨區（T）與「空白區（Out）」之間，以及從說明區（S）到圖形區（G）的轉移模式。

表 8
概念說明頁高學習成效組 z 分數表

起點 \ 終點	G	S	T	Out
G	—	0.43	1.90	-1.53
S	0.01	—	-2.24	1.31
T	0.32	-0.49	—	0.31
Out	-0.32	0.04	0.87	—

表 9
概念說明頁低學習成效組 z 分數表

起點 \ 終點	G	S	T	Out
G	—	1.22	-0.27	-1.22
S	3.28	—	-2.43	-1.53
T	-1.69	-0.61	—	3.80
Out	-2.00	-0.67	5.32	—

圖 8
概念說明頁高學習成效組注意力轉移模式
（人數 = 9，轉移次數 = 295）

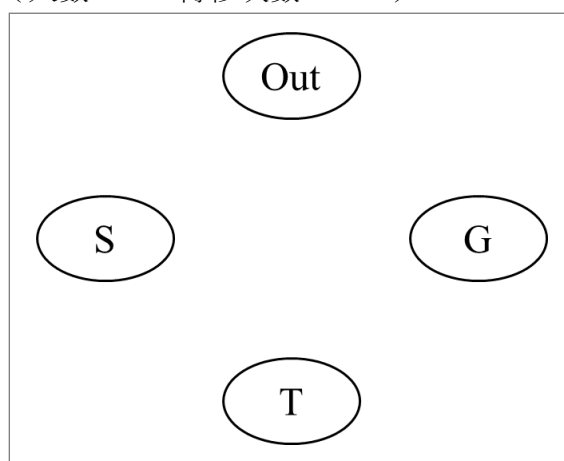
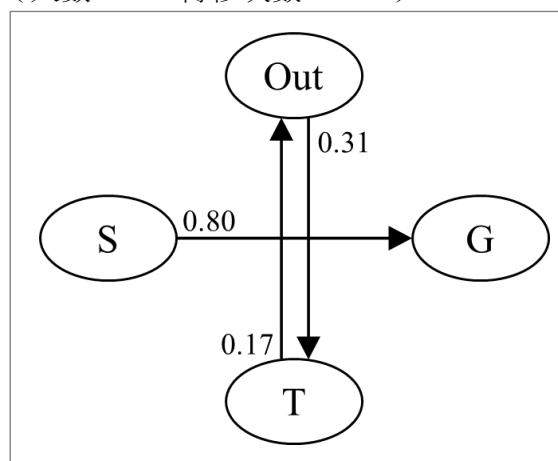


圖 9
概念說明頁低學習成效組注意力轉移模式
（人數 = 8，轉移次數 = 160）



註：箭頭旁邊數字為轉移機率

（二）高、低學習成效學生閱讀簡單例題頁之注意力轉移模式

表 10 與表 11 分別呈現高學習成效組與低學習成效組在簡單例題頁中的調整後的殘差（ z 分數）結果，從 z 分數數值中可以發現，高、低學習成效組並無任何顯著的視覺注意力轉移行為（ $z \leq 1.96$ ）。

因此高、低學習成效組之 LSA 圖中（圖 10、圖 11）並未繪製任何箭頭。表示不論學習成效高或低，兩組學生在閱讀簡單例題的時候，都沒有顯著高於隨機預期情況的視覺注意力轉移模式，可能與本頁為簡單例題頁有關，所有的條件與圖形都是相當直接的表徵，兩個全等的三角形也僅是旋轉的差異，使學生能簡單的讀懂該頁，而沒有須來回對照或是思考的閱讀狀況。

如圖 10 與圖 11，LSA 分析 z 值，如表 10 與表 11，可以看出不論高、低學習成效的學生在這個分類的投影片均沒有顯著的注意力轉移模式。

表 10
簡單例題頁高學習成效組 z 分數表

終點 起點	G	S	T	Out
G	—	1.38	-0.50	-1.34
S	0.31	—	-0.40	0.13
T	0.67	-1.49	—	1.30
Out	-1.34	0.23	1.33	—

表 11
簡單例題頁低學習成效組 z 分數表

終點 起點	G	S	T	Out
G	—	-0.56	0.88	-0.53
S	1.46	—	-1.74	0.51
T	-0.76	0.70	—	0.11
Out	-1.06	-0.28	1.70	—

圖 10
簡單例題頁高學習成效組注意力轉移模式
(人數 = 9, 轉移次數 = 107)

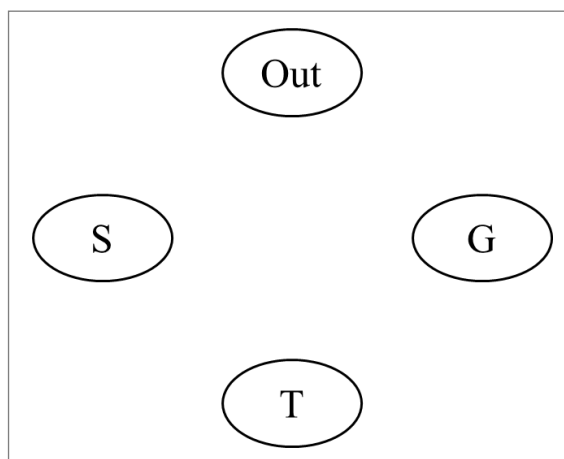
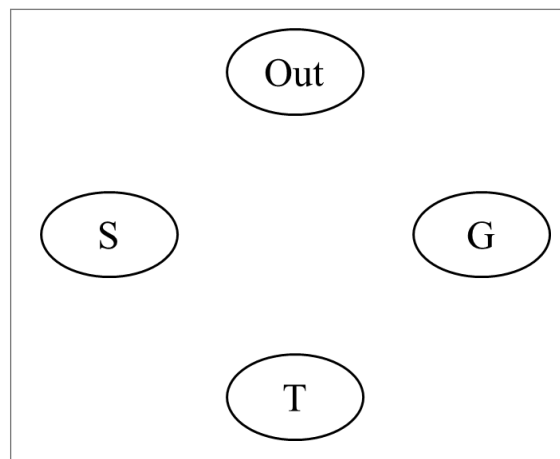


圖 11
簡單例題頁低學習成效組注意力轉移模式
(人數 = 8, 轉移次數 = 95)



(三) 高、低學習成效學生閱讀困難例題頁之注意力轉移模式

表 12 與表 13 分別呈現高學習成效組與低學習成效組在困難例題頁中的調整後的殘差 (z 分數) 結果，從 z 分數數值中可以發現，高學習成效組仍無任何顯著的視覺注意力轉移行為 ($z \leq 1.96$)，低學習成效組則在 $T \rightarrow \text{Out}$ ($z = 2.03$)、 $\text{Out} \rightarrow T$ ($z = 2.69$) 有顯著的視覺注意力轉移 ($z > 1.96$)。

由於高學習成效組並無顯著視覺注意力轉移行為，因此圖 12 並未繪製箭頭。從圖 13 中可看出低學習成效組顯著轉移行為，在 $T \rightarrow \text{Out}$ 和 $\text{Out} \rightarrow T$ 的轉移機率分別為 0.08 和 0.43。在困難例題頁的視覺注意力轉移模式，可以看出低學習成效組在主旨區與空白區的視覺注意力轉移模式顯著高於隨機情況下的預期，表示該組學生對於主旨的思考，與思考後再度確認主旨的狀況。

如圖 12 與圖 13，LSA 分析 z 值，如表 12 與表 13，可以看出高學習成效學生在各興趣區域（AOI）間沒有特定的注意力轉移模式，而低學習成效學生在主旨區（T）與「空白區（Out）」之間有來回的注意力轉移模式。

表 12
困難例題頁高學習成效組 z 分數表

起點 \ 終點	G	S	T	Out
G	—	0.62	1.22	-1.85
S	0.79	—	-1.85	0.88
T	1.26	-2.19	—	1.24
Out	-2.40	1.92	0.83	—

表 13
困難例題頁低學習成效組 z 分數表

起點 \ 終點	G	S	T	Out
G	—	0.99	0.84	-2.82
S	1.27	—	-2.15	1.33
T	0.39	-1.39	—	2.03
Out	-2.44	0.70	2.69	—

圖 12
困難例題頁高學習成效組注意力轉移模式
(人數 = 9，轉移次數 = 162)

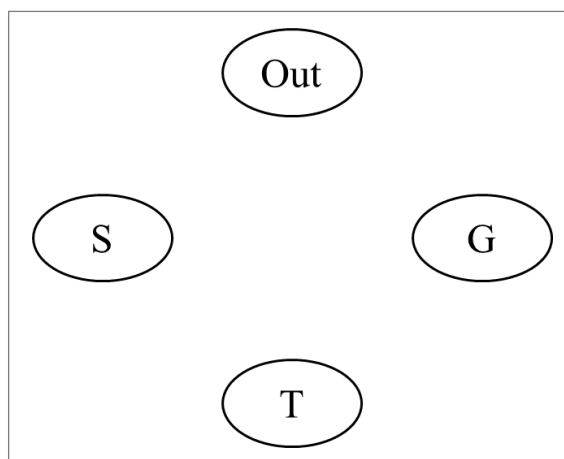
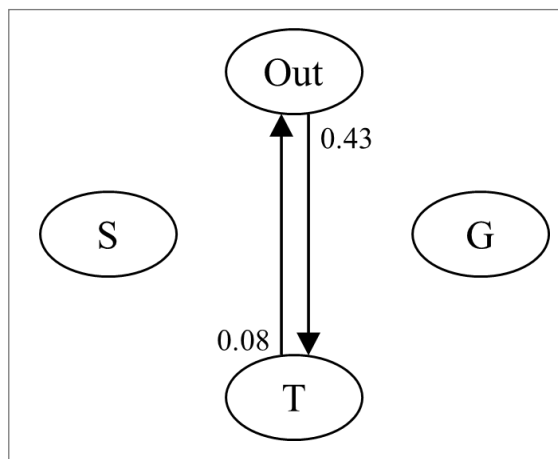


圖 13
困難例題頁低學習成效組注意力轉移模式
(人數 = 8，轉移次數 = 136)



註：箭頭旁邊數字為轉移機率

伍、結論與建議

本研究旨在探討國中二年級尚未學習過幾何證明的學生，在觀看有關三角形全等性質的教學說明以及例題時，不同學習成效學生的閱讀模式是否有差異，根據蒐集到的眼動資料進行分析有以下結論：

一、國二學生在閱讀三角形全等性質教材的概念說明圖文時，高學習成效學生比低學習成效學生更專注於圖形的閱讀

本研究的三角形全等性質概念說明頁以圖文並列的方式呈現，並且文字所佔的區域要比圖形區大，高學習成效學生在概念說明頁圖形區的總閱讀時間、總凝視時間、平均凝視時間、閱讀時間比例以及凝視次數比例皆顯著多於低學習成效的學生，顯示高學習成效學生比低學習成效學生花了更多的心力在圖形區，從而理解並學習三角形的全等性質，顯示在幾何證明的學習歷程中，藉由圖形來了解概念並學習是相當重要的。除了上述提到有關凝視與閱讀時間的眼動指標外，高學習成效的學生在概念說明頁的圖形區的重複閱讀時間、重複凝視時間也都顯著多於低學習成效的學生，考量到學習成效的差異，以及圖形在閱讀幾何文本時的重要性（Lee & Wu, 2018），這兩項眼動指標的差異表明了高學習成效的學生有著較好的圖形整合能力。Lee 與 Wu（2018）的研究說明了幾何文本在圖形閱讀的重要性，林采雯與吳昭容（2016）的研究也表明證明題中讀圖的比例較高，兩者的研究對象都是已經有過幾何學習經驗的大學生，對於幾何文本的閱讀特性都與本研究的高學習成效學生較為類似，即閱讀圖形是學習幾何證明的重要過程，並且需藉由圖形來鞏固幾何證明的學習。

二、國二學生在閱讀三角形全等性質教材的簡單例題說明文字時，低學習成效的學生具有較高的認知負荷

低學習成效學生在簡單例題頁說明區的平均凝視時間顯著高於高學習成效學生，考由於該組學習成效較低，以及平均凝視時間代表處理該興趣區域（AOI）訊息的困難度或需投入的努力程度，因此，這可能代表對於低學習成效學生對於說明區內容仍然有所困惑，仍具有較高的認知負荷。而簡單例題頁的說明區是在利用概念說明頁所說明之滿足條件後即可說明兩三角形全等的範例，這表示低學習成效的學生可能在閱讀概念說明頁時，對於三角形全等概念的學習僅停留在較為淺層的理解，還未有較為深入的邏輯分析概念與應用概念與應用（例如幾何證明閱讀模型 [RCGP]；Yang & Lin, 2008）。

三、國二學生在閱讀三角形全等性質教材的概念說明和困難例題時，高低學習成效的學生具有不同的視覺注意力轉移特徵

在遲滯序列分析（LSA）的結果可以發現，低學習成效學生在概念說明頁的主旨區（T）與「空白區（Out）」之間有顯著的注意力轉移行為，可能代表學習成效低的學生不是很理

解主旨，或是對主旨的敘述感到困難而離開主旨區進行思考或休息來減低閱讀所造成的認知負荷，雖然本實驗在正式的閱讀素材前有前置一頁符號與名詞說明以說明將提到的數學名詞，如：對應角、對應邊……，但閱讀素材中所呈現較為數學化敘述的主旨如「若兩三角形中，三組對應邊分別等長，則兩三角形全等」，可能還是會造成低學習成效的學生閱讀與理解上的困難。

仔細研讀視覺注意力轉移序列原始凝視點資料，發現不論是哪一組學生在說明區（S）至圖形區（G）的轉移，或是圖形區（G）至說明區（S）的轉移其實是相當多的，顯見不論學習成效高低的學生，都有著圖文之間對照的幾何證明文本閱讀行為。然而，經過 LSA 計算實際值與期望值比較的殘差後，高學習成效組並沒有顯著在圖文之間的注意力來回轉移特徵，反而是低學習成效組的視覺注意力有顯著從說明區（S）轉移至圖形區（G）的顯著行為特徵，這代表低學習成效的學生在閱讀概念說明文字之後，可能產生較高的閱讀理解困難，因此多次轉向圖形區的訊息以尋求協助其概念理解，換句話說，對於圖形區的訊息具有顯著較高的資訊需求，明顯需要多次的圖形資訊處理以輔助其對文字概念的理解。而高學習成效的學生則沒有出現這樣的資訊搜尋行為特徵，僅專注於圖形本身內部的訊息處理。

而在困難例題頁中，低學習成效學生在概念說明頁和困難例題頁主旨區（T）與「空白區（Out）」之間有顯著的注意力轉移行為，由於困難例題頁的主旨敘述有著較多的數學名詞如「同心圓」，低學習成效的學生可能在讀到該名詞時即思考其所代表的意義，甚至是對該名詞有所困惑。

四、對於教學現場的建議

在眼動指標的部分發現，高學習成效的學生比起低學習成效的學生花了更多的心力在閱讀圖形，顯見對於圖形的理解更有助於學生學習幾何證明，雖然在幾何證明的過程中不可避免還是需要以數學符號或是文字的敘述來闡明證明邏輯，但對於初學幾何證明的國中學生來說，對於圖形有更深入的探討與了解是更加重要的，因此教師在教學現場可以增加更多的操作、觀察幾何圖形的活動，來讓學生對於幾何圖形有更深的認識。

從遲滯序列分析結果能看出低學習成效的學生以圖去輔助理解說明內容行為，已有許多關於圖文整合相關研究（Hochpöchler et al., 2013; Peterson, 2016），研究也發現圖片可改善閱讀學習過程（Carney & Levin, 2002），然而對許多學習者而言文字與圖片整合是困難的（Schlag & Ploetzner, 2011）。本研究是立意取樣，直接選取了原本數學成績前後各 25% 的學生進行研究，低學習成效的結果，可能來自對於數學文字表述的不理解，因為數學敘述與一般的文字敘述有相當的差異（Hanna et al., 2009），教師可再適當的對於較為艱澀難懂的數學敘述句加以解釋。

因此本研究推論低學習成效的國中二年級學生雖然有以圖輔助之閱讀行為模式，但造成學習成效不理想的原因可能如 Wu 與 Liu（2024）研究閱讀資訊所指出結果相似，低學習成效的閱讀序列是較為混亂的，難以整合圖形與文本的信息，從而誤解了要點或是無法理

解其中的意義。對於初學幾何證明的學生，重點應該在閱讀文本並了解後對照圖形，整合文本與圖形之間的連結，才有辦法思考證明的脈絡。由此可以了解造成學習成效不佳的原因，是文本與圖片之間資訊整合上的困難，教學者應思考如何引導學生進行圖文整合，並且結合所學習到的資訊，使學習者有更好的學習表現。在教學與學習策略上，可以使用不同顏色標示相對應的文字與圖上的元素，來強化圖與文字的對照，例如文字敘述圖形中兩條直線平行，就將圖形中兩條平行的直線以色筆畫起來；而對於數學知識較無法與相關圖形進行連結的學生，則可以指導學生抽取數學知識中的關鍵元素，並觀察圖形中是否有相對應出現的元素，例如三角形全等必定有一個對應邊相等，再繼續觀察是否有其他可以應用的條件符合全等性質。

五、未來研究方向

本研究利用眼動追蹤技術，初步探討不同學習成效學生在閱讀幾何證明時的視覺注意力分布模式與視覺注意力轉移情形，並分析其視覺行為。研究中將興趣區域劃分為主旨區、說明區與圖形區，以觀察學生在這三個區域之間的視覺注意力轉移模式。結果顯示，不同學習成效的學生確實展現出不同的視覺行為模式，其中，高學習成效學生傾向於投入較多注意力於圖形資訊，而低學習成效學生則主要聚焦於說明文字。此外低學習成效學生在閱讀概念說明頁與困難例題頁時，於圖文之間產生較多的注意力轉移，顯示其需花費較多心力來整合圖文資訊。幾何證明問題的解題過程涉及證明目標、題目敘述條件及圖形之間的整合，而數學敘述方式可能對部分學生帶來理解上的挑戰。因此，未來研究可進一步細分興趣區域，例如聚焦於特定幾何符號與圖形元素的視覺注意力轉移關係與順序，以更細緻地解析學生的閱讀歷程。特別是高學習成效學生如何在不同興趣區域間建立連結並促進理解，以及低學習成效學生在閱讀過程中遭遇的困難點。

此外國中階段是身心快速發展的時期，在我國教育體制中，國中也是奠定未來學習型態的重要階段。相較於高中及大學，國中生的學習成效受到更多因素影響，例如性別、體態（如肥胖狀況）以及家庭背景（如家庭收入、家庭規模、父母婚姻狀況）。因此，未來研究可將這些背景變項作為中介因素，以進一步探討影響學習成效的潛在機制。

最後，本研究結果應可為未來個別化學習平台的開發提供參考，特別是在眼動驅動回饋系統的設計上，如何針對不同學習特徵提供適應性學習支援，以提升學生個別化的幾何證明學習成效。

誌謝

本研究感謝國科會研究計畫在研究經費上的補助，計畫編號：MOST 109-2511-H-003-018-MY3 和 NSTC 112-2410-H-003-037-MY3。

參考文獻

- 左台益、呂鳳琳、曾世綺、吳慧敏、陳明璋、譚寧君（2011）。以分段方式降低任務複雜度對專家與生手閱讀幾何證明的影響。**教育心理學報**，43（閱讀專刊），291–314。[Tso, T.-Y., Lu, F.-L., Tzeng, S.-C., Wu, H.-M., Chen, M.-J., & Tan, N.-C. (2011). Impact of reducing task complexity by segmentation on experts' and comprehension of novices' reading geometric proof problems. *Bulletin of Educational Psychology*, 43(Special Issue on Reading), 291–314. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6251/BEP.20110517>
- 吳昭容（2019）。眼球追蹤技術在幾何教育的應用與限制。**臺灣數學教育期刊**，6（2），1–25。[Wu, C.-J. (2019). Applications and limitations of eye tracking in geometry education. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 6(2), 1–25. (in Chinese)] [https://doi.org/10.6278/tjme.201910_6\(2\).001](https://doi.org/10.6278/tjme.201910_6(2).001)
- 林榮雯、吳昭容（2016）。從眼動型態探討閱讀幾何文本的視覺化與推理歷程。**教育學刊**，47，41–77。[Lin, T.-W., & Wu, C.-J. (2016). Examining eye movement to explore visualization and reasoning during the reading of geometric texts. *Educational Review*, 47, 41–77. (in Chinese)] <https://doi.org/10.3966/156335272016120047002>
- 許瑋芷、陳明溥（2010）。數學表徵及數學自我效能對國小學生樣式推理學習成效之影響。**數位學習科技期刊**，2（3），42–60。[Hsu, W.-C., & Chen, M.-P. (2010). The effects of type of mathematical representation and mathematics self-efficacy on fifth-graders' pattern reasoning. *International Journal on Digital Learning Technology*, 2(3), 42–60. (in Chinese)]
- 陳琪瑤、吳昭容（2012）。幾何證明文本閱讀的眼動研究：圖文比重及圖示著色效果。**教育實踐與研究**，25（2），35–66。[Chen, C.-Y., & Wu, C.-J. (2012). Eye movements during geometry proof reading: Text contrasting with figure and the colored effects. *Journal of Educational Practice and Research*, 25(2), 35–66. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6776/JEPR.201212.0035>
- 楊芳瑩、蔡孟蓉、劉子鍵（2018）。數位學習的眼球追蹤研究。載於宋曜廷（主編），**進階數位學習研究方法**（頁 33–61）。高等教育。[Yang, F.-Y., Tsai, M.-J., & Liu, T.-C. (2018). Eye tracking research on digital learning. In Sung, Y.-T. (Ed.), *Advanced Research Methodology for e-Learning* (1st ed., pp. 33–61). Higher Education Press. (in Chinese)] <https://doi.org/10.3966/9789862661758>
- 葉明達、柳賢（2007）。建立判讀理解層級：高中生進行數學論證判讀活動困難之探討。**教育與心理研究**，30（3），79–109。[Ye, M.-D., & Leou, S. (2007). To establish validating comprehension level: Discuss the difficulties that senior high students faced in argumentation validation activity. *Journal of Education & Psychology*, 30(3), 79–109. (in Chinese)]
- 賴孟龍、陳彥樺（2012）。以眼動方法探究幼兒閱讀繪本時的注意力偏好。**幼兒教保研究**，8，81–96。[Lai, M.-L., & Chen, Y.-H. (2012). Examining preschoolers' attention during storybook reading: Evidence from eye movements. *Journal of Early Childhood Education & Care*, 8, 81–96. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6471/JECEC.201202.0080>
- 謝佳韻、唐書志（2017）。探究九年級生推論形式之邏輯結構的建構與轉化。**臺灣數學教育期刊**，4（2），1–32。[Hsieh, C.-J., & Tang, S.-J. (2017). Construction and transformation of logical structures in ninth-graders' inferring types. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1–32. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6278/tjme.20170914.001>

- 簡郁苓、吳昭容 (2012)。以眼動型態和閱讀測驗表現探討箭頭在科學圖文閱讀中的圖示效果。《中華心理學刊》，54 (3)，385–402。[Jian, Y.-C., & Wu, C.-J. (2012). The effect of arrows in an illustration when reading scientific text: Evidence from eye movements and reading tests. *Chinese Journal of Psychology*, 54(3), 385–402. (in Chinese)] <https://doi.org/10.6129/CJP.2012.5403.07>
- Akbaşlı, S., Şahin, M., & Yaykiran, Z. (2016). The effect of reading comprehension on the performance in science and mathematics. *Journal of Education and Practice*, 7(16), 108–121.
- Alcock, L., & Weber, K. (2010). Undergraduates' example use in proof construction: Purposes and effectiveness. *Investigations in Mathematics Learning*, 3(1), 1–22. <https://doi.org/10.1080/24727466.2010.11790298>
- Alqassab, M., Strijbos, J. W., & Ufer, S. (2018). The impact of peer solution quality on peer-feedback provision on geometry proofs: Evidence from eye-movement analysis. *Learning and Instruction*, 58, 182–192. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.07.003>
- Anwar, L., Mali, A., & Goedhart, M. J. (2021). The effect of proof format on reading comprehension of geometry proof: The case of Indonesian prospective mathematics teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(4), em1952. <https://doi.org/10.29333/ejmste/10782>
- Bakeman, R., & Gottman, J. M. (1997). *Observing interaction: An introduction to sequential analysis*. Cambridge University Press.
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. David McKay.
- Boonen, A. J. H., de Koning, B. B., Jolles, J., & Van der Schoot, M. (2016). Word problem solving in contemporary math education: A plea for reading comprehension skills training. *Frontiers in psychology*, 7, 191. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00191>
- Campbell, T. G., Boyle, J. D., & King, S. (2020). Proof and argumentation in K-12 mathematics: A review of conceptions, content, and support. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(5), 754–774. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626503>
- Carney, R. N., & Levin, J. R. (2002). Pictorial illustrations still improve students' learning from text. *Educational Psychology Review*, 14, 5–26. <https://doi.org/10.1023/A:1013176309260>
- Catrysse, L., Gijbels, D., & Donche, V. (2018). It is not only about the depth of processing: What if eye am not interested in the text?. *Learning and Instruction*, 58, 284–294. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.07.009>
- Cheng, Y. H., & Lin, F. L. (2007). The effectiveness and limitation of reading and coloring strategy in learning geometry proof. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 113–120). PME. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED499417.pdf#page=119>
- Chiou, G. L., Hsu, C. Y., & Tsai, M. J. (2022). Exploring how students interact with guidance in a physics simulation: Evidence from eye-movement and log data analyses. *Interactive Learning Environments*, 30(3), 484–497. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1664596>
- Hanna, G., & De Villiers, M. (Eds.). (2012). *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6>

- Hanna, G., De Villiers, M., Arzarello, F., Dreyfus, T., Durand-Guerrier, V., Jahnke, H. N., & Yevdokimov, O. (2009). Proof and proving in mathematics education: Discussion document. In F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 19 Conference: Proof and proving in mathematics education* (pp. xix–xxx). National Taiwan Normal University.
- Healy, L., & Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics: Executive summary*. Institute of Education, University of London.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396–428. <https://doi.org/10.2307/749651>
- Herbst, P., Chen, C., Weiss, M., González, G., Nachlieli, T., Hamlin, M., & Brach, C. (2010). “Doing proofs” in geometry classrooms. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton, & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades* (pp. 250–268). Routledge.
- Ho, H. N. J., Tsai, M. J., Wang, C. Y., & Tsai, C. C. (2014). Prior knowledge and online inquiry-based science reading: Evidence from eye tracking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12, 525–554. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9489-6>
- Hochpöchler, U., Schnotz, W., Rasch, T., Ullrich, M., Horz, H., McElvany, N., & Baumert, J. (2013). Dynamics of mental model construction from text and graphics. *European Journal of Psychology of Education*, 28, 1105–1126. <https://doi.org/10.1007/s10212-012-0156-z>
- Hsu, C. Y., Chiou, G. L., & Tsai, M. J. (2016, August). *A pilot study on developing and validating a fixation-based scaffolding learning system* [Poster presentation]. 2016 International Conference of East-Asian Association for Science Education, Tokyo, Japan.
- Hsu, C. Y., Chiou, G. L., & Tsai, M. J. (2019). Visual behavior and self-efficacy of game playing: An eye movement analysis. *Interactive Learning Environments*, 27(7), 942–952. <https://doi.org/10.1080/10494820.2018.1504309>
- Jian, Y. C. (2017). Eye-movement patterns and reader characteristics of students with good and poor performance when reading scientific text with diagrams. *Reading and Writing*, 30(7), 1447–1472. <https://doi.org/10.1007/s11145-017-9732-6>
- Jones, K., Fujita, T., & Miyazaki, M. (2013). Learning congruency-based proofs in geometry via a web-based learning system. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 33(1), 31–36.
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1976). Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive psychology*, 8(4), 441–480. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(76\)90015-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(76)90015-3)
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1980). A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87(4), 329–354. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.87.4.329>
- Knuth, E., Zaslavsky, O., & Ellis, A. (2019). The role and use of examples in learning to prove. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 256–262. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.06.002>
- Lai, M. L., Tsai, M. J., Yang, F. Y., Hsu, C. Y., Liu, T. C., Lee, S. W.-Y., Lee, M. H., Chiou, G. L., Liang, J. C., & Tsai, C. C. (2013). A review of using eye-tracking technology in exploring learning from 2000 to 2012. *Educational Research Review*, 10, 90–115. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.10.001>
- Lee, W. K., & Wu, C. J. (2018). Eye movements in integrating geometric text and figure: Scanpaths and given-new effects. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16, 699–714. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9790-2>
- Lesseig, K. (2016). Investigating mathematical knowledge for teaching proof in professional development. *International Journal of Research in Education and Science*, 2(2), 253–270.

- Lin, F. L., & Cheng, Y. H. (2003). The competence of geometric argument in Taiwan adolescents. In F. L. Lin & J. Guo (Eds.), *Proceedings of the International Conference on Science & Mathematics Learning* (pp. 16–18). National Taiwan Normal University.
- Lin, F. L., & Yang, K. L. (2007). The reading comprehension of geometric proofs: The contribution of knowledge and reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 729–754. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9095-6>
- Liversedge, S. P., & Findlay, J. M. (2000). Saccadic eye movements and cognition. *Trends in cognitive sciences*, 4(1), 6–14. [https://doi.org/10.1016/S1364-6613\(99\)01418-7](https://doi.org/10.1016/S1364-6613(99)01418-7)
- Liversedge, S. P., Paterson, K. B., & Pickering, M. J. (1998). Eye movements and measures of reading time. In G. Underwood (Ed.), *Eye guidance in reading and scene perception* (pp. 55–75). Elsevier.
- Markel, W. D. (1994). The role of proof in mathematics education. *School Science and Mathematics*, 94(6), 291–295. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1994.tb15677.x>
- Martin, T. S., McCrone, S. M. S., Bower, M. L. W., & Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 95–124. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-6698-0>
- Mirza, A., Fitriawan, D., Zubaidah, R., & Nursangaji, A. (2022). Prospective mathematics teachers' understanding of proof in mathematics for high school. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(1), 1–11. <http://dx.doi.org/10.24042/ajpm.v13i1.10089>
- Muldner, K., & Bursleson, W. (2015). Utilizing sensor data to model students' creativity in a digital environment. *Computers in Human Behavior*, 42, 127–137. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2013.10.060>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- Nisbett, R. E., & Wilson, T. D. (1977). Telling more than we can know: Verbal reports on mental processes. *Psychological Review*, 84(3), 231–259. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.84.3.231>
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325–346. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9016-y>
- Ott, N., Brünken, R., Vogel, M., & Malone, S. (2018). Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic. *Learning and Instruction*, 58, 88–105. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.04.010>
- Perttula, A. (2017). Eye tracking studies focusing on mathematics: A literature review. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *Proceedings of the 11th International Technology, Education and Development Conference (INTED)* (pp. 2166–2173). IATED Academy. <https://doi.org/10.21125/inted.2017>
- Peterson, M. O. (2016). Schemes for integrating text and image in the science textbook: Effects on comprehension and situational interest. *International Journal of Environmental and Science Education*, 11(6), 1365–1385. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1114297.pdf>
- Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. International Universities Press.
- Rajendran, S., Chamundeswari, S., & Sinha, A. A. (2022). Predicting the academic performance of middle-and high-school students using machine learning algorithms. *Social Sciences & Humanities Open*, 6(1), 100357. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2022.100357>
- Rayner, K. (1998). Eye movements in reading and information processing: 20 years of research. *Psychological Bulletin*, 124(3), 372–422. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.124.3.372>

- Rayner, K. (2009). The 35th Sir Frederick Bartlett Lecture: Eye movements and attention in reading, scene perception, and visual search. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62(8), 1457–1506. <https://doi.org/10.1080/17470210902816461>
- Rayner, K., Chace, K. H., Slattery, T. J., & Ashby, J. (2006). Eye movements as reflections of comprehension processes in reading. *Scientific Studies of Reading*, 10(3), 241–255. https://doi.org/10.1207/s1532799xssr1003_3
- Schindler, M., & Lilienthal, A. J. (2019). Domain-specific interpretation of eye tracking data: Towards a refined use of the eye-mind hypothesis for the field of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 123–139. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-9878-z>
- Schlag, S., & Ploetzner, R. (2011). Supporting learning from illustrated texts: Conceptualizing and evaluating a learning strategy. *Instructional Science*, 39(6), 921–937. <https://doi.org/10.1007/s11251-010-9160-3>
- Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4–36. <https://doi.org/10.2307/30034698>
- Shahbari, J. A., & Daher, W. (2020). Learning congruent triangles through ethnomathematics: The case of students with difficulties in mathematics. *Applied Sciences*, 10(14), 4950. <https://doi.org/10.3390/app10144950>
- Soemer, A., & Schiefele, U. (2019). Text difficulty, topic interest, and mind wandering during reading. *Learning and Instruction*, 61, 12–22. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.12.006>
- Strobel, B., Lindner, M. A., Saß, S., & Köller, O. (2018). Task-irrelevant data impair processing of graph reading tasks: An eye tracking study. *Learning and Instruction*, 55, 139–147. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.10.003>
- Strohmaier, A. R., MacKay, K. J., Obersteiner, A., & Reiss, K. M. (2020). Eye-tracking methodology in mathematics education research: A systematic literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 104(2), 147–200. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09948-1>
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 237–266). National Council of Teachers of Mathematics.
- Trevors, G., Feyzi-Behnagh, R., Azevedo, R., & Bouchet, F. (2016). Self-regulated learning processes vary as a function of epistemic beliefs and contexts: Mixed method evidence from eye tracking and concurrent and retrospective reports. *Learning and Instruction*, 42, 31–46. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.11.003>
- Tsai, M. J., & Wu, A. H. (2021). Visual search patterns, information selection strategies, and information anxiety for online information problem solving. *Computers & Education*, 172, 104236. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104236>
- Tsai, M. J., Hsu, P. F., & Pai, H. T. (2018, July). *Lag sequential analysis in Eye-Tracking Data Analyzer (EDA) for educational researchers* [Poster presentation]. 4th International Symposium on Educational Technology (ISET 2018), Osaka, Japan. https://hksmic.org.hk/iset/2018/conference_programme.pdf
- Tsai, M. J., Wang, C. Y., Wu, A. H., & Bråten, I. (2025). Differences in epistemic justification profiles during conflicting socio-scientific information processing: A study of visual and memory-based behavior via eye-tracking. *Acta Psychologica*, 252, 104680. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2024.104680>

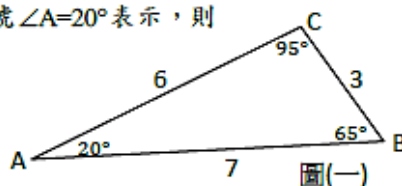
- Tsai, M. J., Wu, A. H., Bråten, I., & Wang, C. Y. (2022). What do critical reading strategies look like? Eye-tracking and lag sequential analysis reveal attention to data and reasoning when reading conflicting information. *Computers & Education*, 187, 104544. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104544>
- Tsujiyama, Y., & Yui, K. (2018). Using examples of unsuccessful arguments to facilitate students' reflection on their processes of proving. In A. J. Stylianides & G. Harel (Eds.), *Advances in mathematics education research on proof and proving* (pp. 269–281). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70996-3_19
- Van Marlen, T., Van Wermeskerken, M., Jarodzka, H., & Van Gog, T. (2018). Effectiveness of eye movement modeling examples in problem solving: The role of verbal ambiguity and prior knowledge. *Learning and Instruction*, 58, 274–283. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.07.005>
- Vawter, D. (2010). Mining the middle school mind. *Education Digest: Essential Readings Condensed for Quick Review*, 75(5), 47–49.
- Watkins, A. E. (1979). The symbols and grammatical structures of mathematical English and the reading comprehension of college students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 216–218. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.10.3.0216>
- Weber, K., & Mejia-Ramos, J. P. (2014). Mathematics majors' beliefs about proof reading. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(1), 89–103. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.790514>
- Wu, C. J., & Liu, C. Y. (2024). An eye-tracking study of college students' infographic-reading processes. *Journalism & Mass Communication Quarterly*, 10776990241255974. <https://doi.org/10.1177/10776990241255974>
- Yang, F. Y., Chang, C. Y., Chien, W. R., Chien, Y. T., & Tseng, Y. H. (2013). Tracking learners' visual attention during a multimedia presentation in a real classroom. *Computers & Education*, 62, 208–220. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.009>
- Yang, K. L., & Lin, F. L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 59–76. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9080-6>
- Zazkis, D., Weber, K., & Mejia-Ramos, J. P. (2016). Bridging the gap between graphical arguments and verbal-symbolic proofs in a real analysis context. *Educational Studies in Mathematics*, 93(2), 155–173. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-3>

附錄 1：基本幾何符號知識測驗

1. 如右圖(一)， $\triangle ABC$ 中角 A 為 20 度，可以用符號 $\angle A=20^\circ$ 表示，則

角 B 為 65 度可以表示成_____，

角 C 為 95 度可以表示成_____。



圖(一)

2. 承圖(一)， $\triangle ABC$ 中點 A 至點 B 距離為 7，可以用符號 $\overline{AB}=7$ ，則

點 A 至點 C 距離為 6 可以表示成_____，

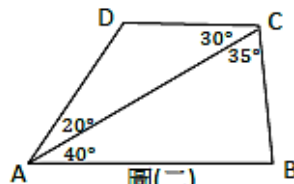
點 B 至點 C 距離為 3 可以表示成_____。

3. 如右圖(二)，幾何圖形 ABCD 中，若僅寫出 $\angle A=60^\circ$ ，會有疑慮到底哪個角是 60 度，所以會以 $\angle DAC=20^\circ$ 、 $\angle DAB=60^\circ$ 來表示，則

$\angle DAB=$ _____、 $\angle DCB=$ _____，

30 度的角可以表示成_____，

35 度的角可以表示成_____。



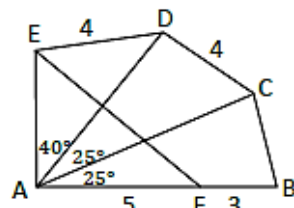
圖(二)

4. 如右圖(三)，幾何圖形 ABCDE 為一五邊形，則

(1) $\angle DAB=$ _____、 $\angle CAD=$ _____

(2) $\angle EAD+\angle DAC=$ _____

(3) $\overline{AF}=$ _____、 $\overline{AB}=$ _____、 $\overline{ED}=\overline{DC}=$ _____

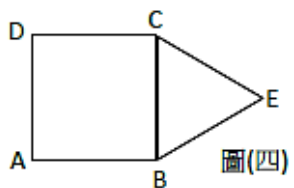


圖(三)

5. 如圖(四)，正方形 ABCD 與正三角形 BCE，試回答

(1) 若 $\overline{AD}=5$ ，則 $\triangle BCE$ 的周長=_____。

(2) $\angle ABE=$ _____。

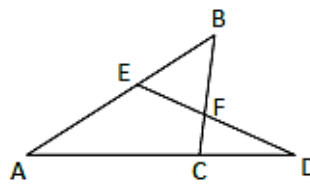


圖(四)

6. 如圖(五)， $\angle A=35^\circ$ ， $\angle BCD=80^\circ$ ， $\angle BED=65^\circ$ ，則

(1) $\angle EFC=$ _____。

(2) $\angle A+\angle B+\angle D=$ _____。



圖(五)

7. 若有一正三角形邊長為 10，則

(1) 此正三角形的高為_____。

(2) 此正三角形的面積為_____。

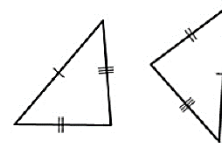
附錄 2：學習成效測驗

選擇題

- 下列敘述何者是指三角形的 ASA 全等性質？
 (A)兩三角形中，兩組對應角分別相等，且兩組角的夾邊也對應等長
 (B)兩三角形中，三組對應邊分別等長
 (C)兩三角形中，兩組對應邊分別等長，且兩組邊的夾角也對應相等
 (D)兩三角形中，三組對應角分別相等
- 若兩三角形中，三組對應邊長均等長，則根據下列哪個性質可以說這兩個三角形互相全等？
 (A)SSS (B)AAA (C)SAS (D)ASA
- 關於三角形的 SAS 全等性質，下列敘述何者正確？
 (A)兩三角形中，任意兩組對應邊分別等長，任意一組對應角相等
 (B)兩三角形中，兩組對應角分別相等，且兩組角的夾邊也對應等長
 (C)兩三角形中，任意兩組對應角分別相等，任意一組對應邊等長
 (D)兩三角形中，兩組對應邊分別等長，且兩組邊的夾角也對應相等

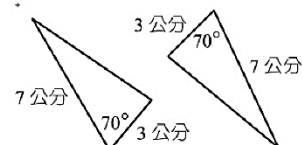
- 如圖，兩三角形三個對應邊都等長，則兩三角形全等是依據下列哪一個三角形全等性質？

(A)SAS (B)ASA
(C)SSS (D)AAA



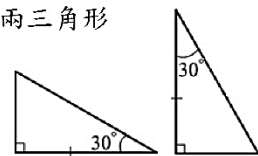
- 如圖，兩三角形有兩個對應邊等長，且兩組邊的夾角也相等，則兩三角形全等是依據下列哪一個三角形全等性質？

(A)SAS (B)ASA
(C)SSS (D)AAA



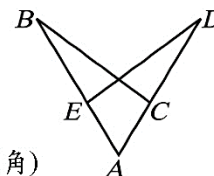
- 如圖，兩三角形有兩個角對應相等，且兩組角的夾邊也等長，則兩三角形全等是依據下列哪一個三角形全等性質？

(A)SAS (B)ASA
(C)SSS (D)AAA



- 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle B = \angle D$ ，則下列哪一個三角形全等性質可以推得 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ？

(A)ASA
(B)AAA
(C)SAS
(D)SSS

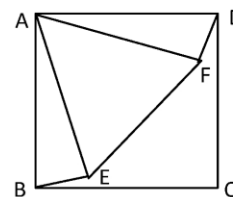


提示： $\angle A = \angle A$ (共同角)

8. 正方形 ABCD 與正三角形 AEF，已知 $\overline{BE} = \overline{DF}$ ，則根據下列哪一個全等性質推得 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ？

(A) ASA
(B) AAA
(C) SAS
(D) SSS

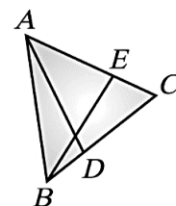
提示： $\overline{AB} = \overline{AD}$ (正方形邊長)
 $\overline{AE} = \overline{AF}$ (正三角形邊長)



9. 如右圖， $\triangle ABC$ 是正三角形，已知 $\overline{BD} = \overline{CE}$ ，則根據下列哪一個全等性質可以知道 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ ？

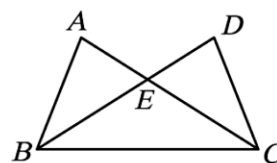
(A) ASA
(B) AAA
(C) SAS
(D) SSS

提示： $\overline{AB} = \overline{BC}$ (正三角形邊長)
 $\angle ABD = \angle BCE$ (正三角形內角)



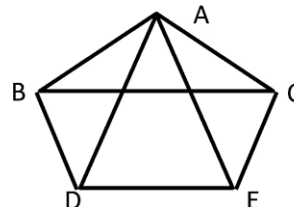
10. 如圖， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\angle ABC = \angle DCB$ ，請試著推理根據下列哪一個三角形全等性質可以知道 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ？

(A) ASA
(B) AAA
(C) SAS
(D) SSS



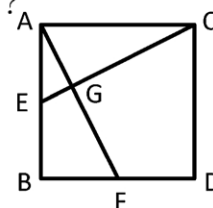
11. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 皆為等腰三角形，且 $\overline{BD} = \overline{CE}$ ，請試著推理根據下列哪一個三角形全等性質可以知道 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ？

(A) ASA
(B) AAA
(C) SAS
(D) SSS



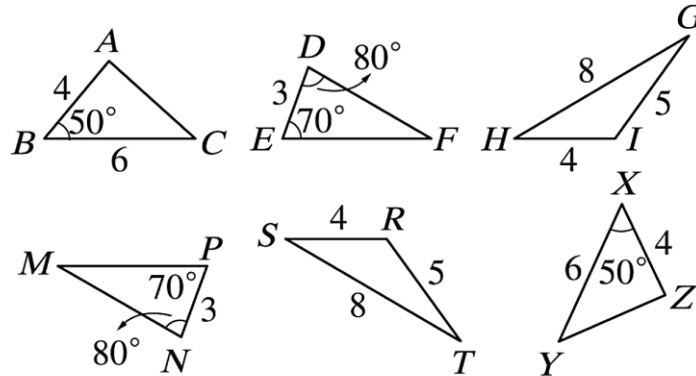
12. 如圖，正方形 ABCD 中， \overline{AF} 與 \overline{CE} 相交於 G 點， $\angle ACE = \angle BAF$ ，請試著推理根據下列哪一個三角形全等性質可以知道 $\triangle ABF \cong \triangle ACE$ ？

(A) ASA
(B) AAA
(C) SAS
(D) SSS



填充題

下列六個三角形中，將互相全等的三角形寫出來，並說明根據什麼全等性質？



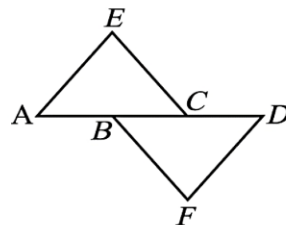
(1) $\triangle ABC$ 與 \triangle 【 】 全等，根據 【 】 全等性質。

(2) $\triangle DEF$ 與 \triangle 【 】 全等，根據 【 】 全等性質。

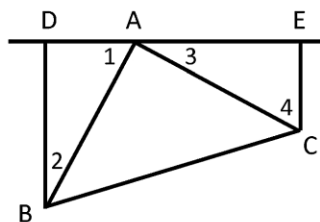
(3) $\triangle GHI$ 與 \triangle 【 】 全等，根據 【 】 全等性質。

綜合題

1. 如圖， $\overline{AB}=\overline{CD}$ ， $\overline{AE}=\overline{DF}$ ， $\overline{CE}=\overline{BF}$ ，試完整說明 $\triangle AEC$ 與 $\triangle BFD$ 是否為全等關係？



2. 如圖， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，且 \overline{BD} 垂直 \overline{DE} ， \overline{CE} 垂直 \overline{DE} ，試完整說明 $\triangle ABD$ 與 $\triangle CEA$ 是否為全等關係？



3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 的兩邊 AB 與 AC 分別向外作正方形 $ABGF$ 與 $ACDE$ ，試完整說明 $\triangle AFC$ 與 $\triangle ABE$ 是否為全等關係？

