

補習對數學成就馬太效應的影響： 傾向值成長混合模型分析[†]

曾明基¹

摘要

本研究主要探討補習對數學成就馬太效應的影響。本研究使用屏東教育長期追蹤資料庫的國小 4 年級至 6 年級學生固定追蹤樣本 (N=9,739)，並採用傾向值成長混合模型進行補習影響數學成就馬太效應的分析。研究發現補習的傾向值達到共變項平衡，而數學成就可潛在的區分成 2 個異質群體，且隨著時間的遞移，呈現強者恆強且弱者恆弱的馬太效應現象。而有補習的學生相較於沒有補習的學生，出現在強者恆強組相對於弱者恆弱組的機率較高。針對上述結果，提出相關的建議。

關鍵詞：補習、數學成就、馬太效應、傾向值、成長混合模型

[†] 感謝國立屏東大學陳正昌教授，慨然提供屏東教育長期追蹤資料庫，感謝國立臺南大學林素微教授以及教育學系提供研究資源，亦感謝國立臺灣師範大學邱皓政教授提供文獻資源，使本研究得以順利完成

1. 國立臺南大學教育學系助理教授。通訊地址：970 花蓮市府前路 682 號，電子郵件：mingchi@gms.ndhu.edu.tw

壹、緒論

補習對數學成就有影響力嗎？過往過內的調查研究（林大森、陳憶芬，2006；李敦義，2006；陳俊瑋、黃毅志，2011），主要透過抽樣調查而非實驗研究的方式，探究學生的補習有無，對數學成就的影響，雖然研究發現補習對數學成就產生正向的影響力，但並未進一步考慮到是否參加補習的學生相較於沒有參加補習的學生，在抽樣調查時背景變項的選擇性偏誤。而在相關議題探討上，關秉寅和李敦義（2008，2010）透過傾向值（Propensity score, PS）分析，事先控制參加補習的學生和沒有參加補習的學生，在抽樣調查時背景變項的選擇性差異後，才進一步探究補習對數學成就的影響力，關秉寅和李敦義的研究結果發現學生的背景變項差異會影響到學生是否參加補習，當補習變項透過傾向值分析而達到共變項平衡後，補習正向影響學生的數學成就。

然而，關秉寅和李敦義（2008，2010）雖然透過傾向值分析控制有沒有補習的學生在背景變項的選擇性偏誤，但文末仍建議後續的研究者，欲探討補習對數學成就的影響時，應該事先減低學生背景變項的缺失值以提高推論的效度，並使用更能精確反應數學成就的測量變項以進行縱貫性分析（longitudinal study），才能更精確的瞭解補習是否會正向影響學生的數學成就。

除了補習可能會正向影響到數學成就外，就學業成就本身而言，也存在馬太效應（Matthew effects）（余民寧等人，2012；邱皓政、林碧芳，2016；McNeish et al., 2022; Merton, 1968, 1988; Walberg & Tsai, 1983）。Walberg 和 Tsai（1983）將馬太效應透過圖形表示，稱為扇形擴散效應（fan-spread effect），馬太效應指以學習成就進行縱貫性分析時，學業成就優勢者會越來越居於優勢，而學業成就劣勢者會越來越居於劣勢，最後，隨著時間的發展，學業成就優勢者和學業成就劣勢者的差距將越來越大。

那麼，若事先透過傾向值分析控制是否補習的學生在背景變項的選擇性偏誤後，學生是否參加補習，除了可能會影響學生的數學成就外，是否還會進一步影響學業成就的馬太效應，則是本研究企圖探究之處。本研究在進行

模型建構時，除了改進過往橫斷性研究中補習對數學成就影響分析的缺失外（關秉寅、李敦義，2008，2010），也可進一步瞭解隨著時間的發展，補習是否會影響學業成就的馬太效應。

貳、文獻探討

爲了詳盡說明補習對數學成就馬太效應的影響，以下分成三個部分進行說明，首先說明補習對學業成就的影響，接著說明學業成就的馬太效應，最後說明本研究的分析方法。

一、補習對學業成就的影響

補習是學校的正式教育之外，針對學生不同學習需求，提供學科補充或是補救教學，或是針對升學所進行的學習指導（關秉寅、李敦義，2008，2010）。國內補習主要針對學校考試或升學考試，著重加強學科複習、預習。

就國內補習對學業成就的影響而言，林大森和陳憶芬（2006）使用臺灣高等教育資料庫（Taiwan Integrated Higher Education Database, TIHED）分析指出，補習的助益，需視補習的科目與年級而定。而李敦義（2006）使用台灣教育長期追蹤資料庫（Taiwan Education Panel Survey, TEPS）分析發現，透過推薦甄選與申請入學的學生，參與學科補習次數對於升上較好的高中與公立學校具有正向影響。而陳俊瑋和黃毅志（2011）也透過 TEPS 資料庫進行分析，發現家庭社經地位愈高，父母教育期望與子女自我教育期望愈高，將提高學科補習參與。

由於在調查研究時，並無法做到和實驗研究一樣，將樣本進行隨機抽樣隨機分派，事先控制背景變項的選擇性偏誤。因此，關秉寅和李敦義（2008）在探討補習對數學成就的可能影響時，使用傾向值分析（Rosenbaum & Rubin, 1983）控制學生背景變項的選擇性偏誤，其研究發現除了社經背景因素外，學習環境愈佳和個人先備能力愈高者，愈可能在國三時參與數學補習，而數學補習將正向影響數學成就。關秉寅和李敦義（2010）進一步分析補習時間的長短，發現從國二開始補習數學的學生其平均效果值最大，以滿分 100 分

的情況來看，其效果值約為三分。

就目前國內針對補習影響學業成就的議題探討而言，主要使用 TEPS 資料庫進行分析，雖然分析的學生年齡層不同，但從分析的結果可以發現，補習會對學業成就產生正向的影響，即便透過傾向值分析控制學生背景變項的選擇性偏誤，補習還是會對數學成就產生正向的影響力。

然而，關秉寅和李敦義（2010）進一步指出，使用 TEPS 資料庫探討補習對數學成就的影響時，存在三個待改進之處，且將可能影響到補習對數學成就效果的估計。首先，TEPS 資料庫在測量學生的補習變項以及和補習有關的學生背景變項時，存在約 19% 的遺漏值，已影響到補習效果的估計和推論的效度。此外，在 TEPS 資料庫中所測量的數學或數字型分析能力，與補習針對特定考試範圍與內容準備的考試存在差異，若進一步考慮學生在做答 TEPS 測驗的態度，那麼學生可能因沒有參加升學考試謹慎，便會影響到補習對數學成就的推估。此外，數學成就存在縱貫性的成長差異，因此關秉寅和李敦義建議使用縱貫性研究法來進行研究，而非使用橫斷性研究推論補習對數學成就的影響。

本研究在後續分析時，將改進上述 TEPS 資料庫分析的缺失，並進行數學成就的縱貫性分析。接著，說明學業成就的變化以及所產生的馬太效應。

二、學業成就的變化以及馬太效應

在小學階段基礎能力很強的學生學得更快（Stanovich, 2009），這種強者越強的效應被稱為馬太效應（余民寧等人，2012；邱皓政、林碧芳，2016；McNeish et al., 2022; Merton, 1968, 1988; Walberg & Tsai, 1983）。無論學生的能力為何，學生都應該獲得平等的機會發展潛力，然而學業成就的馬太效應將可能會影響到教育機會均等。

學業成就的馬太效應可能出現在學生層次或是學校層次（Baumert et al., 2012），或是不同的認知領域（Shaywitz et al., 1995）。目前在學業成就馬太效應的模型建構上，主要可分為成長模型建構（余民寧等人，2012）、非線性模型建構（McNeish et al., 2022）以及成長混合模型（growth mixture modeling）建構（邱皓政、林碧芳，2016）。線性成長模型和非線性模型建構，主要透過

單一模型的縱貫性發展解釋強者恆強的學業成就現象。而成長混合模型建構主要透過潛在類別模型的加入，捕捉強者恆強，弱者恆弱的縱貫性潛在異質差異現象，可更詳盡的說明學業成就強者恆強以及弱者恆弱的縱貫性差異。因此，本研究在後續的學業成就馬太效應模型建構上，將使用成長混合模型進行模型建構。

在實證上，邱皓政和林碧芳（2016）使用 TEPS 資料庫，分析臺灣中學階段學生在綜合分析能力的學習成就成長軌跡，透過成長混合模型分析發現，學生的學習成就存在三個異質族群，其中正常成長族群呈現能力遞增的成長曲線，而兩個相對弱勢的族群則呈現起點低落或成長有限的變動曲線，顯示潛在分群下的異質群體軌跡差異呈現馬太效應現象。邱皓政和林碧芳進一步分析發現，教育分流和區位因素可區辨異質族群，而負向文化資本亦有顯著的預測力。而余民寧等人（2012）也是使用 TEPS 資料庫進行分析，其研究發現，臺灣學生在學習成就的成長發展趨勢具有馬太效應現象，當父母參與、家庭社經地位和學生自律學習愈好者，學生於國中時期的綜合分析能力的起始狀態即愈好，而家庭社經地位和學生自律學習，對學生從國中到高中職／五專的綜合分析能力成長速 有所助益。

雖然 TEPS 資料庫當中的學生綜合分析能力，奠基於心理學者 Robert Sternberg 的三元智慧理論所發展出的紙筆測驗，用以評估學生一般分析能力。然而，關秉寅和李敦義（2010）已經明確指出，若進一步考慮學生作答 TEPS 綜合分析能力測驗的態度，學生因沒有考試壓力，便可能影響到學生真實學業成就的推估。那麼，若在學業成就的縱貫性模型分析時，不是使用 TEPS 的綜合分析能力進行模型建構，而改採用真實的學力測驗進行縱貫性模型建構，是否還會產生學業成就的馬太效應，有待後續進一步加以說明。

從國內大量使用 TEPS 資料庫所進行的實證研究可知，學生有無補習會影響到學業成就，而學業成就存在馬太效應，那麼補習有無是否會進一步影響學業成就的馬太效應現象，則是本研究企圖探究之處，以下接著說明本研究的模型建構。

三、傾向值成長混合模型分析

本研究目的在探討補習有無對數學成就馬太效應的影響，在補習變項上依據關秉寅和李敦義（2008，2010）的分析方式使用傾向值進行分析，以控制學生背景變項的選擇性偏誤，而在學業成就馬太效應的分析上依據邱皓政和林碧芳（2016）的分析方式使用成長混合模型進行分析，以估計出學生在學業成就的馬太效應現象。在成長混合模型適配度的選擇上，主要使用訊息指標 BIC（Bayes information criterion）（Schwartz, 1978）進行模型判準（曾明基，2019，2020；Nylund et al., 2006; Tseng & Wang, 2021），並進一步考慮參數估計的有效性和合理性。在確定學業成就的變化後，將進一步納入補習變項的傾向值加以探討。

在學業成就的變化中加入補習變項，可以解釋學業成就馬太效應的異質差異。由於潛在類別分群並無法達到 100% 精確分群，因此在潛在類別模型中納入共變項之前，必須進行分群誤差的校正（Bakk et al., 2013; Vermunt, 2010），屬於估計出潛在類別分群後，才進行的多步驟分析校正，目的是為了控制不同潛在類別分群不精確所產生的偏誤，為事後的校正。若在潛在類別模型估計時，沒有控制分群誤差便貿然加入共變項，那麼共變項對潛在類別的影響將產生估計偏誤，而得到錯誤的分析結果（曾明基，2019，2020）。而在學業成就的成長混合模型中，仍需進行分群誤差的校正（Asparouhov & Muthén, 2014; Nylund-Gibson et al., 2014），以控制成長混合模型中潛在類別的分群誤差。因此，本研究在估計出學業成就馬太效應的異質差異後，先控制分群誤差，再加入補習變項的傾向值加以探討。

參、研究方法

本研究目的在探討補習對數學成就馬太效應的影響。首先透過遺漏值插補估計補習和相關共變項的遺漏值，控制遺漏值偏誤對推論效度的影響，接著估計補習變項的傾向值分數，控制背景變項選擇性偏誤的影響，之後進行數學成就成長混合模型分析，檢視數學成就的馬太效應，並控制數學成就

馬太效應的分群誤差偏誤後，才納入補習變項的傾向值加以探討。

一、研究樣本和研究工具

本研究分析資料取自屏東教育長期追蹤資料庫（Pingtung Education Longitudinal Survey, PELS），此資料庫是針對屏東縣國民小學學生的學習狀況，進行為期三年（2010、2011、2012）的長期追蹤調查。本研究採用的是3波（國小4到6年級）學生的固定樣本追蹤調查資料進行分析，總樣本數為9,739人。國小4年級到6年級的測量樣本數並沒有流失，僅出現遺漏填答。

就測量變項而言，主要分為自變項、控制變項和依變項，以下依序說明。

（一）自變項：是否參加補習

自變項在測量學生補習時間的多寡，題目為：「目前每星期補習時間」，為4等李克特氏量表，量尺依序為沒有補習、不到4小時、4～8小時、8小時以上，依據過往補習研究（林大森、陳憶芬，2006；李敦義，2006；關秉寅、李敦義，2008，2010；陳俊瑋、黃毅志，2011）的分析方式，透過虛擬編碼將沒有補習的學生編碼為0，有補習的學生編碼為1。雖然透過虛擬編碼會損失部分訊息，但卻可以清楚看出有補習學生和沒有補習學生的差異。

（二）共變項：與補習相關的背景變項

在進行學生補習變項的傾向值估計時，需要事先控制背景變項的選擇性偏誤。本研究依據關秉寅和李敦義（2008，2010）在補習變項的共變項選擇方式，納入個人特性及學習特質、家庭環境、班級或學校氣氛等相關變項。各變項內容說明如下，編碼方式詳如附錄。

1. 家庭社經地位：

包含三個測量變項，分別是父親教育程度、母親教育程度、家庭每月總收入。

2. 家庭教育資源：

包含七個測量變項，分別是家裡大約有多少本書、家裡是否有電腦、家裡是否有網路、是否有自己的書桌、是否有自己的房間、是否有這一學期的

參考書、是否有這一學期的測驗卷。

3. 個人特性及學習特質：

包含四個測量變項，分別是主動完成回家作業、復習今天上課的內容、預習明天上課的內容、與其他人討論課業。

4. 班級或學校氣氛：

包含四個測量變項，分別是平均一天待在學校的時間、常和同學一起討論功課或唸書、常和同學討論升學的事情、學校是學習的地方。

由表 1 所示，各測量變項在國小 4 年級均存在遺漏值，若將所有包含遺漏值的樣本刪除後再進行分析，將刪除大量的填答樣本，進而影響到補習效果的估計和推論的效度（關秉寅、李敦義，2008，2010）。因此本研究首先透過貝氏插補出遺漏變項後（Rubin, 1987; Schafer, 1997），再進行補習變項的傾向值估計（Leite et al., 2021a）和共變項平衡探討。

表 1 各變項在國小 4 年級的遺漏機率

變 項	遺漏機率 (%)	變 項	遺漏機率 (%)
補習	1.1	主動完成回家作業	1.0
父親教育程度	5.5	復習今天上課的內容	1.3
母親教育程度	5.9	預習明天上課的內容	1.8
家庭每月總收入	6.3	與其他人討論課業	1.8
家裡大約有多少本書	1.5	平均一天待在學校的時間	3.0
電腦	.7	常和同學一起討論功課或唸書	2.4
網路	.7	常和同學討論升學的事情	3.6
自己的書桌	.7	學校是學習的地方	2.5
自己的房間	.7	4 年級數學基本學力測驗分數	1.4
這一學期的參考書	1.3	5 年級數學基本學力測驗分數	4.0
這一學期的測驗卷	1.5	6 年級數學基本學力測驗分數	5.2

（三）依變項：數學成就

為 PELS 國小 4 年級到 6 年級 3 波學生數學基本學力測驗分數。PELS 測量變項為學生的基本學力測驗，並進行為期三年的長期追蹤調查，各波的測

驗分數均經過 IRT 的水平等化（horizontal scaling）連結而得，PELS 的測驗分數經過測驗理論檢視而具有良好的適配性與內部效度，也經過 DIF 檢定，確認题目的可類化性，在實徵研究上已經作為學生學習成就的指標（林俊瑩，2016；曾明基，2019）。此外，由 PELS 的報告可知，數學成就為使用最大概似法估計所得的潛在能力分數，分數並未經過量尺轉換，數學成就的描述性統計摘要呈現於附錄。

二、分析方法及分析步驟

本研究使用 Mplus 軟體（Muthén & Muthén, 2017）進行穩健性最大概似法參數估計（robust maximum likelihood estimation）與模式評估。本研究主要可細分為 4 個分析步驟：

（一）補習變項和共變項的遺漏值插補

關秉寅和李敦義（2010）建議後續進行補習對數學成就影響的探討時，應先處理傾向值分析的遺漏值問題，並選擇學業能力測驗而非綜合分析能力測驗進行縱貫性分析。

由於在 PELS 的補習變項以及與補習有關的相關共變項，和 TEPS 一樣均存在遺漏值。在處理遺漏值時，本研究並未如過往 TEPS 的實證研究（林大森、陳憶芬，2006；李敦義，2006；關秉寅、李敦義，2008，2010；陳俊瑋、黃毅志，2011）進行遺漏值刪除，而是透過貝氏插補進行遺漏值的插補估計（Rubin, 1987; Schafer, 1997），之後進行補習變項的傾向值分析（Leite et al., 2021a），並評鑑共變項平衡。

（二）補習變項的傾向值估計

在執行補習變項的傾向值分析時，需要搭配加權、分層或是匹配法其中一種方式進行分析（Leite et al., 2021a），在本研究中使用加權法進行分析（曾明基，2022；Leite et al., 2018），透過傾向值加權，調整有補習學生和沒有補習學生的傾向值分布狀況，使有補習學生和沒有補習學生的傾向值分布相似。在補習變項使用傾向值加權的方程式如下（Stuart, 2010）：

$$w_i = Z_i + (1 - Z_i) \frac{\hat{e}_i}{1 - \hat{e}_i} \quad (1)$$

在方程式 1 中， Z_i 是補習的二元指標變項，表示有補習或沒有補習， \hat{e}_i 是估計的傾向值。就本研究而言，當學生有補習時， $Z_i = 1$ ，因此權重為 $w_i = 1$ ，當學生沒有補習時， $Z_i = 0$ ，因此權重為 $w_i = \frac{\hat{e}_i}{1 - \hat{e}_i}$ 。

在傾向值分析中評鑑共變項平衡是衡量補習變項作為傾向值分析是否可行的關鍵，因此需要比較補習變項經過傾向值估計後的共變項分布特徵。本研究使用絕對值標準化平均數差異（standardized mean difference, SMD）（曾明基，2022；Leite, 2017）評鑑共變項平衡。Stuart 和 Rubin（2007）認為共變項平衡標準為實驗組和控制組的背景變項差異小於 .25 標準差就可以接受，但 Austin（2011）認為可接受的共變項平衡標準為背景變項差異小於 .10 標準差，而在教育領域較可接受的範圍介於 .05～.25 標準差（Leite, 2017）。本研究在評鑑學生補習共變項平衡的決斷值選擇上，以 .10 作為有補習學生和沒有補習學生的共變項平衡決斷標準。待確定補習的共變項達到平衡後，將進一步透過傾向值分數預測潛在類別的差異（Bray et al., 2019; Leite et al., 2021b）。

（三）數學成就的成長混合模型建構

在本研究中補習的傾向值分數所預測的潛在類別為數學成就的馬太效應，將透過成長混合模型（邱皓政、林碧芳，2016）進行估計，以圖 1 表示。在圖 1 中， PS 表示補習變項的傾向值， y_4 表示 4 年級數學基本學力測驗潛在能力的水平等化分數， y_5 表示 5 年級數學基本學力測驗潛在能力的水平等化分數， y_6 表示 6 年級數學基本學力測驗潛在能力的水平等化分數， I 表示成長混合模型的潛在截距， S 表示成長混合模型的潛在斜率， C 表示成長混合模型的潛在類別，藉以說明數學成就的馬太效應。

本研究主要探討補習對數學成就馬太效應的影響，因此關注補習變項的傾向值（ PS ）對數學成就成長混合模型（ C ）的影響（ $PS \rightarrow C$ ）。而關秉寅和李敦義（2008，2010）的研究主要探討補習變項的傾向值（ PS ）對數學成就（ y_4 ）橫斷性的影響（ $PS \rightarrow y_4$ ），並未進一步考慮數學成就縱貫性的發展

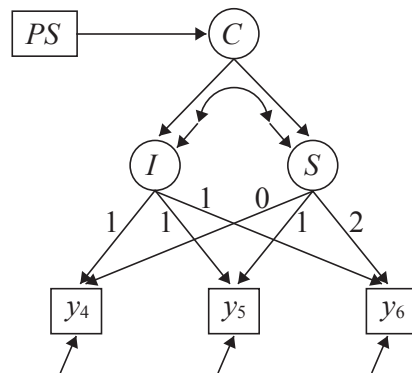


圖 1 傾向值成長混合模型

(I 與 S)，以及可能的馬太效應 (C)。此外，邱皓政和林碧芳 (2016) 主要關注學業成就縱貫性的模型發展 (I 與 S)，以及可能的馬太效應 (C)，但並未進一步透過傾向值估計 (PS)，控制調查研究時學生背景變項的選擇性偏誤可能對數學成就成長混合模型的影響 (僅探討自變項 $\rightarrow C$)。

在估計數學成就馬太效應時，需要事先確定成長混合模型的潛在類別分群組數，將面臨潛在類別個數判斷的情形，可見潛在類別的定義精確與否，將會影響到數學成就馬太效應的正確性及穩定性。在成長混合模型中的潛在類別，主要是在捕捉不同時間點下數學成就的潛在改變狀態，藉以說明是否存在強者恆強、弱者恆弱的馬太效應，本研究主要透過統計數指標以及所估算出模型的可解釋性，用以決定數學成就的成長混合模型需要多少個潛在類別個數。待確定最佳分群組數後，將控制潛在類別的分群誤差 (曾明基, 2019, 2020; Asparouhov & Muthén, 2014; Nylund-Gibson et al., 2014)，再加入補習的傾向值加以探討。

由於 PELS 資料庫和 TEPS 資料庫在抽樣設計上均是屬於多階段的抽樣，先抽學校再抽學生，因此需要考慮多階段抽樣的標準誤差估計以避免第一類型錯誤膨脹。過往國內探討補習 (林大森、陳憶芬, 2006; 李敦義, 2006; 關秉寅、李敦義, 2008, 2010; 陳俊瑋、黃毅志, 2011) 和馬太效應 (余民寧等人, 2012; 邱皓政、林碧芳, 2016) 的實證研究，並未考慮多階段抽樣的標準誤差，而可能在推論上產生偏誤。在多層次架構下考慮複雜抽樣設計，可以基於設計方法 (design-based methods) 進行參數估計 (曾明基, 2022;)

Stapleton, 2008），或者使用模型方法（model-based methods）進行多層次估計（曾明基，2023）。本研究 and 過往國內探討補習以及學業成就馬太效應的研究一樣，主要關注學生層次的補習以及數學成就的馬太效應，因此依據曾明基（2022）、Leite 等人（2018）的傾向值分析方式，使用設計方法的模型估計並進行後續分析。

（四）敏感性分析

當本研究的所有分析完成後，將進行敏感性分析（sensitivity analysis）。敏感性分析主要診斷補習對數學成就馬太效應的影響時，所忽略的混淆變項有多大程度可以改變統計分析的顯著性結果。本研究主要使用幽靈變項法（phantom variable）進行敏感性分析（曾明基，2022；Harring et al., 2017; Leite et al., 2018），幽靈變項在估計模型中屬於潛在變項，只是沒有測量指標，因此可用來代表本研究中忽略的混淆變項。進行敏感性分析的幽靈變項，主要設定在幽靈變項影響數學成就馬太效應的迴歸係數，表示忽略的潛在影響。本研究在進行敏感性分析時，主要參考曾明基（2022）、Tofighi 等人（2018）和 Leite 等人（2018）進行敏感性分析時的參數設定，這些研究均依據 Cohen（1988）的效果量設定低程度（.10）、中程度（.25）和高程度（.50）的敏感性參數並進行敏感性分析。在補習對數學成就馬太效應影響的效果分析時，透過幽靈變項進而將忽略的潛在混淆變項納進模型分析，如果分析後不改變原有的估計參數統計顯著性，表示該效果是穩健的。

肆、研究結果與討論

本研究主要探究補習對數學成就馬太效應的影響，以下詳盡說明分析結果。

一、檢定有補習學生和沒有補習學生在傾向值的共變項平衡

首先將有補習學生和沒有補習學生的 18 個共變項當作自變項，有補習學生和沒有補習學生的身分別當作依變項進行傾向值估計，並儲存每位學生的

傾向值作為後續分析的基礎。就有補習學生的傾向值而言，傾向值的最小值、平均和最大值依次為 .233、.740、.971，而沒有補習學生的傾向值最小值、平均和最大值依次為 .239、.620、.954。從有補習學生和沒有補習學生的傾向值數據分布可知，傾向值符合重疊（overlap requirement）要求，有補習學生和沒有補習學生的傾向值不包含 0 或是 1（Rosenbaum & Rubin, 1983）。

接著透過傾向值加權法（Stuart, 2010）診斷有補習學生和沒有補習學生在傾向值的共變項平衡。表 2 同時呈現有補習學生和沒有補習學生使用傾向值加權和未使用傾向值加權的共變項平衡結果，並使用 .10 標準差（Austin, 2011）作為診斷有補習學生和沒有補習學生在傾向值共變項平衡的決斷標準。由表 2 的第 2 欄位可知，在未使用傾向值加權前，有補習學生和沒有補

表 2 有補習學生和沒有補習學生在共變項平衡的標準化平均數差異

共變項說明	未加權標準化平均數差異	加權標準化平均數差異
父親教育程度	.310	-.078
母親教育程度	.315	-.072
家庭每月總收入	.480	-.051
家裡大約有多少本書	.357	-.057
電腦	.329	-.013
網路	.375	-.016
自己的書桌	.257	-.029
自己的房間	.150	-.008
這一學期的參考書	.530	-.045
這一學期的測驗卷	.423	-.022
主動完成回家作業	.144	-.001
復習今天上課的內容	.231	-.008
預習明天上課的內容	.197	-.007
與其他人討論課業	.083	.002
平均一天待在學校的時間	.100	.024
常和同學一起討論功課或唸書	.040	.027
常和同學討論升學的事情	.053	-.012
學校是學習的地方	.070	.022

註：本研究所有的分析語法和結果檔，雲端連結如下：

<https://www.dropbox.com/sh/2na6729ajlg1u4d/AAA1Eh6r9wwsVsogB0jSpDN1a?dl=0>

習學生在許多共變項上並未達到共變項平衡的要求。進一步由表 2 的第 3 欄位可知，經過傾向值加權後，有補習學生和沒有補習學生在所有共變項上均達到共變項平衡，表示後續可以透過傾向值加權進行有補習學生和沒有補習學生在數學成就的差異比較。

二、檢定數學成就的馬太效應

首先將所有學生在不同時間點的數學成就進行單一成長模型建構，表示僅用單一的潛在類別描述學生在不同時間點的數學成就隨時間的成長差異，也就是尚未考慮到數學成就隨時間成長的潛在異質差異。成長模型的適配度良好， $\chi^2=.169$ ($df=1$)，RMSEA (root mean square error of approximation)=.000，CFI (comparative fit index)=1.000，TLI (Tucker-Lewis fit index)=1.000，SRMR (standardized root mean square residual)=.001，BIC=63,355.459。在成長模型架構下，數學成就的截距為 .023 ($p>.05$)，斜率為 .020 ($p<.05$)，截距與斜率的共變數為 $-.060$ ($p<.001$)，在忽略數學成就隨時間改變的潛在異質差異前提下，將得出所有學生的數學成就隨著年級的增長，數學成就越佳的結果。

進一步考慮數學成就的潛在異質差異發現，隨著潛在類別分群的增加，相較於成長模型而言，在 BIC 比較適配指標獲得改善，表示隨著潛在類別分群的增加，可以更精確的捕捉數學成就隨時間增長的潛在異質差異。整體而言，學生的數學成就以分成 2 個潛在類別群組的 BIC 最佳 (BIC=63,122.235)，而數學成就雖然在分成 3 個潛在類別群組時 BIC 有改善 (BIC=62,982.196)，但是 Mplus 軟體出現警告訊息，顯示 3 個潛在類別群組的數學成就模型在估計斜率變異數時出現負的變異數估計值，表示 3 個潛在類別模型的估計結果不可信，因此後續在數學成就馬太效應的說明分析上，將以 2 個潛在類別的成長混合模型進行說明。

由表 3 可知，就數學成就 2 個潛在類別的成長混合模型而言，第 1 個潛在類別群組的學生數較少，有 4,581 人 (47.04%)，其數學成就的截距為 $-.497$ ，斜率為 $-.048$ ，顯示學生在 4 年級的數學成就不佳，而隨著時間的遞延，數學成就逐漸下滑，而第 2 個潛在類別群組的學生數較多，有 5,158 人

表 3 數學成就的成長混合模型估計參數摘要表

估計參數	第一潛在類別（弱者恆弱組）	第二潛在類別（強者恆強組）
	$N = 4,581$ (47.04%)	$N = 5,158$ (52.96%)
共變數	-.093 ***	-.093 ***
平均數		
截距	-.497 ***	.497***
斜率	-.048 *	.082***
變異數		
截距	.417***	.430***
斜率	.040***	.105***

(52.96%)，截距為 .497，斜率為 .082，顯示學生在 4 年級的數學成就較好，而隨著時間的遞延，數學成就逐漸上升。針對 2 個不同潛在類別群組在數學成就隨時間變動的潛在異質差異進行命名，將第 1 個潛在類別群組命名為「弱者恆弱組」，第 2 個潛在類別群組命名為「強者恆強組」。經由成長混合模型分析發現，在數學成就的變化中，出現馬太效應現象，呈現強者恆強，弱者恆弱，與過往針對數學成就分析的結果一致（余民寧等人，2012；邱皓政、林碧芳，2016；McNeish et al., 2022）。此外，進一步由表 3 可知，即使強者恆強組的整體增長幅度較弱者恆弱組更甚（平均斜率／固定效果），但強者恆強組在組內的發展路徑發展差異亦更甚之（變異斜率／隨機效果）。

過往國內探討數學成就的馬太效應現象（余民寧等人，2012；邱皓政、林碧芳，2016），分析的學生年齡層橫跨國中、高中階段，本研究的學生年齡層集中於國小 4 年級至 6 年級，經由成長混合模型分析發現，學生的學習成就呈現出強者恆強，弱者恆弱的發展趨勢，顯示數學成就的馬太效應現象在小學階段就已經開始，和國外的研究結果相似（McNeish et al., 2022; Merton, 1968, 1988; Walberg & Tsai, 1983）。然而，就分析的數學成就潛在異質群體而言，邱皓政和林碧芳（2016）針對 TEPS 綜合分析能力的馬太效應現象共分析出 3 個潛在異質群組，而本研究使用 PELS 數學基本學力測驗進行分析，僅估計出 2 個潛在異質群組，究其原因，除了測量依變項不同（綜合分析能力 VS 數學基本學力），縱貫性測量的時間點也不同（國高中 VS 小學），因

此產生數學成就馬太效應潛在類別分群的差異。

三、補習對數學成就馬太效應的影響

在確定數學成就的成長混合模型可以分成 2 個潛在異質群體後，接著加入補習的傾向值做為自變項加以探討。在學業成就成長混合模型中加入補習的傾向值進行分析時，依據 Asparouhov 與 Muthén (2014)、Nylund-Gibson 等人 (2014) 的建議進行三步驟分析效正。目前三步驟分析效正的分析方法主要可分為 Modal 分派和 BCH 分派 (曾明基, 2020; Vermunt, 2010)。而在傾向值的三步驟分析效正中，目前使用 Modal 分派 (Bray et al., 2019; Leite et al., 2021b)。本研究在分析時同時使用 Modal 分派和 BCH 分派，由於估計結果一致，因此僅呈現 Modal 分派的結果。關於三步驟分析校正的詳盡說明，可參閱曾明基 (2020)、Asparouhov 與 Muthén (2014) 以及 Vermunt (2010)。

在控制數學成就成長混合模型的分群誤差後，加入自變項補習的傾向值進行分析，分析時以第一潛在類別（弱者恆弱組）作為參照組並進行 logistic 迴歸，經過估計後補習對數學成就潛在類別的 logistic 迴歸估計值為 .458 ($p < .001$)，顯示補習有無會影響數學成就的馬太效應，有補習的學生相較於沒有補習的學生，出現在強者恆強組的機率相較於出現在弱者恆弱組的機率高出 58.2% ($e^{.458} = 1.582$)。

本研究的分析方式除了改進邱皓政和林碧芳 (2016) 進行學業成就馬太效應潛在類別分析時，忽略分群誤差以及共變項選擇性偏誤的缺失，也改進了關秉寅和李敦義 (2008, 2010) 進行補習對數學成就影響的探討時，忽略遺漏值且缺乏能力測驗縱貫性分析的不足。本研究在控制遺漏值偏誤、共變項選擇性偏誤、嵌套結構偏誤以及分群誤差偏誤的前提下，進行補習對數學成就的縱貫性分析發現，學生有沒有補習，不但會影響到學生的數學成就 (林大森、陳憶芬, 2006; 李敦義, 2006; 關秉寅、李敦義, 2008, 2010; 陳俊瑋、黃毅志, 2011)，而且會進一步影響數學成就的馬太效應現象 (余民寧等人, 2012; 邱皓政、林碧芳, 2016; McNeish et al., 2022; Merton, 1968, 1988; Walberg & Tsai, 1983)。

四、敏感性分析

接著透過敏感性分析，檢定補習對數學成就馬太效應影響的結果是否穩定可靠。本研究主要透過幽靈變項法進行敏感性分析（曾明基，2022；Harring et al., 2017; Leite et al., 2018），幽靈變項法經由潛在效果量的事先設定，做為模型建構時可能忽略的混淆變項，藉以偵測補習對數學成就馬太效應影響的結果，是否會因為忽略的混淆變項加入，而改變原先的統計檢定顯著性結果。在本研究中透過幽靈變項法操弄幽靈變項對數學成就馬太效應的迴歸係數，表示忽略的混淆變項對數學成就馬太效應的潛在影響。敏感性參數的設定依據 Cohen（1988）的效果量設定低程度（.10）、中程度（.25）和高程度（.50）的效果量。如果進行敏感性分析後，不改變原有的統計檢定顯著性結果，表示本研究的分析結果是穩健有效的。

由表 4 的敏感性分析可知，就補習對數學成就馬太效應影響的結果而言，無論更動幽靈變項的效果量為低程度、中程度或是高程度，並不會改變補習對數學成就馬太效應的影響。可見本研究在補習對數學成就馬太效應影響的分析中，已經透過傾向值有效控制學生的背景變項選擇性偏誤，也沒有遺漏重要的混淆變項，而導致在敏感性分析時出現統計檢定結果反轉的現象。表示有補習學生和沒有補習學生，在數學成就馬太效應存在差異此一統計檢定顯著結果，是穩定且可靠的。顯示學生有沒有補習，將會進一步影響數學成就的馬太效應現象。

表 4 敏感性分析

幽靈變項影響學業成就 馬太效應的迴歸係數	補習對學業成就 馬太效應的迴歸係數	<i>p</i> 值
.1	.459	$P < .001$
.25	.465	$P < .001$
.5	.485	$P < .001$

本研究主要探究補習對數學成就馬太效應的影響，為了避免遺漏值的干擾影響到補習對數學成就的推論效度（關秉寅、李敦義，2008，2010），本研

究並沒有刪除相關變項的遺漏值，而是改使用貝氏插補進行遺漏值的插補估計（Rubin, 1987; Schafer, 1997），有效控制縱貫性分析時遺漏值的流失所造成的推論偏誤。經由插補出可能影響補習的相關背景變項後，接著進行補習變項的傾向值分析（Leite et al., 2021a），經由傾向值分析發現，在控制補習相關變項的選擇性偏誤後，補習變項已經達到傾向值平衡，可以在調查研究中類似實驗設計，進一步探究自變項（補習有無）對依變項（數學成就馬太效應）的試驗效果。然而，遺漏值插補和傾向值分析主要在控制自變項的測量偏誤，因此在探討補習對數學成就馬太效應的影響之前，本研究接著控制依變項的測量偏誤，首先透過設計方法（曾明基，2022；Stapleton, 2008）進行標準誤差的調整，控制數學成就多層次抽樣嵌套結構樣本相依的問題，並在估計出數學成就馬太效應的潛在類別時，控制潛在類別的分群誤差（曾明基，2019，2020；Asparouhov & Muthén, 2014; Nylund-Gibson et al., 2014）後，才加入補習的傾向值加以探討。

爲了在調查研究中，達到類似實驗設計的效果，本研究需要進行許多的統計控制，才有辦法清楚釐清補習對數學成就馬太效應的影響。畢竟，在真實的教學場域，並無法將學生以隨機抽樣隨機分派的方式進行實驗設計，讓實驗組的學生參加補習，而控制組的學生不參加補習。因此，本研究在調查研究後，經由許多的統計控制並在傾向值達到平衡的前提下，才進一步探究補習對數學成就馬太效應的影響。經由分析發現，數學成就隨著時間的遞移，確實存在馬太效應現象，呈現強者恆強，弱者恆弱的發展。而有補習的學生相較於沒有補習的學生，出現在強者恆強組的機率相較於出現在弱者恆弱組的機率高，可見補習確實會影響數學成就的馬太效應。

伍、結論與建議

本研究主要探討補習對數學成就馬太效應的影響，研究發現，有補習學生相較於沒有補習的學生，出現在強者恆強組的機率相較於出現在弱者恆弱組的機率高。

然而，就目前本研究者所參閱的馬太效應文獻（余民寧等人，2012；邱

皓政、林碧芳，2016；McNeish et al., 2022; Merton, 1968, 1988; Walberg & Tsai, 1983)，均是站在結果論的角度，說明學生學業成就的成長差異現象。並無法在此一現象上，進一步說明或解釋可能的數學理解困難而造成的學習結果差異。嚴格說來，數學學習是屬於連貫性的認知能力改變，若前面的內容理解困難，通常後續學習將會造成更多的困擾，進而影響數學成就。然而，就調查研究而言，本研究和過往研究一樣，僅能說明數學學習結果的差異以及所呈現的馬太效應現象，並無法進一步論述或說明和數學學習過程中，學生學習理解有關的差異對數學成就馬太效應的可能影響，此為本研究不足之處，有待後續研究進一步加以探討。

學生的補習屬於學校放學後的學習延伸，需要家庭經濟的支援。而目前教育部（2019 年 3 月 27 日）也有進行補救教學（另稱為學習扶助），主要針對學業弱勢的學生在課中（曾明基，2021）或是課後（余民寧、李昭鑒，2018）進行學業補救，目前成效顯著。那麼，針對課中或是課後學業弱勢學生的補救教學，是否可以產生和補習相反的效果，降低有補習學生相較於沒有補習的學生，出現在強者恆強組的機率相較於出現在弱者恆弱組的機率，進而可能達到教育機會均等的目標，仍有待續研究者加以探討。

此外，本研究雖然在分析時有考慮到多層次抽樣嵌套結構樣本相依的問題，但為了和國內補習以及數學成就相關研究進行對話，在分析時使用設計方法（曾明基，2022；Stapleton, 2008）進行標準誤差的調整。然而，就學業成就的馬太效應而言，在國外也存在學校層次的馬太效應現象（Baumert et al., 2012; McNeish et al., 2022）。而在台灣，是否也存在學校層次的馬太效應現象，有何因素可以減緩學校層次的馬太效應，仍待後續的研究者進一步加以探究。

參考文獻

- 王麗雲、游錦雲（2005）。學童社經背景與暑期經驗對暑期學習成就進展影響之研究。《教育研究集刊》，51(4)，1-41。https://doi.org/10.6910/BER.200512_(51-4).0001【Wang, L. Y., & Yuo, J. Y. (2005). The influence of children's socioeconomic status and summer experiences on their achievement progress in the summer. *Bulletin of Educational Research*, 51(4), 1-41. https://doi.org/10.6910/BER.200512_(51-4).0001 (in Chinese)】
- 林大森、陳憶芬（2006）。臺灣高中生參加補習之效益分析。《教育研究集刊》，52(4)，35-70。https://doi.org/10.6910/BER.200612_(52-4).0002【Lin, D. S., & Chen, Y. F. (2006). Cram school attendance and college entrance exam scores of senior high school students in Taiwan. *Bulletin of Educational Research*, 52(4), 35-70. https://doi.org/10.6910/BER.200612_(52-4).0002 (in Chinese)】
- 林俊瑩（2016）。學科補習之動態變化對學習成就族群落差的影響：以屏東縣小學生為例。《教育研究與發展期刊》，12(4)，23-56。https://doi.org/10.3966/181665042016121204002【Lin, C. Y. (2016). Influence of dynamic changes in subject supplementary education on ethnic gap in learning achievement: A case of elementary school students in Pingtung County. *Journal of Educational Research and Development*, 12(4), 23-56. https://doi.org/10.3966/181665042016121204002 (in Chinese)】
- 李敦義（2006）。補習有助於升學嗎？——分析補習、多元入學與教育取得間的關係。《教育與心理研究》，29(3)，489-516。【Lee, D. Y. (2006). The effects of cram schooling on educational attainment in the secondary school diversified admission plan. *Journal of Education & Psychology*, 29(3), 489-516. (in Chinese)】
- 余民寧、李敦仁、趙珮晴（2012）。正視馬太效應的影響：可變及不可變因素之分析。《教育學刊》，39，119-152。【Yu, M. N., Lee, D. R., & Chao, P. C. (2012). To attach importance to Matthew effect: The changeable and unchangeable factors. *Educational Review*, 39, 119-152. (in Chinese)】
- 余民寧、李昭鑒（2018）。補救教學中個別化教學對學生學習成效之影響分析。《教育科學研究期刊》，63(1)，247-271。https://doi.org/10.6209/JORIES.2018.63(1).08【Yu, M. N., & Li, C. Y. (2018). Impact of individualized instruction on the learning outcomes of low-achieving students who received remedial instruction. *Journal of Research in Education Sciences*, 63(1), 247-271. https://doi.org/10.6209/JORIES.2018.63(1).08 (in Chinese)】
- 邱皓政、林碧芳（2016）。孰優、孰弱？臺灣學生學習成就軌跡之異質性分析。《當代教育研究》，24(1)，33-79。https://doi.org/10.6151/CERQ.2016.2401.02【Chiou, H. J., & Lin, P. F. (2016). Who's superior and Who's inferior? Study of heterogeneity of students' achievement trajectories in Taiwan. *Contemporary Educational Research Quarterly*, 24(1), 33-79. https://doi.org/10.6151/CERQ.2016.2401.02 (in Chinese)】
- 教育部（2019年3月27日）。教育部國民及學前教育署補助辦理國民小學及國民中學學生學習扶助作業注意事項。【The Ministry of Education. (2019, March 27). The National and Pre-school Education Administration of the Ministry of Education subsidizes the handling of learning aid work for national elementary and junior high school students.】

- 陳俊瑋、黃毅志（2011）。重探學科補習的階層化與效益：Wisconsin 模型的延伸。教育研究集刊，57(1)，101-135。https://doi.org/10.6910/BER.201103_(57-1).0004【Chen, C. W., & Hwang, Y. J. (2011). A re-exploration of stratification and efficacy in cram schooling: An extension of the Wisconsin model. *Bulletin of Educational Research*, 57(1), 101-135. https://doi.org/10.6910/BER.201103_(57-1).0004 (in Chinese)】
- 曾明基（2019）。縱貫性網路使用行為對學業成就的影響：潛藏轉移模型分析取向。教育科學研究，64(4)，31-72。https://doi.org/10.6209/JORIES.201912_64(4).0002【Tseng, M. C. (2019). The effect of the internet use behavior on academic achievement: Latent transition model analysis. *Journal of Research in Education Sciences*, 64(4), 31-72. https://doi.org/10.6209/JORIES.201912_64(4).0002 (in Chinese)】
- 曾明基（2020）。學生認知歷程與背景變數對於學生評鑑教師的影響：潛在類別偏差校正與混合迴歸分析。教育科學研究，65(3)，251-276。https://doi.org/10.6209/JORIES.202009_65(3).0009【Tseng, M. C. (2020). Influences of different background variables on student ratings of instruction: Bias-adjusted three-step mixture regression analysis. *Journal of Research in Education Sciences*, 65(3), 251-276. https://doi.org/10.6209/JORIES.202009_65(3).0009 (in Chinese)】
- 曾明基（2021）。課中補救教學對學生數學學習動機的動態影響。教育與心理研究，44(4)，71-91。https://doi.org/10.3966/102498852021124404003【Tseng, M. C. (2021). The dynamic influence of remedial teaching on students' math learning motivation. *Journal of Education & Psychology*, 44(4), 71-91. https://doi.org/10.3966/102498852021124404003 (in Chinese)】
- 曾明基（2022）。研究生和大學生的學生評鑑教師教學分數真的要一起比較嗎？傾向值結構方程模型分析。教育與心理研究，45(2)，35-57。https://doi.org/10.53106/102498852022064502002【Tseng, M. C. (2022). Graduate student in SRI can really compare with the university student? Propensity score analysis with structural equation modeling. *Journal of Education & Psychology*, 45(2), 35-57. https://doi.org/10.53106/102498852022064502002 (in Chinese)】
- 曾明基（2023）。台灣教師閱讀教學對學生閱讀成就的影響：多層次結構方程模型分析。教育與心理研究，46(1)，39-67。https://doi.org/10.53106/102498852023034601002【Tseng, M. C. (2023). The influence of Taiwanese teachers' reading teaching on students' reading achievement: Multilevel structural equation modeling. *Journal of Education & Psychology*, 46(1), 39-67. https://doi.org/10.53106/102498852022064502002 (in Chinese)】
- 關秉寅、李敦義（2008）。補習數學有用嗎？一個「反事實」的分析。臺灣社會學刊，41，97-148。https://doi.org/10.6786/TJS.200812.0097【Kuan, P. Y., & Lee, D. Y. (2008). Effects of cram schooling on math performance: A counterfactual analysis. *Taiwanese Journal of Sociology*, 41, 97-148. https://doi.org/10.6786/TJS.200812.0097 (in Chinese)】
- 關秉寅、李敦義（2010）。國中生數學補得愈久，數學成就愈好嗎？傾向分數配對法的分析。教育研究集刊，56(2)，105-139。https://doi.org/10.6910/BER.201006_(56-2).0004【Kuan, P. Y., & Lee, D. Y. (2010). Effects of cram schooling on math performance in junior high: A propensity score matching approach. *Bulletin of Educational Research*, 56(2), 105-139. https://doi.org/10.6786/TJS.200812.0097 (in Chinese)】
- Bakk, Z., Tekle, F., & Vermunt, J. K. (2013). Estimating the association between latent class membership and external variables using bias adjusted three-step approaches. *Sociological Methodology*, 43, 272-311. https://doi.org/10.1177/0081175012470644
- Baumert, J., Nagy, G., & Lehmann, R. (2012). Cumulative advantages and the emergence of social

- and ethnic inequality: Matthew effects in reading and mathematics development within elementary schools? *Child Development*, 83(4), 1347–1367. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01779.x>
- Bray, B. C., Dziak, J. J., Patrick, M. E., & Lanza, S. T. (2019). Inverse propensity score weighting with a latent class exposure: Estimating the causal effect of reported reasons for alcohol use on problem alcohol use 16 years later. *Prevention Science*, 20(3), 394–406. <https://doi.org/10.1007/s11121-018-0883-8>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Lawrence Erlbaum.
- Harring, J. R., McNeish, D. M., & Hancock, G. R. (2017). Using phantom variables in structural equation modeling to assess model sensitivity to external misspecification. *Psychological Methods*, 22(4), 616–631. <https://doi.org/10.1037/met0000103>
- Leite, W. L. (2017). *Practical propensity score methods using R*. Sage Publishing.
- Leite, W. L., Stapleton, L. M., & Bettini, E. F. (2018). Propensity score analysis of complex survey data with structural equation modeling: A tutorial with Mplus. *Structural Equation Modeling*, 26, 448–469. <https://doi.org/10.1080/10705511.2018.1522591>
- Leite, W. L., Aydin, R., & Cetin-Berber, D. D. (2021a). Imputation of missing covariate data prior to propensity score analysis: A tutorial and evaluation of the robustness of practical approaches. *Evaluation Review*, 1–36. <https://doi.org/10.1177/0193841X211020245>
- Leite, W. L., Jing, Z., Kuang, H., Kim, D., & Huggins-Manley, A. C. (2021b). Multilevel mixture modeling with propensity score weights for quasi-experimental evaluation of virtual learning environments. *Structural Equation Modeling*, 28(6), 964–919. <https://doi.org/10.1080/10705511.2021.1919895>
- McNeish, D., Harring, J. R., & Dumas, D. (2022). A multilevel structured latent curve model for disaggregating student and school contributions to learning. *Statistical Methods and Applications*. <https://doi.org/10.1007/s10260-022-00667-w>
- Merton, R. K. (1968). The Matthew Effect in Science: The reward and communication systems of science are considered. *Science*, 159(3810), 56–63. <https://doi.org/10.1126/science.159.3810.56>
- Merton, R. K. (1988). The Matthew effect in science, II: Cumulative advantage and the symbolism of intellectual property. *Isis*, 79(4), 606–623. <https://doi.org/10.1086/354848>
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2017). *Mplus user's guide*. (8th ed.). Muthén & Muthén.
- Nylund, K. L., Asparouhov, T., & Muthén, B. (2006). Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A monte carlo simulation study. *Structural Equation Modeling*, 14(4), 535–569. <https://doi.org/10.1080/10705510701575396>
- Nylund-Gibson, K., Grimm, R., Quirk, M., & Furlong, M. (2014). A latent transition mixture model using the three-step specification. *Structural Equation Modeling*, 21(3), 439–454. <https://doi.org/10.1080/10705511.2014.915375>
- Rosenbaum, P. R., & Rubin, D. B. (1983). The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika*, 70(1), 41–55. <https://doi.org/10.1093/biomet/70.1.41>
- Rubin, D. (1987). *Multiple imputation for nonresponse in sample surveys*. John Wiley.
- Schafer, J. L. (1997). *Analysis of Incomplete Multivariate Data*. Chapman & Hall.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6, 461–464. <https://doi.org/10.1214/aos/1176344136>

- Shaywitz, B. A., Holford, T. R., Holahan, J. M., Fletcher, J. M., Stuebing, K. K., Francis, D. J., & Shaywitz, S. E. (1995). A Matthew effect for IQ but not for reading: Results from a longitudinal study. *Reading Research Quarterly*, 30(4), 894. <https://doi.org/10.2307/748203>
- Stanovich, K. E. (2009). Matthew effects in reading: Some consequences of individual differences in the acquisition of literacy. *Journal of Education*, 189(1-2), 23-55. <https://doi.org/10.1177/0022057409189001-204>
- Stapleton, L. M. (2008). Variance estimation using replication methods in structural equation modeling with complex sample data. *Structural Equation Modeling*, 15(2), 183-210. <https://doi.org/10.1080/10705510801922316>
- Stuart, E. A. (2010). Matching methods for causal inference: A review and a look forward. *Statistical Science*, 25(1), 1-21. <https://doi.org/10.1214/09-sts313>
- Tofghi, D., Hsiao, Y. Y., Kruger, E. S., MacKinnon, D. P., Van Horn, M. L., Witkiewitz, K. (2018). Sensitivity analysis of the no-omitted confounder assumption in latent growth curve mediation models. *Structural Equation Modeling*, 26(4), 91-109. <https://doi.org/10.1080/10705511.2018.1506925>
- Tseng, M. C., & Wang, W. C. (2021). The Q-matrix anchored mixture Rasch model. *Frontiers in Psychology: Quantitative Psychology and Measurement*, 12, 564976. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.564976>
- Vermunt, J. K. (2010). Latent class modeling with covariates: Two improved three-step approaches. *Political Analysis*, 18(4), 450-469. <https://doi.org/10.1093/pan/mpq025>
- Walberg, H. J., & Tsai, S. L. (1983). Matthew Effects in Education. *American Educational Research Journal*, 20(3), 359-373. <https://doi.org/10.2307/1162605>

附 錄

共變項的測量及編碼

觀察變項	定義與測量方式
父親教育程度	為 PELS 第一波中父親的教育程度，由父親自己填答，量尺依序為不識字、國小以下、國中、高中（高職）、專科、大學、碩士、博士。填答不識字編碼為 0，國小以下編碼為 1，國中編碼為 2，高中（高職）編碼為 3，專科編碼為 4，大學編碼為 5，碩士編碼為 6，博士編碼為 7。
母親教育程度	為 PELS 第一波中母親的教育程度，由母親自己填答，量尺依序為不識字、國小以下、國中、高中（高職）、專科、大學、碩士、博士。填答不識字編碼為 0，國小以下編碼為 1，國中編碼為 2，高中（高職）編碼為 3，專科編碼為 4，大學編碼為 5，碩士編碼為 6，博士編碼為 7。
家庭每月總收入	由父母共同填答，分成不到 1 萬、1~2 萬、2~5 萬、5~10 萬、10~15 萬、15 萬以上。填答不到 1 萬編碼為 1，1~2 萬編碼為 2，2~5 萬編碼為 3，5~10 萬編碼為 4，10~15 萬編碼為 5，15 萬以上編碼為 6。
家裡大約有多少本書	分成沒有或很少（0~10 本）、可放滿 1 排（11~25 本）、可放滿 1 個書架（26~100 本）、可放滿 2 個書架（101~200 本）、可放滿 3 個以上書架（超過 200 本）。依序編碼為 1、2、3、4。
家裡是否有電腦	填答有編碼為 1，填答沒有編碼為 0。
家裡是否有網路	填答有編碼為 1，填答沒有編碼為 0。
是否有自己的書桌	填答有編碼為 1，填答沒有編碼為 0。
是否有自己的房間	填答有編碼為 1，填答沒有編碼為 0。
是否有這一學期的參考書	分成沒有、只有一、二科、有整套的。填答沒有編碼為 0，只有一、二科編碼為 1，有整套的編碼為 2。
是否有這一學期的測驗卷	分成沒有、只有一、二科、有整套的。填答沒有編碼為 0，只有一、二科編碼為 1，有整套的編碼為 2。
主動完成回家作業	分成沒有、偶爾、有時、經常。填答沒有編碼為 0，偶爾編碼為 1，有時編碼為 2，經常編碼為 3。
復習今天上課的內容	分成沒有、偶爾、有時、經常。填答沒有編碼為 0，偶爾編碼為 1，有時編碼為 2，經常編碼為 3。

共變項的測量及編碼（續）

觀察變項	定義與測量方式
預習明天上課的內容	分成沒有、偶爾、有時、經常。填答沒有編碼為 0，偶爾編碼為 1，有時編碼為 2，經常編碼為 3。
與其他人討論課業	分成沒有、偶爾、有時、經常。填答沒有編碼為 0，偶爾編碼為 1，有時編碼為 2，經常編碼為 3。
平均一天待在學校的時間（含在學校的課後照顧班）	分成不到 8 小時、8~9 小時、9~10 小時、10 小時以上。填答不到 8 小時編碼為 1，8~9 小時編碼為 2，9~10 小時編碼為 3，10 小時以上編碼為 4。
常和同學一起討論功課或唸書	分成非常不符合、不符合、符合、非常符合。填答非常不符合編碼為 1，不符合編碼為 2，符合編碼為 3，非常符合編碼為 4。
常和同學討論升學的事情	分成非常不符合、不符合、符合、非常符合。填答非常不符合編碼為 1，不符合編碼為 2，符合編碼為 3，非常符合編碼為 4。
學校是學習的地方	分成非常不同意、不同意、同意、非常同意。填答非常不符合編碼為 1，不符合編碼為 2，符合編碼為 3，非常符合編碼為 4。

補習的描述性統計

	次數	百分比	累積百分比
沒有補習	2,842	29.2	29.2
有補習	6,793	69.8	98.9
遺漏值	104	1.1	100.0
總和	9,739	100.0	

數學成就的描述性統計

	四年級數學	五年級數學	六年級數學
有效樣本	9,603	9,348	9,232
遺漏值	136	391	507
平均數	.022	.046	.059
標準差	.917	.921	.898
最小值	-2.636	-2.261	-2.081
最大值	2.169	2.436	2.182

The Effects of Cram Schooling on Math Achievement: A Propensity Score Growth Mixture Model Analysis

Ming-Chi Tseng¹

ABSTRACT

This study examines the impact of cram schooling on math achievement, specifically the Matthew effect. The study utilizes a longitudinal framework and analyzes data from the Pingtung Education Longitudinal Survey database using a propensity score growth mixture model. The study discovered that the propensity value of cram schooling reached equilibrium, and math achievement could potentially be divided into two heterogeneous groups. Over time, it exhibited the Matthew effect phenomenon, with tutored students having a higher probability of appearing in the higher grade group. Based on these findings, relevant suggestions are proposed.

Keywords: cram school, math achievement, Matthew effect, propensity score, growth mixture model

1. Assistant Professor, Department of Education, National University of Tainan