

蔡文榮、張鈞淇、劉柏宏（2019）。

臺灣學術界數學史研究之現況分析與建議：以 1992 年至 2017 年學位論文為例。

臺灣數學教育期刊，6（1），27-51。

doi: 10.6278/tjme.201904_6(1).003

臺灣學術界數學史研究之現況分析與建議： 以 1992 年至 2017 年學位論文為例

蔡文榮¹ 張鈞淇¹ 劉柏宏²

¹ 國立中興大學教師專業發展研究所

² 國立勤益科技大學基礎通識教育中心

本研究旨在探討目前臺灣學術界關於數學史研究、數學史融入教學的現況、發展趨勢及對數學史教學研究的啟示。本研究係以內容分析法進行，針對 1992 年至 2017 年間 143 篇碩博士學位論文，從論文數量變化趨勢、研究主題、研究方法及數學史融入教學的單元等角度切入。結果顯示，純數學史的研究中，以探討中國古代數學的篇數過半為最多，而歐洲國家數學史最少。亞洲區域除了中國外，也對朝鮮及日本等地區的數學史進行相關研究。以教育階段區分，數學史融入教學的研究數量以國小與國中階段最多，高中次之，高職最少。不過數學史融入教學的單元佔比卻呈現相反趨勢。在研究方法方面，以質性研究的比例最高，除了行動研究與準實驗研究外，問卷和訪談是最主要的研究工具。本研究也針對未來數學史融入教學的方向提出一些建議。

關鍵詞：HPM、數學史、數學教育、學位論文

通訊作者：劉柏宏，e-mail：liuph@ncut.edu.tw

收稿：2018 年 8 月 30 日；

接受刊登：2019 年 3 月 21 日。

Tsay, W. R., Chang, C. C., & Liu, P. H. (2019).

Analysis of current state and recommendations for HPM research in Taiwan: The case of theses and dissertations from 1992 to 2017.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 6(1), 27-51.

doi: 10.6278/tjme.201904_6(1).003

Analysis of Current State and Recommendations for HPM Research in Taiwan: The Case of Theses and Dissertations from 1992 to 2017

Wen-Rong Tsay¹ Chun-Chi Chang¹ Po-Hung Liu²

¹ Institute of Professional Development for Educators, National Chung Hsin University

² Fundamental Education Center, National Chin-Yi University of Technology

The purpose of this study was to investigate the current state, trend, and revelation of Taiwan's theses and dissertations in the field of HPM. This study adopted content analysis approach. By investigating 143 theses and dissertations ranging from 1992 to 2017, the study conducted a holistic analysis in terms of the trend in the change of quantity, research topics, methodologies, and HPM-integrated lessons. The result reveals that, regarding the study of ancient mathematics, over one half of the studies focused on Chinese context, while Europe context attracted the least attention. Beside of the ancient Chinese mathematics, Korean and Japanese mathematics were also investigated. As of the HPM-integrated lessons, the elementary and junior high school levels have the highest percentage followed by the high school level, and senior vocational school received the least attention. However, the ratio of the HPM-integrated lessons to the textbook lessons appears an opposite trend. Qualitative studies outnumbered the quantitative ones in these theses and dissertations. Beside of action research and quasi-experimental studies, questionnaires and interviews are the main instruments. The present study recommends several issues for future HPM researches.

Keywords: HPM, history of mathematics, mathematics education, degree thesis

Corresponding author : Po-Hung Liu , e-mail : liuph@ncut.edu.tw

Received : 30 August 2018;

Accepted : 21 March 2019.

壹、前言

一、研究背景

以數學教育研究的發展而言，數學史融入教學這一學術領域的崛起算是比較晚的，一般認為是從 1972 年在英國愛塞特（Exeter, UK）所舉辦的第 2 屆國際數學教育會議（International Congress on Mathematical Education, ICME-2）發軔，創立了「數學史與教學關係國際研究群」（International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics, HPM），當時是由國際數學教學委員會（International Commission on Mathematical Instruction, ICMI）所召開，1980 年之後該會創辦了數學史方面的通訊，並每四年定期舉辦一次會議（Fasanelli & Fauvel, 2006），該會最近一次是 2016 年在法國的 Montpellier 舉行。

臺灣師範大學洪萬生於 1996 年開始參與此一國際盛事，為積蓄籌備 2000 年在臺北所舉辦 HPM 研討會的學術能量，從 1998 年開辦《HPM 通訊》。因此，臺灣的 HPM 研究可以說是從 1990 年代正式與國際學界接軌，並將國外數學史的理念與作法引入國內（洪萬生，1998，2001）。

因此之故，1990 年代以後，臺灣數學教育界逐漸重視「數學史」及「數學史融入中小學的數學教學」的研究，甚至成立專門研究的小組，全臺許多學校的學者與研究人員陸續發表有關這方面的學位論文、期刊論文、會議論文等著作，截至 2017 年底，已有至少一百多篇的學位論文，可謂代代薪傳，枝繁葉茂，學術成果纍纍如貫珠。因此，在這豐碩的立足點上，對於臺灣歷年來各校產出的數學史研究、數學史融入教學的學位論文進行宏觀性的回顧，在時機上可謂相當合宜。

二、研究動機

臺灣學生數學學習成就與素養在各項國際評比中（例如 TIMSS 與 PISA）雖然高居前五名，但學習動機卻始終列於後段班，而數學史正是激發並培養數學學習動機的重要因素之一，這是本研究欲探究臺灣這二十多年來數學史融入教學之發展與現況的第一個研究動機。

根據經濟合作暨發展組織（The Organization for Economic Cooperation and Development, 簡稱 OECD）在巴黎所發表的國際學生評量（Program for International Student Assessment, 簡稱 PISA）的成績來看，臺灣在 2006 年第一次參加時數學排名是第一名，2009 年降到第五名，之後的 2012 年升到第四名，排名上落後上海、新加坡、香港這三個地區，2015 年維持第四名。特別值得注意的是臺灣學生兩極化現象嚴重，數學素養高成就學生比例下降，尤其數學素養高成就層級 6（共 6 層級）的比例減半最為嚴重（從 2012 年 18% 降至 10.1%）。而若從國際教育成就調查委員會（The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 簡稱 IEA）的公

布來看，在 2015 年「國際數學與科學教育成就趨勢調查」(Trend in Mathematics and Science Study 2015, 簡稱 TIMSS 2015) 的結果中，在全球近 50 個國家，臺灣四年級學生數學成就分別排名第 4 名；八年級學生在全球 39 個國家中，數學排名為第 3 名，與上一次排名持平。雖然我國中小學生數理成就名列前茅，但是學生對於學習數理的興趣和自信心卻明顯不足（楊騰凱，2016）。值得再次強調的是，數學史、數學學習動機、數學學習成就三者之間是有相關的，對於研究「數學史」、「數學史融入教學」的學術界而言，這應該是相當令人感興趣的研究方向，所以，瞭解過去二十多年關於這二個方向的學位論文自有其學術上的重要性。

其次，當今的十二年國教強調素養導向教學，西方學者認為數學素養必須考慮到情意與態度面向 (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)。而從教育現場實務工作者的角度來看，「數學史」和「數學史融入教學」對於學生在數學的情意與態度上的素養之培養當有其不容忽視的影響，故而，對這二十多年來臺灣的學位論文在數學史這一主題上的各種面向加以深入瞭解，正呼應了時代的脈動，而成了第二個研究動機。

進而言之，西方的 Kilpatrick 等人 (2001) 從分析學校數學、閱讀認知心理學與數學教育文獻、以及對於現代社會所需的數學知識與技能的判斷，界定出學生在數學學習上所需的素養。有數學素養的學生能處理日常生活中的數學挑戰，並能在高中或大學階段學好數學。他們以交織在一起的五股線繩做為比喻，說明構成數學素養的五項主要能力，包括：(一) 概念的理解 (conceptual understanding)：對於數學概念、運算和關係的瞭解；(二) 程序的流暢 (procedural fluency)：能夠有彈性地、準確地、有效率地、合適地執行程序的技能；(三) 策略的能力 (strategic competence)：有能力去形成、表徵與解決數學問題；(四) 合宜的推論 (adaptive reasoning)：能夠進行邏輯思考、反思、解釋與驗證；(五) 建設性傾向 (productive disposition)：將數學視為有意義的、有用的、有價值的，相信努力學習數學會獲致成功，並且對於自己學好數學具有信心。這五項能力對於學生的數學學習彼此關聯，不可能只發展其中的一、兩項就能培養下一代的數學素養。值得注意的是，除了上述的認知與內容之外，他們所提出的數學素養還要考慮到情意與態度面向，成為五項能力中的一項。

而國內的李國偉、黃文璋、楊德清與劉柏宏 (2013) 綜合國內外文獻，定義數學素養的內涵如下：

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。(p. 19)

上述的定義呼應了十二年國教總綱核心素養「自主行動」面向中的「身心素質與自我精進」、「系統思考與解決問題」、「規劃執行與創新應變」三項。並且，該定義除了強調活用基本數學知識來解決問題之外，也提出使用工具與資訊的重要性，這呼應「溝通互動」面向中的「符號運用與溝通表達」、「科技資訊與媒體素養」項目。李國偉等人（2013）建議融入數學文化的相關素材，不僅讓學童認知到數學對於人類歷史的貢獻，也能欣賞數學的美與和諧性，這呼應了「溝通互動」面向中「藝術涵養與美感素養」項目。該定義強調培養能理性反思、做出合理判斷，並能有效與他人或群體溝通觀點公民的重要性，具體呼應「社會參與」面向之核心素養。

所以，不管是西方的 Kilpatrick 等人（2001）的觀點，或是國內李國偉等人（2013）建議融入數學文化的相關素材，以呼應十二年國教素養導向教學所需，都無法迴避「數學史」、「數學史融入教學」的學術領域。因此，本研究依此脈絡來分析這二十多年來在數學史這一主題上的學位論文，當能對臺灣的數學教育界有所貢獻。

三、研究目的

根據上述研究背景與動機，本研究之研究目的如下所述：

- （一）根據數學史與數學史融入教學的學位論文以探討臺灣 HPM 的研究現況。
- （二）參酌 HPM 研究趨勢以提出對臺灣 HPM 研究的建議。

貳、文獻探討

一、數學史與 HPM 的意涵

數學史不僅追溯數學內容、思想和方法的演變、發展過程，而且還探索影響數學知識發展過程的各種內在與外在因素，以及歷史上數學科學的進展對人類文明所帶來的影響。因此，數學史研究對象不僅包括具體的數學內容，還包含歷史、哲學、文化、宗教等社會科學與人文科學內容，是一門綜合性學科。從數學知識發展中，個體與歷史過程的交互研究，我們可以獲得許多益處。對過去數學家所曾遭受過的阻礙之研究，幫助我們理解今日學生所犯的錯誤；反過來，研究學生的錯誤、困難與不當的概念，則可以和數學概念發展歷程相互映證（Nesher & Kilpatrick, 1990, p. 16）。

HPM 的動機完全是出於對於數學教與學的強烈關懷，其主要目的是要把數學「教好」或「學好」，而不是讓教師或學生去直接去教或學「數學史」（洪萬生，2004）。簡單地說，它是數學史學對數學教育的一種應用，目的當然是利用數學史的研究成果、以及數學史與數學教育的互動，來提升數學教師的教學品質與學生的學習成效。

二、數學史融入教學的意涵

洪萬生（1999）曾與西方學者討論出在數學史融入教與學的架構，如圖 1：

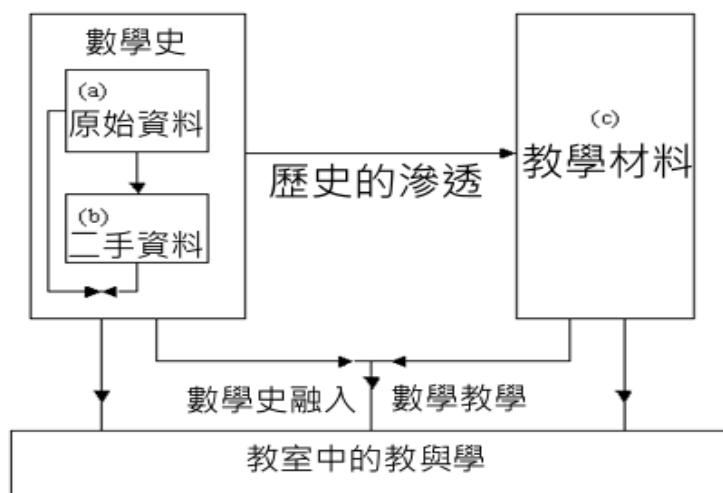


圖 1 數學史融入教室中的教與學之架構。引自「HPM 隨筆（二）：數學史與數學的教與學」，洪萬生，1999，**HPM 通訊**，2（4），2。

在圖 1 中，主體是最底層的「教室中的教與學」，所有的支架或成分都是為這主體服務。至於（a）原始資料支架和（b）二手資料支架，則是數學史學範圍的工作，而（c）項這個支架，則是我們平常所熟悉的教學材料（*didactic source materials*），只不過它已經受到數學史的啟發而被「滲透」了（*presentation inspired by history*）。這兩個支架的實質內容以及它們的結合會一起匯入底層，共同撐起「教與學」的主體。

洪萬生（1999）共列舉出 13 種可以將數學史融入教學的具體措施，包括從「引入如數學家的逸聞軼事、數學問題的起源之歷史花絮」的基本入門開始，進而「套用歷史上的數學問題（如古希臘三大作圖題）」與「恰當地使用歷史上出現的謬誤、另類概念、觀點的改變、隱含假設的修訂、直觀論證等」的中階作法，一直到「讓學生執行以歷史文獻為本的研究專案」的高階策略，這些都呼應洪萬生（2004）所呼籲，教師運用數學史至少可以分成三個層次：

- （一）說故事，對學生的人格成長會有啟發作用；
- （二）在歷史的脈絡中比較數學家所提供的不同方法，拓寬學生的視野，培養全方位的認知能力與思考彈性；
- （三）從歷史的角度注入數學知識活動的文化意義，在數學教育過程中實踐多元文化關懷的理想。

而 Furinghetti 與 Paola (2003) 則指出，在課堂上融入數學史可能達到的兩個取向：

(一) 歷史主要功能在於激發學生在數學上的興趣，此處的歷史包含了問題的出處、軼事和插圖的出處、趣聞的來源等；

(二) 整合歷史進入數學教學，就是以數學為主體，安排實踐的課程，探討教育的議題、數學的脈絡，從一個新的觀點以及佈置一個新的工作環境，以幫助達成數學的目標。

這兩個取向對臺灣中小學的教師在數學史融入教學領域有了相當的啟示與幫助，例如林炎全 (2006) 就認為可以從數學史與生活現實中來找出相關的事例，將之編入數學教材中，這在引發學生對數學的學習動機與認識數學的重要性上，應該是很具體的作法。不只臺灣的學者如此，中國湖北的華中師範大學教育學院張俊忠 (2015) 也認為數學史融入初中數學教育，可以促進形成科學的數學觀、激發學生學習數學的興趣、挖掘數學思想和數學方法、拓展數學眼界和開發數學思維、提高教師的數學素養、啟發學生的人格成長、樹立學生的自信心等。上述的論述其實就是在印證，不管是東方還是西方，數學史的重要性已經得到相當的認同。此外，Fauvel 與 Van Maanen (1997) 也提出了數學史融入數學教學時，同時要關注「數學的教與學的關係」、「數學史教師的訓練」兩大類的研究問題。例如，數學史實施上的角色如何因不同教育階段的學生而異？亦即使用數學史的方式與理論要考慮在不同的階段有其獨特的作法，小學生和大學生各有不同的需求和可能性，該如何設計不同的數學史之實施方式？還有，數學史這一科目對數學老師有何特殊功能？亦即在職前培訓與在職進修上，數學史對老師要扮演重要角色，讓數學史成為數學老師的基本構成素養。

從上述的理論架構、實施方式和欲達成的數學目標，還有「數學的教與學的關係」與「數學史教師的訓練」兩大類的研究問題的論述來看，未來在國內進行數學史方面的學位論文時，本研究或許可以提供許多的參考。

參、研究方法

一、研究架構

本研究乃是針對以「數學史」與「數學史融入教學」為研究主題的學位論文進行研究現況及研究成果之分析。根據研究目的，本研究的研究架構如圖 2 所示。本研究採內容分析法，以臺灣碩博士學位論文為研究範疇，輔以相關文獻為基礎，建立各項分類表，包括研究方法分類表、研究主題分類表、及數學史教材編制分類表，以進行學位論文內容分類，最後再進行統計分析，以探討臺灣數學史相關研究的現況與發展。

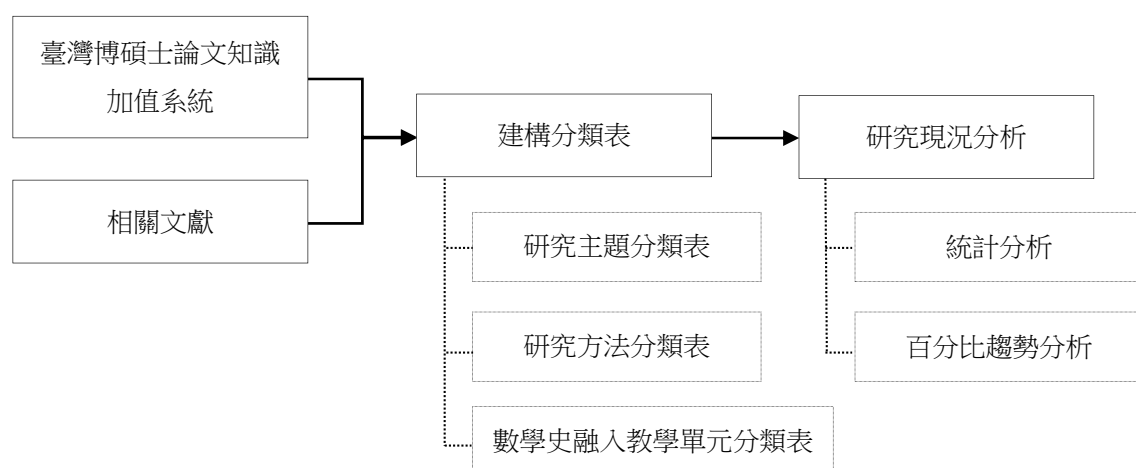


圖 2 研究架構圖

二、研究對象

本研究根據臺灣博碩士論文知識加值網站之資料庫中，搜尋從 1992 年至 2017 年間，關鍵字中含有「數學史」與「數學教育」之學位論文，結果共查得 143 篇。本研究之研究對象為臺灣地區之博碩士學位論文，故以「整篇論文」為分析單位。

三、研究工具

本研究以內容分析層面表為研究工具，依據內容分析之程序，先界定分析單位，進一步建構層面分析表。本研究旨在分析臺灣數學史的研究現況、研究結果與發展趨勢。根據研究目的，建立以下四個分析層面：研究數量、研究主題、研究方法以及數學史融入教學單元，並建構了三個分類表：研究主題分類表、研究方法分類表以及數學史融入教學單元分類表，依序說明如下：

（一）研究主題

根據學位論文的研究焦點，將研究主題歸納為五大類：數學家與著作、數學史發展、融入教學、教材分析與編製、以及其他，詳細歸納方法如表 1。

表 1

研究主題之定義與歸納說明

研究主題	內容分類	定義與歸納說明
數學家與著作	中國	歷史人物研究、歷史作品研究。「跨文化」或稱「中國（譯本）」或「他國（譯本）」，是指外國數學文本的中文翻譯版本，例：明清時代所譯的《幾何原本》（王添法，1992）。
	跨文化	
	歐洲	
	日本	
	朝鮮	
數學史發展	中國	年代史研究、數學專題史研究
	朝鮮	
	日本	
融入教學	國小	各學習階段數學史融入教學研究
	國中	
	高中	
	高職	
教材分析與編製		教科書分析、HPM 教材編製
其他		其他研究主題

備註：研究者自行整理。

「數學家與著作」主題之定義為歷史人物研究、歷史作品研究，其中「跨文化」或可稱「中國（譯本）」或「他國（譯本）」，指外國數學文本的中文翻譯版本，例：明清時代所譯的《幾何原本》（王添法，1992）；「數學史發展」主題之定義為年代史研究、數學專題史研究；「融入教學」主題之定義為各學習階段數學史融入教學的研究。

（二）「研究方法」類別定義與歸納

社會科學的研究方法眾多，在此針對本研究的研究對象所使用之研究方法，加以分門別類，包含實驗研究法、問卷調查法、訪談調查法、內容分析法、行動研究法及個案研究法等六項。

（三）數學史融入教學單元

由於數學單元名稱會因年代以及教科書版本的不同而有所差異，本研究選擇以翰林版教科書的單元名稱為準，因為它同時出版國小、國中及高中三個教育階段的教科書。

肆、研究結果與討論

一、研究數量分析

(一) 研究數量趨勢分析

本研究分析之學位論文總數量為 143 篇，其年代統計結果如表 2，由表 2 可知最高一年有 21 篇（2003 年），最低時全年 HPM 學位論文數為零（1999 年和 2000 年），平均為每年 5.5 篇。

表 2

歷年來數學史相關學位論文數

年代（年）	篇數（篇）	百分比（%）	年代（年）	篇數（篇）	百分比（%）
1992	2	1.40	2005	5	3.50
1993	2	1.40	2006	6	4.20
1994	2	1.40	2007	10	6.99
1995	2	1.40	2008	1	0.70
1996	2	1.40	2009	18	12.59
1997	2	1.40	2010	3	2.10
1998	2	1.40	2011	10	6.99
1999	0	0.00	2012	6	4.20
2000	0	0.00	2013	8	5.59
2001	1	0.70	2014	7	4.90
2002	14	9.79	2015	2	1.40
2003	21	14.69	2016	5	3.50
2004	6	4.20	2017	6	4.20

根據表 2，本研究繪製各年段變化折線圖如圖 3 所示：



圖 3 各年數學史相關學位論文數變化

由圖 3 可以觀察到，1992 年到 1998 年七年之間，論文數量都維持在每年 2 篇，在 1999 年到 2001 年下滑至 0 到 1 篇，2002 年論文數量大幅增加，2003 年達到高峰 21 篇，而後 2004 年到 2007 年四年之間論文數量有平穩上升的趨勢，但 2008 年下降至只有 1 篇，而隔年 2009 年再次大幅增加至 18 篇。2010 年之後到 2017 年的數量雖有起伏，但平均每年都有 5 篇以上的研究數量。

在 1992 年至 1998 年這 7 年間，「數學史」與「數學史融入教學」相關研究的學位論文，都是由洪萬生所指導。1998 年 10 月 5 日《HPM 通訊》創刊後，HPM 領域開始蓬勃發展，除了洪萬生外，開始有其他教授指導數學史相關研究的學位論文。洪萬生在 2002 年到 2005 年間，執行「數學教師專業發展與 HPM」與「中小學數學教師學科知識的縱深統整：以結合 HPM 的探究為進路」等科技部專題研究計畫，有了科技部的支持，與其他 HPM 研究者的共襄盛舉，使得數學史相關研究的學位論文數量在 2003 年達到前所未有的高峰。2009 年數學史相關研究學位論文數量為 18 篇，是數量第二高的一年。進一步探究發現，有 10 篇是蘇意雯所指導，將數學史融入教學進行系統性的研究。

（二）指導教授指導論文數分析

從數學史相關學位論文數量依年代分析中發現，論文數與指導教授有相關性，因此進一步分析指導教授的指導論文篇數，表 3 為指導篇數在 2 篇以上的指導教授指導論文數統計表。

表 3

數學史領域學位論文之指導教授及其指導篇數之統計

指導教授	篇數（篇）	備註
洪萬生	88	含共同指導 21 篇
蘇意雯	23	
左台益	15	皆與洪萬生共同指導
左太政	9	
林英哲	4	
陳創義	4	
蕭龍生	4	皆與洪萬生共同指導
林炎全	2	
邱守榕	2	皆與洪萬生共同指導
蔡蓉青	2	

備註：研究者自行整理，以上不含只有指導 1 篇學位論文之教授名單。

從由 3 可知，指導數學史相關研究學位論文的教授中，以洪萬生的 88 篇為最多，其中有 21 篇是與他人共同指導；其次為蘇意雯，有 23 篇；左台益有 15 篇，但都是與洪萬生共同指導；左太政指導 9 篇。

二、研究主題分析

表 4 為 1992 年至 2017 年之間，臺灣數學史相關學位論文研究主題之描述統計，由表 4 可知研究主題以數學家與著作佔最多數，共 72 篇（50.35%），其次是融入教學類 49 篇（34.27%），而其他類最少有 6 篇（4.20%）。

表 4

數學史領域研究主題之統計

研究主題	內容分類	篇數 (篇)	佔該研究主題百分比 (%)	合計
數學家與著作	中國	34	47.22	72 (50.35%)
	跨文化	5	6.94	
	歐洲	3	4.17	
	日本	11	16.67	
	朝鮮	19	25.00	
數學史發展	中國	6	66.67	9 (6.29%)
	朝鮮	2	22.22	
	日本	1	11.11	
融入教學	國小	19	38.78	49 (34.27%)
	國中	18	36.73	
	高中	9	18.37	
	高職	3	6.12	
教材分析與編製		7		7 (4.90%)
其他		6		6 (4.20%)

根據表 4，繪製圓形圖如圖 4：

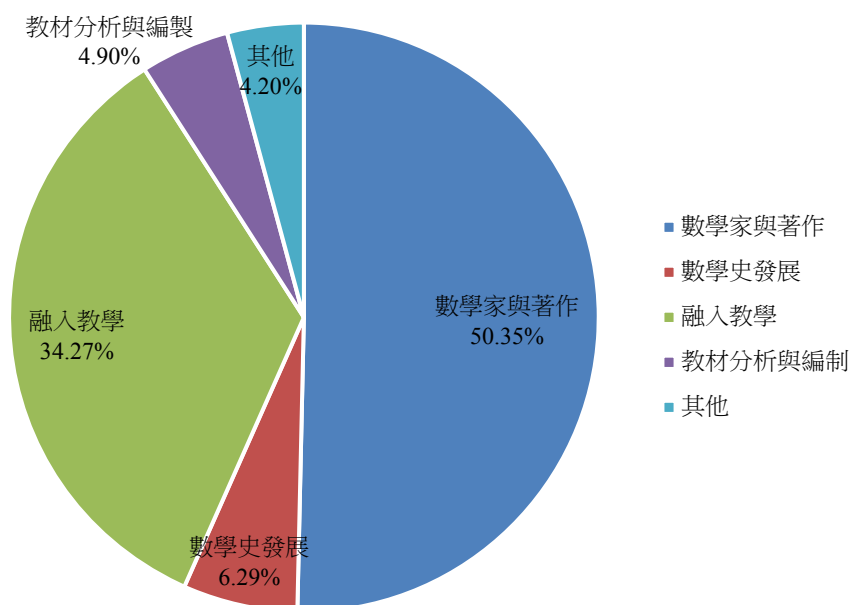


圖 4 數學史領域研究主題之分佈

由圖 4 可知，數學家與著作、數學史發展這兩個純數學史研究的類別合佔的比例過半，融入教學、教材分析與編製這兩個屬於教學應用研究的類別佔第二大類，兩大主題的詳細分析如下：

（一）純數學史研究

本研究將數學家與著作、數學史發展這兩個類別，歸類於純數學史研究。純數學史研究大多都由洪萬生所指導，或是與左台益共同指導。觀察其研究歷程，發現早期研究以中國為主要研究國家，2002 年開始有朝鮮算學研究的學位論文，而直至 2011 年才開始有日本數學史相關研究的學位論文。如表 5 所示，其中數量最多的是中國數學史有 45 篇（55.56%），其次為朝鮮有 21 篇（25.93%），日本有 12 篇（14.81%），研究歐洲國家的數量最少，只有 3 篇（3.70%）。

表 5

純數學史研究國家統計

研究國家	篇數	百分比（%）
中國	45	55.56
朝鮮	21	25.93
日本	12	14.81
歐洲國家	3	3.70

由表 5 可清楚的觀察到，研究中國的篇數過半領先，而歐洲國家最少，探究其原因可能為語言的限制。純數學史的研究主要以文本的內容分析為主，中國古代的數學文本雖然是文言文，但仍可以閱讀理解，因此研究中國數學史的數量最多，而研究歐洲國家的古代數學文本所需的外語能力，是研究的一大門檻，因此歐洲國家數學史的研究數量最少。

亞洲區域除了中國的研究數量佔了大多數，朝鮮及日本的研究數量合計也有 33 篇，佔純數學史研究的 40.73%。究其原因為朝鮮及日本的古代數學文本係使用漢字書寫，雖然會有文字表達上的歧異，但經研究者參考相關資料、辭典、文獻，加以研究與推測後，仍能理解古文書寫的數學意涵，因此朝鮮與日本的數學史研究有其發展潛力。

（二）教學應用研究

融入教學、教材分析與編製這兩個類別，研究者將之歸類為教學應用研究，除洪萬生與左台益共同指導之外，其中大部分為左太政、蘇意雯兩位所指導，為 HPM 的教學應用開發了各教育階段的教材與教學模式，致力於推廣 HPM 在教學現場的實作。

根據表 4 數據，繪製之長條圖如圖 5：

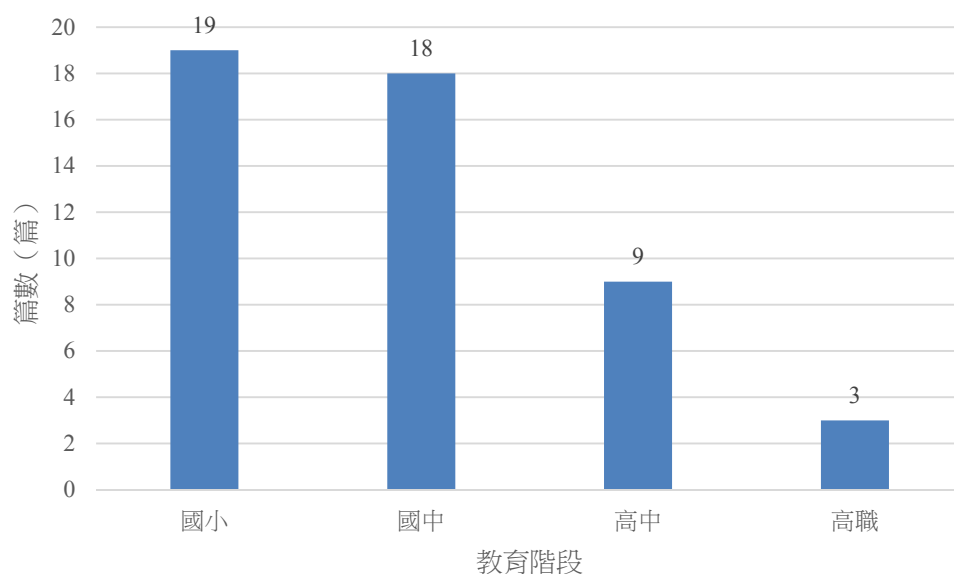


圖 5 數學史融入教學教育階段統計

由圖 5 可知，數學史融入教學的研究以國小與國中階段的數量最多，高中其次，高職最少。探究其原因，除了與現職中小學教師紛紛選擇進入各師範大學與教育院校的研究所進修有關外，蘇意雯指導多篇數學史融入小學教學也是關鍵因素。至於高中與高職階段的數學史融入教學研究較少的原因則有待進一步斟酌釐清。

三、研究方法分析

表 6 為 1992 年至 2017 年臺灣數學史研究相關學位論文研究方法的描述統計，由表 6 可知研究方法以內容分析法佔最多數，共 91 篇（63.64%），而單組前後測最少，只有 1 篇（0.70%）。從研究典範來看，質性研究所佔比例最大，共 110 篇（76.92%），其次為質性與量化並用的研究，有 31 篇（21.68%）。

表 6

研究典範與方法之統計

研究典範	研究方法	篇數（篇）	佔全部篇數	
			百分比（%）	合計
質性研究	內容分析	91	63.64	110 (76.92%)
	行動研究	12	8.39	
	個案研究	7	4.90	
量化研究	準實驗研究	2	1.40	2 (76.91%)
質性+量化	準實驗研究+問卷或訪談	30	20.98	31 (21.68%)
	單組前後測+問卷	1	0.70	

根據表 6 數據，繪製之圓形圖如圖 6：

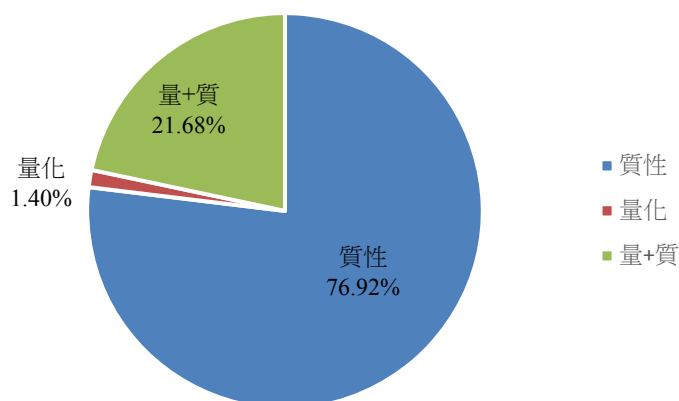


圖 6 研究典範之統計

由圖 6 可看出，質性研究的比例遙遙領先，原因為純數學史研究大部分集中在數學文本的研究，使用的是質性研究中的內容分析法。且在教學應用方面，數學史融入教學的研究中，行動研究也是常用的研究方法之一，因此質性研究的比例最高。在數學史融入教學的研究中，除了行動研究方法外，實驗研究輔以問卷或訪談的研究方法，是數學史融入教學研究的主流，因此質性加量化的研究方法，所佔比例為第二高。

四、HPM 教材開發單元分布研究分析

數學史相關研究的學位論文中，內容含有 HPM 教材開發的篇數共有 49 篇。本研究進一步分析 HPM 教材開發的現況，將學位論文中數學史融入教學的單元名稱，與翰林版教科書的單元名稱做彙整對照（詳細對應資料參見附錄）。本研究並依不同教育階段統整歸納成表 7、8 與 9。因高職教育階段只有 3 篇，且高職教科書版本眾多，因此本研究並未將高職 3 篇的數學單元納入分析。

表 7

(a) 國小階段（一至三年級）數學史融入教學之翰林版數學單元統計

小一（18 單元）		小二（18 單元）		小三（20 單元）	
單元	篇數	單元	篇數	單元	篇數
10 以內的數	0	200 以內的數	1	數線	0
順序與多少	0	二位數的直式加法	0	10000 以內的數	0
比長短	0	二位數的直式減法	0	10000 以內的加減	0
分與合	0	認識公分	2	乘法	0
10 以內的加法	0	加減的估算與兩步驟	0	周界和周長	0
認識形狀	0	比比看	0	公升和毫升	0
10 以內的減法	0	乘法(一)	0	加與減	0
30 以內的數	0	時間	1	除法	2
時間	0	乘法(二)	0	分數	0
100 以內的數	0	乘法(一)	1	圓和角	0
認識錢幣	0	1000 以內的數	1	乘法	0
20 以內的加減	0	1000 以內的加減	0	毫米	0
長度	0	公尺和公分	0	分數	0
立體形體	0	乘法(二)	1	除法	0
二位數的加減	0	幾月幾日星期幾	0	面積	0
日期	0	乘與加減兩步驟	0	公斤和公克	0
加加減減	0	分裝與平分	0	乘與除	0
做紀錄	0	平面圖形與立體形體	0	時間	0
				一位小數	0
				生活中的表格	0
合計	0	合計	7	合計	2
灰格	0	灰格	6	灰格	1

註：灰格代表該單元有開發 HPM 教材。

(b) 國小階段（四至六年級）數學史融入教學之翰林版數學單元統計

小四（20 單元）		小五（20 單元）		小六（16 單元）	
單元	篇數	單元	篇數	單元	篇數
1 億以內的數	3	多位小數	1	最大公因數與最小公倍數	2
乘法	1	因數與公因數	4	分數的除法	2
角度	0	倍數與公倍數	3	長條圖與折線圖	0
公里	0	平面圖形	1	小數的除法	0
除法	1	多位數的乘除	1	圓周長與扇形弧長	1
四則運算	1	擴分、約分和通分	1	比、比值與正比	2
三角形	0	異分母分數的加減	0	縮放圖與比例尺	0
分數	2	四則運算	0	圓與扇形的面積	0
小數	1	面積	3	怎樣解題	2
統計圖表	0	線對稱圖形	0	等量公理	1
一億以上的數	1	分數	2	分數與小數的四則運算	1
概數	1	長方體和正方體的體積	1	角柱與圓柱	0
四邊形	0	容積	2	速率	1
時間的計算	0	時間的計算	2	基準量與比較量	0
周長與面積	0	符號代表數	1	怎樣解題	1
分數	0	表面積	0	圓形圖	0
兩個單位的計算	0	小數	2		
小數	0	生活中的大單位	0		
簡化運算	0	比率與百分率	1		
體積	1	立體形體	0		
合計	12	合計	25	合計	13
灰格	9	灰格	14	灰格	9

註：灰格代表該單元有開發 HPM 教材。

由表 7 可知，在國小階段共有 112 個數學單元，已有學位論文研究教材開發的有 39 個單元，占國小階段所有單元的 34.8%。已有開發教材的 39 單元中，五年級 HPM 教材開發的單元數最多，有 14 單元，其次為四年級和六年級，都有 9 單元，二年級有 7 單元，三年級只有 1 單元，一年級則無開發教材的數學單元。國小階段有六個年級，數學教材的編寫採由淺入深的方式，例如四則運算的部分，在低年級時先教加法與減法的混合運算，再教加法與乘法的混合運算，循序漸進直到高年級才教加減乘除的四則運算。可知在高年級時每個數學單元的內容比中低年級時更加完整，可能因為數學史融入教學須做知識統整，此時數學史融入教學或許較能使學生從中獲得啟發。

表 8

國中階段數學史融入教學之翰林版數學單元統計

國一（8 單元）		國二（8 單元）		國三（6 單元）	
單元	篇數	單元	篇數	單元	篇數
整數與數線	2	乘法公式與多項式	1	相似形	0
分數的運算	0	二次方根與畢氏定理	5	圓形	2
一元一次方程式	0	因式分解	0	外心、內心與重心	0
二元一次聯立方程式	1	一元二次方程式	2	二次函數	0
直角坐標與二元一次方程式的圖形	0	數列與級數	2	立體圖形	0
比例	0	幾何圖形	2	統計與機率	0
線型函數	0	三角形的基本性質	1		
一元一次不等式	0	平行與四邊形	0		
合計	3	合計	13	合計	2
灰格	2	灰格	6	灰格	1

註：灰格代表該單元有開發 HPM 教材。

由表 8 可知，國中階段共 22 個數學單元，其中 9 個單元已有開發教材，占國中階段所有單元的 40.90%，其中以國二階段的 6 單元最多，其次為國一的 2 單元，國三階段最少，只有 1 單元。

表 9

高中階段數學史融入教學之翰林版數學單元統計

高一（7 單元）		高二（7 單元）		高三（7 單元）	
單元	篇數	單元	篇數	單元	篇數
數與式	3	三角	3	機率統計	0
多項式函數	3	直線與圓	0	三角函數	1
指數與對數 函數	2	平面向量	0	機率統計	0
數列與級數	3	空間向量	1	三角函數	0
排列、組合	2	空間中的平面與直線	1	極限與函數	0
機率	0	矩陣	1	多項式函數的微積分	1
數據分析	0	二次曲線	2	極限與函數	0
合計	13	合計	8	合計	2
灰格	5	灰格	5	灰格	2

註：灰格代表該單元有開發 HPM 教材。

高中階段數學史融入教學之翰林版數學單元的統計中，《創作數學史動畫劇本如何介入高中數學教師專業成長：一個個案研究》（陳靜惠，2011）、《一位高中數學教師參與數學史動畫製作之個案研究》（王嫻玲，2012）、以及《高中數學教師開發數位科技教材之個案研究--以微積分數學史動畫為例》（劉惠珠，2012），這三篇數學史動畫的研究因屬於同一個研究計畫，因此所開發的教材單元只採計一次。

由表 9 可知，高中階段共 21 個數學單元，已有開發教材的單元有 12 個，占高中階段所有單元的 57.14%，其中高一與高二階段都有 5 個單元已開發教材，而高三只有 2 個單元。

整體而言，HPM 教材開發以國小階段最多篇，國中階段次之，高中階段最少篇。不過，不同教育階段各單元的佔比卻以高中階段最高，國中階段次之，國小階段最低。這是因為國小教師在職進修者較多且小學單元分割得比較細而交互影響所致。

伍、結論與建議

一、結論

本研究分析了 143 篇自 1992 年至 2017 年之間，臺灣有關數學史與數學史融入教學的博碩士論文，以探究臺灣過去二十餘年間 HPM 的研究現況。結果發現在純數學史的研究方面，以研究中國的篇數過半最多，而研究歐洲數學史最少。亞洲區域除了中國外，還有對朝鮮及日本等地區的數學史相關研究，究其原因為朝鮮及日本的古代數學文本乃使用漢字書寫，雖然會有文

字表達上的歧義，但經研究者參考相關資料、辭典、文獻，加以研究與推測，仍可以理解日本和朝鮮古代數學文本的意涵。

在教學應用研究方面，數學史融入教學的研究以國小與國中階段的數量最多，高中其次，高職最少。探究其原因，可能與現職中小學教師紛紛選擇進入各師範大學與教育院校的研究所進修，且大多是藉由行動研究利用自身班級進行研究有關。另外，蘇意雯指導多篇數學史融入小學教學也是關鍵因素。至於高中與高職階段的數學史融入教學研究較少的原因則有待進一步斟酌釐清。另外，HPM 教材開發大部分集中在小學的中高年級，這可能是因為數學史融入教學需要統整比較多的概念。

上述論文所使用的研究方法以質性研究的比例最高，這是因為純數學史研究大部分集中在數學文本的研究。而在數學史融入教學的研究中，除了行動研究與準實驗研究外，問卷和訪談是目前數學史融入教學主要的研究工具。至於 HPM 教材在不同教育階段各單元的佔比以高中階段最高（57.14%），國中階段次之（40.90%），國小階段最低（34.80%）。這是因為國小數學主題通常細分為比較多的單元所致。

二、建議

- （一）在數學文本的研究詮釋方面，目前學位論文集中在中國傳統的中算、朝鮮東算與日本的和算，建議研究生可以多投入歐洲數學文本的研究，例如英、德、法諸國，或古埃及、古希臘羅馬等文明古國，以比較中西數學史進展的異同。
- （二）在研究人力方面，與整體上的數學教育領域的博碩士論文之總量相比，比例仍然偏低。未來各大學或許可以考慮增列數學史為必修課程，採跨校合作或共同指導論文的方式，以增加更多的研究人力。此外，也有一些博士生畢業之後，未必在各大學的研究所層次服務，但其多年養成的學術素養足可稱之為數學史領域的研究人才，延攬他們加入學位論文之指導是未來各校可以努力的方向。
- （三）在研究主題方面，除了文本分析與數學史融入教學外，其實，還有很多研究方向可以考慮，例如：1. 數學史在數學教材中的定位、價值與功能；2. 數學教材中數學史與數學課程內容的關係；3. 數學教材中數學史的編寫方式與內容；4. 比較國內外教科書融入數學史的編寫方式與內容；5. 不同教育階段數學史的銜接問題；6. 數學史在教學過程中與學生課外學習之應用。此外，若是對照上述 Fauvel 與 Van Maanen（1997）所提出的數學史與「數學的教與學的關係」、「數學史教師的訓練」兩大類的研究問題時，不難發現國內的學位論文的取材上，還有一些改進的空間。
- （四）在 HPM 教材開發研究上：對於已有的 HPM 教材可以作相同單元的整合，且國小、國中及高中階段的尚有許多數學單元未有 HPM 教材的開發，值得後續的研究者投入研究。

(五) 在量化研究實驗設計的改進方面，在目前準實驗研究的論文中，教學實驗期間短則只有五堂課，多則長達一年半。實驗期間到底要至少多久才能產生統計上顯著差異的效果是值得探討議題。至於數學史的呈現方式大都是以口頭講述、書面講義、卡通動畫、影片、或以不同方式合併採用。究竟哪一種能產生最大效果？以正常上課時間呈現或以課外補充資料方式，哪一種能產生最大效果？都是值得探究的議題。還有數學史呈現的時間頻率長短怎樣最為適當？是每一堂課都呈現？還是一週呈現幾節課？每堂呈現幾分鐘？這也都是未來值得探究的方向。

本研究的範圍是臺灣各大學研究所每一年所產出之學位論文（含碩士論文與博士論文），並不包含國內外的學術會議論文、國內外的期刊論文、臺灣以外的中國大陸地區之學位論文。因此，本研究所獲致的各項數據與依此延伸出來的論述，並無法涵蓋其他範疇，日後如有所引用，需要審慎評估其妥適性。其次，一般而言，研究生完成學位論文之後，或者有改寫成國內外的期刊論文或專書者，或者有在學位論文完成之前或之後以學術會議論文之形式發表者，但是，均不如學位論文的總數量完整，本研究無法周全考量某一篇論文是否同時存在多種發表的形式，故仍宜以學位論文為分析與立論之主要根據，相對之下可以獲致比較完整之數據。最後，有一些博士生畢業之後並未在公私立大學的研究所層級服務，較缺少指導學位論文的方便性，這些學者對數學史方面的貢獻未必呈現在學位論文的指導上，本研究以學位論文的角度切入，未來在研究結論的詮釋與應用上，自有相當的限制。

誌謝

本篇論文原是第一作者為參加 2013 年 5 月在海南師範大學的數學史學術會議所寫，當年的研究範圍為是探討到 2012 年的學位論文為止，2018 年在中興大學教師專業發展研究所研究生張鈞淇同學樂心協助下，將研究範圍延伸到 2017 年底的學位論文，她費時無數來整理原始資料而有了初稿，而投稿之後，承蒙諸位審查委員提供寶貴之修改意見，特在此一併致謝。

參考文獻

- 王添法（1992）。明清時代所譯的《幾何原本》（未出版之碩士論文），國立臺灣師範大學，臺北市。【Wang, Tian-Fa (1992). *Elements translated in Ming and Qing dynasties* (Unpublished master's thesis). National Taiwan Normal University, Taipei. (in Chinese)】
- 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏（2013）。教育部提升國民素養實施方案—數學素養研究計畫結案報告。教育部提升國民素養專案辦公室研究計劃成果報告。臺北市：教育部。【Lih, Ko-Wei, Huang, Wen-Jang, Yang, Der-Ching, & Liu, Po-Hung (2013). *MOE project for uplifting citizen literacy: Final report of math literacy project*. Taipei: Ministry of Education. (in Chinese)】

- 林炎全 (2006)。數學史料融入數學教學引例。取自 http://210.70.9.16/moodle/file.php/241/_doc 【Lin, Yan-Chyuan (2006). *Instructional examples of HPM-integrated lesson*. Retrieved from http://210.70.9.16/moodle/file.php/241/_doc (in Chinese)】
- 洪萬生 (1998)。發刊詞。HPM 通訊, 1 (1), 1。【Horng, Wann-Sheng (1998). Foreword to HPM Newsletter. *HPM Newsletter*, 1(1), 1. (in Chinese)】
- 洪萬生 (1999)。HPM 隨筆 (二): 數學史與數學的教與學。HPM 通訊, 2 (4), 1-3。【Horng, Wann-Sheng (1999). HPM Essay (2): Teaching and learning of mathematics history and mathematics. *HPM Newsletter*, 2(4), 1-3. (in Chinese)】
- 洪萬生 (2001)。參加一九九六年 HPM 研討會有感。HPM 通訊, 4 (5), 1-4。【Horng, Wann-Sheng (2001). Some thoughts about attending 1996 HPM Conference. *HPM Newsletter*, 4(5), 1-4. (in Chinese)】
- 洪萬生 (2004)。數學史如何呈現。科學月刊, 35 (12), 1002-1004。【Horng, Wann-Sheng (2004). How to present mathematics history. *Science Monthly*, 35(12), 1002-1004. (in Chinese)】
- 張俊忠 (2015)。數學史融入初中數學教育的研究 (未出版之博士學位論文)。華中師範大學, 武漢市。【Zhang, Jun-Zhong (2015). *Study on the history of mathematics be integrated into mathematics education in junior high school* (Unpublished Doctoral Dissertation). Central China Normal University, Wuhan. (in Chinese)】
- 楊騰凱 (2016 年 11 月 29 日)。TIMSS 調查: 台灣 8 年級學生數學能力全球第 3。中時電子報。取自 <https://www.chinatimes.com/realtimenews/20161129006870-260405?chdtv> 【Yang, Teng-Kai (2016, November 29). TIMSS survey: Taiwan's eighth-graders having the third place in mathematics ability in the world. *Chinatimes*. Retrieved from <https://www.chinatimes.com/realtimenews/20161129006870-260405?chdtv> (in Chinese)】
- Fasanelli, F., & Fauvel, J. (2006). The international study group on the relations between the history and pedagogy of mathematics: The first twenty-five years, 1976-2000. In F. Furinghetti, S. Kaisjer, & C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings of HPM 2004 & ESU 4: ICME 10 satellite meeting of the HPM Group & Fourth European Summer University on the history and epistemology in mathematics education* (pp. x-xxviii). Iraklion, Greece: University of Crete.
- Fauvel, J., & Van Maanen, J. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion document for an ICMI Study (1997-2000). *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 255-259. doi: 10.1023/A:1003038421040
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2003). History as a crossroads of mathematical culture and educational needs in the classroom. *Mathematics in School*, 32(1), 37-41.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press. doi: 10.17226/9822
- Nesher, P., & Kilpatrick, J. (Eds.). (1990). *Mathematics and cognition: A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9781139013499

附錄：HPM 學位論文與教材開發單元彙整

序	研究者	論文題目	指導教授	教育階段	翰林版數學單元（原名稱）
1	王宏哲 (2002)	以數學史輔助學習的教學研究	邱守榕	高職一	一元二次方程式
2	林志全 (2002)	融入數學史對高二學生數學學習成效影響之研究—以「二項式定理」單元為例	左太政	高二	二項式定理
3	陳建丞 (2002)	融入數學史教學對高一學生數學學習成效—以「和角公式」單元為例	左太政	高一	和角公式
4	蕭雅慧 (2002)	以數學史融入PCDC價值教學之行動研究	張靜馨	高一	三角函數
5	宋永耀 (2003)	融入數學史教學對高一學生數學	左太政	高一	對數
6	翁培菁 (2003)	融入數學史教學對國一學生數學學習成效影響之研究—以「平方根的意義」單元為例	左太政	國一	平方根的意義
7	許淑清 (2003)	融入數學史教學對國二學生數學學習成效影響之研究—以「商高定理」單元為例	左太政	國二	商高定理
8	陳俊佑 (2003)	高雄市高二學生研讀複數發展史之個案研究	左太政	高二	複數
9	黃麗霓 (2003)	融入數學史教學對國三學生數學學習成效影響之研究—以「等比數列」與「等比級數」兩單元為例	左太政	國三	等比數列、等比級數
10	王義明 (2004)	數學史融入教學對國一學生數學學習成效影響之研究—以「樣式與規律」為例	蕭龍生	國一	樣式與規律
11	許長輝 (2004)	數學史融入教學對國三學生數學學習成效影響之研究—以「圓形」為例	蕭龍生	國三	圓形
12	蔡佳燕 (2004)	數學史融入教學對高一學生數學學習成效影響之研究	蕭龍生	高一上	函數、因數倍數 最大公因數與最小公倍數、直線方程式、有理數與實數、複數與複數平面、等差等比數列、無窮等比級數
13	賴姝秀 (2004)	古代數學文本融入國小二年級數學教學之實驗研究	林炎全	小二下	1000 以下的數、除法
14	馬婉華 (2005)	融入數學史教學對高一學生數學學習成效影響之研究—以「數學歸納法」單元為例	左太政	高一	數學歸納法
15	王耀璋 (2006)	數學史融入教學以提升學生學習成效之行動研究	秦爾聰	高二	三角函數、向量、空間中的直線與平面、一次方程組與矩陣的列運算、圓與球面、圓錐曲線、排列組合
16	曾智鈿 (2006)	數學史融入國中二年級數學教學實驗研究	林炎全	國二	商高定理
17	劉士毅 (2006)	融入數學史並結合部落格教學對國中生數學學習成效的影響—以平方根與商高定理為例	左太政	國二	平方根、商高定理
18	宋藍琪 (2007)	融入數學史教學對小五學生數學學習成效之實驗研究	易正明	小五	公因數與公倍數、體積與容積、圖形的面積、怎樣解題
19	楊明晉 (2007)	數學史融入教學對八年級學生數學學習成效影響之研究—以「數列與級數」單元為例	林英哲	國二	數列與級數
20	張勝喜 (2008)	數學史融入教學對八年級學生數學學習成效影響之研究—以「一元二次方程式」單元為例	林英哲	國二	一元二次方程式
21	王郁文 (2009)	數學史輔助教學法對國二學生數學學習動機影響之研究—以「尺規作圖」為例	黃建中	國二	尺規作圖
22	沈志龍 (2009)	數學史融入因數與倍數教學對國小六年級學童數學學習態度之影響	蘇意雯	小六	因數與倍數

序	研究者	論文題目	指導教授	教育階段	翰林版數學單元（原名稱）
23	林妙霜 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究：以「怎樣解題」單元為例	蘇意雯	小六	怎樣解題
24	邱秀蓮 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究：以「二年級乘法」為例	蘇意雯	小二	乘法（一）、 乘法（二）
25	施昱光 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究-以「比例」單元為例	蘇意雯	小六	比例
26	洪士翔 (2009)	數學史融入國小四年級教學對學習態度之影響-以「命數系統」為例	蘇意雯	小四	命數系統
27	張虹 (2009)	數學史融入國小五年級數學教學之個案研究	蘇意雯	小五	一億以內的數、時間的應用、公因數與公倍數、擴分與約分、通分與分數的加減、乘以和除以多位數、四邊形與多邊形、小數乘以和除以整數、概數與估計
28	許志昌 (2009)	數學史與數學遊戲融入教學研究—以『負數』單元為例	李明恭	國一	負數
29	陳世智 (2009)	數學史融入國小五年級社團數學教學之個案研究	蘇意雯	小五	記數系統與位值概念、測量、規律、質數、分數、圖形面積、比例、容量
30	廖珮翎 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究：以「長度」為例	蘇意雯	小二	長度
31	歐宗賢 (2009)	數學史融入教學對國三學生數學學習成效影響之研究 以「三角形的全等」單元為例	林英哲	國三	三角形的全等
32	蔡幸霓 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究:以分數乘除法為例	蘇意雯	小六	分數乘除法
33	謝宗穎 (2009)	數學史融入國小數學教學之實驗研究-以「圓」為例	蘇意雯	小六	圓
34	周育民 (2011)	數學史融入國中「多項式的乘法公式」單元教學之研究-以臺南地區為	林英哲	國二	多項式的乘法公式
35	陳宇薇 (2011)	數學史融入國小六年級數學教學之行動研究	蘇意雯	小六	最大公因數與最小公倍數、分數除法、數量關係、比與比值、列式與解題、簡化問題
36	陳秀玲 (2011)	數學史融入國小二年級數學教學之行動研究	蘇意雯	小二	數到 200、量長度、幾點幾分
37	陳章勇 (2011)	以故事、合作、對話、反省融入國中生數學學習的行動研究	林信榕	國二	畢氏定理、質數、方程式
38	陳靜惠 (2011)	創作數學史動畫劇本如何介入高中數學教師專業成長：一個個案研究	蘇意雯	高中	費氏數列及黃金分割、複數、圓錐曲線、微積分、三角函數
39	游曉琦 (2011)	數學史融入教學對國中資優生數學學習成效影響之研究	張昇鵬	國二	質數、數的發展、圓、有理數與無理數
40	王嫻玲 (2012)	一位高中數學教師參與數學史動畫製作之個案研究	蘇意雯	高中	費氏數列及黃金分割、複數、圓錐曲線、微積分、三角函數
41	洪秀年 (2012)	數學史融入國小四年級數學教學之行動研究	蘇意雯	小四	乘法和除法、體積、數的十進位結構、小數除法與分數
42	劉惠珠 (2012)	高中數學教師開發數位科技教材之個案研究--以微積分數學史動畫為例	蘇意雯	高中	費氏數列及黃金分割、複數、圓錐曲線、微積分、三角函數
43	姚杏沛 (2013)	數學史融入國小六年級數學、國語與綜合教學之行動研究	蘇意雯	小六	分數的四則運算、速率、簡化問題、怎樣解題
44	王淑明 (2014)	數學史融入國中七年級數學社團教學之行動研究	蘇意雯	國一	計數系統、負數、質數、最小公倍數、科學記號、二元一次聯立方程組
45	宋狄熙 (2014)	數學史融入國小數學教學之實驗研究：以「三年級除法」為例	蘇意雯	小三	除法

序	研究者	論文題目	指導教授	教育階段	翰林版數學單元（原名稱）
46	周士弘 (2015)	數學史融入高職一年級數學教學之行動研究	蘇意雯	高職一	多項方程式 一次方程組 複數的四則運算
47	王勝逸 (2016)	數學史融入五年級補救教學之個案研究	蘇意雯	小五	整數的乘法、因數與倍數、分數、小 數的乘法、面積、時間的計算
48	郭又愷 (2016)	高雄地區高職一年級數學史融入教學之行動 研究-以三角函數單元為例	蕭龍生	高職一	三角函數
49	陳品卉 (2017)	數學史融入教學對八年級學生數學學習動機 與學習成就影響之相關研究：以幾何單元為 例	蘇意雯	國二	幾何

備註：研究者自行整理。

