

# 非誠實條件下之隨機選答法的 比例修正程序

黃銘欽\*      陳慕義\*\*

---

## 摘要

在抽樣調查中，若問題具敏感性，涉及個人隱私或與社會道德規範相背時，傳統的直接問答往往導致低回收率，或不據實作答，因而影響調查的品質及可信度。

Warner (1965) 提出隨機選答法 (Randomized Response Technique)，透過某種隨機裝置的使用，訪員無法由答案中確知受訪者的真正特質，最大的優點是，受訪者的隱私權能夠受到保護，受訪者合作意願提高，調查品質也隨著提高。

一般的隨機選答法假設受訪者百分之百誠實作答，本研究假設受訪者在採用隨機選答法，面對敏感性問題時，並未完全誠實。在此情況下，我們引入誠實矩陣，透過簡單的 Warner 設計，誠實矩陣可以被合理估計，並用於修正比例參數的估計。

---

---

\* 作者現任國立成功大學統計系副教授。

\*\* 現任基隆市第一信用合作社專員。

## 一、緒言

抽樣調查中往往存在抽樣誤差與非抽樣誤差，其中拒絕回答與不誠實回答則為非抽樣誤差的兩大來源。尤其當問題具敏感性，涉及個人隱私或社會認知中屬於不道德或非法之情況時，受訪者在一般的直接問答法下常提供不確實之訊息或拒絕回答。因此，利用直接問答法所蒐集的資料來估計群體特性，將會產生拒答偏誤（refusal bias）或反應誤差（response bias）。

為了保護受訪者隱私，以減低非抽樣誤差，Warner（1965）提出隨機選答法（Randomized Response Technique）。其構想在於透過某種隨機裝置的設計，受訪者可以隨機選答敏感問題的“正向問題”，或選答“反向問題”。由於訪員不知道受訪者回答正向或反向問題，受訪者因此感覺他所透露的答案並無法完全顯示本身的特性，隱私權因此受到保護。

隨機選答法在社會現象（如：墮胎、考試作弊、逃稅、毒品、酒後駕車等）調查方面有許多實際應用。Abernathy 等人（1970）用於估計美國北卡羅萊納州非法墮胎之比例，並指出針對非法墮胎問題，若採直接問答法，則願意誠實回答者僅 17%，而若採隨機選答法，願意誠實回答者提高為 75%。Greenberg 等人（1971）分析北卡羅萊納州平均每位女性非法墮胎次數與每戶之平均收入。Goodstadt 與 Gruson（1975）調查高中生服用酒精、大麻、迷幻藥、安非它命、鎮定劑、海洛英等六種藥物的服用量，並比較直接問答與隨機選答，發現在直接問答法下，酒精、安非它命、鎮定劑、海洛英四種藥物服用量估計值低於隨機選答法；大麻之估計值則高於隨機答法；而迷幻藥

則兩種方法差異不顯著。Liu 等人 (1975) 調查 34 位大學生婚外 (或婚前) 性行為。Zdep 與 Rhodes (1976) 調查虐待兒童的問題。Stem 與 Steinhorst (1984) 應用隨機選答法於電訪上, 探討非法私接電話分機的比例; 也應用於郵寄調查上, 探討學生作弊之行爲。Scheers 與 Dayton (1988) 探討大學生 GPA 與作弊行為間的關係。在台灣, 隨機選答法曾被用於成年婦女墮胎的問題, 最早之案例爲 Chi 等人 (1972) 探討桃園地區墮胎比例, 其後爲 Liu 與 Chow (1976) 探討台中地區 (含霧峰) 曾經墮胎之比例。

由於隨機選答法之目的在於降低受訪者的自我保護及防衛心理, 以提高受訪者誠實度, 因此在訪員的挑選與訓練以及隨機裝置的設計等成本上, 較直接問答法高出許多。不過據一些實案研究顯示, 對於敏感問題, 直接問答法傾向低估群體現象 (Liu 與 Chow (1976)), 因此隨機選答法在敏感問題的調查上不失爲一可行之方法。

本文討論隨機選答法, 在不完全誠實回答條件下, 提出修正程序, 最後則以實案加以說明。

## 二、隨機選答模型

在 Warner (1965) 的模型中, 受訪者針對敏感問題或該敏感問題的反向問題, 作出“是”或“不是”之回答。假設具有敏感性 A 特性的比例爲  $\pi$ , 其餘具 A<sup>c</sup> 者的比例爲  $1 - \pi$ 。透過隨機裝置, 受訪者選擇回答下列問題甲的機率爲  $p$ ; 選擇回答問題乙的機率爲  $1 - p$ :

問題甲: 我具有 A 特性嗎?

問題乙: 我具有 A<sup>c</sup> 特性嗎?

假若簡單隨機選  $n$  個受訪者，當中  $n_1$  個回答“是”，則  $\pi$  的不偏估計量  $\hat{\pi}$  為：

$$\hat{\pi} = \left( \frac{1}{2p-1} \right) \left( p - 1 + \frac{n_1}{n} \right) \quad p \neq \frac{1}{2}$$

$\hat{\pi}$  的變異數為：

$$Var(\hat{\pi}) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \frac{p(1-p)}{n(2p-1)^2}$$

Greenberg 等人 (1969) 提出的“不相關問題”模式中，令 Y 表與 A 不相關的特性，並假設具有 Y 的比例為  $\pi_Y$

問題甲：我具有 A 特性嗎？

問題乙：我具有 Y 特性嗎？

假若  $\pi_Y$  未知，由群體選取兩組受訪者，個數分別為  $n_1$ 、 $n_2$ 。第一組受訪者選答問題甲的機率為  $p_1$ ，第二組選答問題甲的機率為  $p_2$ 。令  $n_{11}$ 、 $n_{21}$  分別代表第一、二組回答“是”之個數。 $\pi$  的不偏估計量  $\hat{\pi}$  為

$$\hat{\pi} = \frac{\frac{n_{11}}{n_1}(1-p_2) - \frac{n_{21}}{n_2}(1-p_1)}{p_1 - p_2}$$

$\hat{\pi}$  的變異數為

$$Var(\hat{\pi}) = \frac{\frac{(1-p_2)^2 \phi_1 (1-\phi_1)}{n_1} + \frac{(1-p_1)^2 \phi_2 (1-\phi_2)}{n_2}}{(p_1 - p_2)^2}$$

其中  $\phi_i = p_i \pi + (1-p_i) \pi_Y \quad (i=1, 2)$

Kuk (1990) 提出如下的設計：要求受訪者操作甲、乙兩個獨立的隨機裝置，機率分別為  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ ， $\theta_1 \neq \theta_2$ 。若受訪者具有 A 特性，則依甲隨機裝置作答；否則依乙隨機裝置作答。實務上，訪員可準備兩盒球，其中甲盒中紅球的比例為  $\theta_1$ ，黑球的比例為  $1 - \theta_1$ ；乙盒中紅球的比例為  $\theta_2$ ，黑球的比例為  $1 - \theta_2$ ，( $\theta_1 \neq \theta_2$ )。受訪者首先判斷是否具有 A 特性，若具有 A 特性，則從甲盒中抽取一球，並回答球的顏色；反之，則從乙盒中抽取一球，並回答球的顏色。若  $n_1$  表示回答紅球的受訪者個數，則具 A 特性的比例  $\pi$  的不偏估計量為

$$\hat{\pi} = \frac{\frac{n_1}{n} - \theta_2}{\theta_1 - \theta_2}$$

的變異數為

$$Var(\hat{\pi}) = \frac{\lambda(1-\lambda)}{n(\theta_1 - \theta_2)^2}$$

其中

$$\lambda = \pi\theta_1 + (1-\pi)\theta_2$$

Abul-Elä 等人 (1967) 推廣 Warner 模型為多類別型態。假設特性 A 可分為  $m$  個相斥的類別  $A_1, A_2, \dots, A_m$ 。從母體中選取組  $s = m - 1$  受訪者，其大小為  $n_1, n_2, \dots, n_s$ ，並準備  $s$  組隨機裝置，對應的機率為  $p_{ij}$ ，( $1 \leq i \leq s; 1 \leq j \leq m$ )； $\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$ 。第  $i$  組受訪者被要求由第  $i$  個隨機裝置中抽取一張牌，並回答是否具紙牌中所提及的特性。因此第  $i$  組受訪者中回答“是”的機率為

$$\lambda = \sum_{j=1}^m p_{ij}\pi_j$$

以矩陣型式可表為

$$\xi = p\pi$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} - p_{1m} & p_{12} - p_{1m} & \cdots & p_{1s} - p_{1m} \\ p_{21} - p_{2m} & p_{21} - p_{2m} & \cdots & p_{2s} - p_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{s1} - p_{sm} & p_{s2} - p_{sm} & \cdots & p_{ss} - p_{sm} \end{bmatrix}$$

$$\pi = [\pi_1, \cdots, \pi_s]^t$$

$$\xi = [\lambda_1 - p_{1m}, \cdots, \lambda_s - p_{sm}]^t$$

$\pi$  之不偏估計量為

$$\begin{aligned} \hat{\pi} &= [\hat{\pi}_1, \cdots, \hat{\pi}_s]^t \\ &= P^{-1} \left[ \left( \frac{n_{11}}{n_1} \right) - p_{1m}, \cdots, \left( \frac{n_{s1}}{n_s} \right) - p_{sm} \right]^t \\ \hat{\pi}_m &= 1 - \sum_{i=1}^s \hat{\pi}_i \end{aligned}$$

$\hat{\pi}$  的變異矩陣為

$$Var(\hat{\pi}) = P^{-1} diag \left[ \frac{\lambda_1(1-\lambda_1)}{n_1}, \cdots, \frac{\lambda_s(1-\lambda_s)}{n_s} \right] (P^{-1})^t$$

在多類別設計中，若問題具有  $m$  類別，則需  $m-1$  組獨立樣本，實務上將付出較高的成本。Bourke 和 Dalenius (1976) 採用如下設計，其優點在於只需選取一組樣本：將  $m$  個類別編號為  $1, \cdots, m$ ，每一受訪者據實陳述其類別的機率為  $p$ ，而按指示回答  $j$  的機率為  $p_j$ ，

$j=1, \dots, m$ ，其中  $p + \sum_{j=1}^m p_j = 1$ 。因此，回答  $j$  的機率為

$$\lambda_j = p\pi_j + p_j\pi_1 + \dots + p_j\pi_j + \dots + p_j\pi_m \quad (j=1, \dots, m)$$

或表為矩陣型式則為

$$\lambda = P\pi$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} p + p_1 & p_1 & \cdots & p_1 \\ p_2 & p + p_2 & \cdots & p_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_m & p_m & \cdots & p + p_m \end{bmatrix}$$

$$\pi = [\pi_1, \dots, \pi_m]^t$$

$$\xi = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]^t$$

$\pi$  之不偏估計量為

$$\hat{\pi} = P^{-1} \left[ \frac{n_1}{n}, \dots, \frac{n_m}{n} \right]^t$$

變異矩陣為

$$Var(\hat{\pi}) = n^{-1} [P^{-1} diag(\lambda) (P^t)^{-1} - \pi \pi^t]$$

### 三、不完全誠實回答模式

在隨機選答模式中，假設受訪者完全據實回答；但在實際狀況下

受訪者是否完全誠實回答，備受質疑。Bourke 與 Dalenius (1974) 考慮在 Warner 模型下，具 A 特性的受訪者誠實回答比率非百分之百，而是  $H(p)$ ；不具 A 特性者則完全誠實。在此假設下，回答“是”的機率  $\lambda = \pi H(p)(2p-1) + (1-p)$ ，不偏估計量  $\hat{\pi} = \frac{\hat{\lambda} - (1-p)}{H(p)(2p-1)}$ ，變異數為  $Var(\hat{\pi}) = \frac{\lambda(1-\lambda)}{n(H(p))^2(2p-1)^2}$ 。不過，Bourke 與 Dalenius 模式中的  $H(p)$  往往無法明確知道。

Mangat 與 Singh (1990) 以兩階段設計降低不誠實率。在他們的設計中回答“是”的機率  $\lambda = T\pi + (1-T)[p\pi + (1-p)(1-\pi)]$ ，其中  $T$  為第一階受訪者直接回答 A 特性的機率， $p$  為受訪者回答 Warner 模型中問題甲的機率。在不誠實回答模式下，具 A 特性者在第一階段之誠實回答率為  $T_1$ ，第二階段之誠實回答率為  $T_2$ ，則回答“是”的機率為

$$\lambda^* = T\pi T_1 + (1-T)[\pi p T_2 + \pi(1-p)(1-T_2) + (1-\pi)(1-p)]。$$

Abul-Ela 等人 (1967) 考慮三分類，當中第一類不具敏感性，因此屬於此類的受訪者其誠實回答的機率設為 1，第二類及第三類具有某種程度敏感，因此誠實率不等於 1，部份受訪者傾向回答為較不敏感的類組，定義不誠實回答特性如下：

$T =$  第  $i$  群之誠實率 ( $i=1, 2, 3$ )

$T =$  第  $i$  群中回答其為第  $j$  群的機率  $i \neq j$

若  $T_1 = T_2 + T_{21} = T_3 + T_{31} + T_{32} = 1, T_{12} = T_{13} = T_{23} = 0, T_{32} \leq T_{31}$ ，則隨機選答法優於直接問答法。此外，Mukhopadhyay (1980) 亦提出類似之假設。

Abul-Ela 等人 (1967)、Bourke 與 Dalenius (1974)、Muk-



hopadhyay (1980)、Mangat 與 Singh (1990)，對不完全誠實回答之狀況僅考慮在隨機問答法下需直接作答者之誠實率，而對於按指示填答者，皆假設為完全誠實回答。但當受訪者對訪問法並不完全信任，則無論在直接作答或接受指引填答兩部份皆有不誠實回答之情形，因此本文在考慮直接作答與接受指引填答皆有不完全誠實回答之情形下，提出下列模型。令  $\lambda_j$  為填答第  $j$  分類之比例， $\lambda_j^*$  為應填答  $j$  之比例， $\pi_j$  為群體中具第  $j$  分類特性之比例， $T$  為誠實矩陣， $P$  為設計矩陣。

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^t$$

$$\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_m^*)^t$$

$$\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)^t$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1m} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_{m1} & T_{m2} & \cdots & T_{mm} \end{bmatrix}, \sum_{i=1}^m T_{ij} = 1$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \cdots & P_{mm} \end{bmatrix}, \sum_{i=1}^m P_{ij} = 1$$

$$\Rightarrow \lambda = TP\pi$$

其中  $T_{ij} = Pr(\text{填答 } i \mid \text{應填答 } j)$

$P_{ij} = Pr(\text{應填答 } i \mid \text{具第 } j \text{ 類特性})$

$\pi$  之不偏估計向量為

$$\hat{\pi}=P^{-1}T^{-1}\left[\frac{n_1}{n},\cdots,\frac{n_m}{n}\right]$$

$\hat{\pi}$ 的變異矩陣爲

$$Var(\hat{\pi})=n^{-1}[P^{-1}T^{-1}diag(\lambda)(P^{-1}T^{-1})^t-\pi\pi^t]$$

以三分類問題之模擬說明在不同型態的誠實矩陣  $T$  下模式中加入  $T$  與不加入  $T$  之比較。令  $\pi=(0.5,0.3,0.2)$

$$P=\begin{bmatrix}0.7&0.15&0.15\\0.15&0.7&0.15\\0.15&0.15&0.7\end{bmatrix}$$

$$T_1=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},T_2=\begin{bmatrix}0.9&0.2&0.3\\0.1&0.7&0.1\\0&0.1&0.6\end{bmatrix},T_3=\begin{bmatrix}1&0.3&0.2\\0&0.7&0.2\\0&0&0.6\end{bmatrix}.$$

模擬結果如下表：

	參數估計 $\hat{\pi}$	
	考慮誠實矩陣	不考慮誠實矩陣
$T_1$	(0.55, 0.27, 0.18)	(0.55, 0.27, 0.18)
$T_2$	(0.52, 0.27, 0.21)	(0.70, 0.23, 0.07)
$T_3$	(0.57, 0.23, 0.20)	(0.82, 0.17, 0.01)

在實際應用上，吾人欲得誠實矩陣，因此於原設計中加入 Warner 設計，要求受訪者回答“對於上述問題是否有誠實回答？”，並假設

$$\Pr(\text{填答 } i \mid \text{應正確填答 } j) = \Pr(\text{誠實回答} \mid \text{填答 } j) \quad i=j$$

$$\sum_{i=j} \Pr(\text{填答 } i \mid \text{應正確填答 } j) = \Pr(\text{不誠實回答} \mid \text{填答 } j) \quad i \neq j$$

令隨機變數  $X$  表受訪者所選擇之分類  $(1, 2, \dots, m)$ ，隨機變數  $Y$  表受訪者是否誠實回答 ( $Y=1$  表“是”； $Y=0$  表“否”)。當受訪者的真實特性為  $i$  但不誠實作答時，假設他會選答其他特性的機會均等，因此，誠實矩陣  $T$  內各元素為

$$T_{ij} = \begin{cases} \Pr(Y=1 \mid X=j) & i=j \\ (1 - T_{ij})/(m-1) & i \neq j \end{cases}$$

## 四、實例分析

本文用以分析之資料，為探討某兩所公立大學（簡稱 A 校、B 校）大學生考試作弊、抽煙、及打麻將之比例。所採取三種不同的訪問設計為直接問答法（簡稱甲式）、隨機選答法—Bourke & Dalenius (1976) 設計（簡稱乙式）、隨機選答法—Kuk 模型（簡稱丙式）。在此兩種隨機選答法中，每一問項之後並要求受訪者在 Warner 模型下回答“是否誠實回答上述問題”，藉以估計誠實率。

上述乙、丙兩式隨機選答的內容附於附錄。

甲、乙、丙三種問卷皆獨立選取 300 位受訪者，其中 A 校佔 200 位，B 校佔 100 位。訪問方法採面訪方式，訪員熟悉隨機選答法，且在進行實際調查訪問前接受訓練。

隨機裝置採用抽取紙牌的型式，乙式與丙式問卷內各題之隨機設計如下：

乙式	題號	A1	B1		C1
	Pr (直接作答)	0.6	0.6		0.6
	Pr (選 “是”)	0.2	0.2	Pr (選擇 “0 天”)	0.1
				Pr (選擇 “1 天”)	0.1
	Pr (選 “否”)	0.2	0.2	Pr (選擇 “2 天”)	0.1
				Pr (選擇 “3 天或以上”)	0.1

丙式	題號	A1		B1			C1			
	符號	甲	乙	甲	乙		甲	乙	丙	丁
	是	0.8	0.2	0.8	0.2	0 天	0.7	0.1	0.1	0.1
						1 天	0.1	0.7	0.1	0.1
	否	0.2	0.8	0.2	0.8	2 天	0.1	0.1	0.7	0.1
						3 天或以上	0.1	0.1	0.1	0.7

乙式與丙式問卷當中的 A2、B2、C2 三題皆採 Warner 模型，其中選擇回答敘述一的機率為 0.7，選擇回答敘述二的機率為 0.3。在以上的隨機設計下，乙式與丙式問卷之設計矩陣相同，兩者的差異僅為訪問方法的不同。

(A).考試作弊

假設受訪者完全誠實回答，過去一年中，在考試時曾有作弊行為的比例如表 I，在直接問答下得其比例為 33.3%，而兩種隨機選答法分別得 53.9%、52.2%；另外，由表 I，在直接問答法下，性別間的差異

顯著，兩校間的差異顯著，顯示男生作弊的比例高於女生，A 校作弊比例亦高於 B 校；但在乙式隨機問答法下，性別與學校間不再具顯著之差異；而在丙式隨機選答法下，兩校間存在顯著差異。

表 I 過去一年考試曾作弊之估計比例與變異數

	甲式		乙式		丙式	
	樣本數	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本數	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本數	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$
男	151	0.437 (0.00164)	165	0.556 (0.00422)	249	0.537 (0.00279)
女	149	0.228 (0.00119)	135	0.519 (0.00518)	51	0.463 (0.01384)
A校	200	0.385 (0.00119)	200	0.533 (0.00348)	200	0.617 (0.00342)
B校	100	0.230 (0.00179)	100	0.550 (0.00699)	100	0.333 (0.00673)
合計	300	0.333 (0.00074)	300	0.539 (0.00232)	300	0.522 (0.00232)

考慮受訪者並不完全誠實回答模式。定義隨機變數  $X$  為所填選項目， $X=1$  表填選“是”， $X=0$  表填選“否”； $Y=1$  表誠實回答， $Y=0$  表未誠實回答；誠實矩陣如下：

$$T = \begin{bmatrix} \Pr(y=1 \mid x=1) & \Pr(y=0 \mid x=0) \\ \Pr(y=0 \mid x=1) & \Pr(y=1 \mid x=0) \end{bmatrix}$$

由乙式與丙式問卷中之 A2 問題得

$$T_{乙}=\begin{bmatrix}0.8686 & 0.0775 \\ 0.1314 & 0.9225\end{bmatrix}, T_{丙}=\begin{bmatrix}1 & 0.0890 \\ 0 & 0.9110\end{bmatrix},$$

重新求得之估計量於乙式及丙式問卷分別為 60.6%、43.6%，變異數為 0.00370、0.00284。兩種訪問法呈現明顯之差異，顯示不同的隨機設計下，受訪者之誠實率有所不同。其它在考慮誠實矩陣下各分類之估計量、變異數與差異比較如表 II。比較兩所學校之誠實矩陣，在乙式，A 校的誠實矩陣為  $\begin{bmatrix}0.9 & 0.145 \\ 0.1 & 0.855\end{bmatrix}$ ，B 校為  $\begin{bmatrix}0.8075 & 0 \\ 0.1925 & 1\end{bmatrix}$ ；而在丙式，A 校的誠實矩陣為  $\begin{bmatrix}1 & 0.065 \\ 0 & 0.935\end{bmatrix}$ ，B 校為  $\begin{bmatrix}0.5625 & 0.125 \\ 0.4375 & 0.875\end{bmatrix}$ ，對於考試作弊的敏感性，兩所學校學生之認知有相當的差異。

表 II 過去一年考試曾作弊的估計比例、變異數與差異比較  
(不完全誠實回答模式)

	乙式		丙式		差異比較
	樣本大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	
男	165	0.739 (0.01106)	249	0.458 (0.00336)	2.340
女	135	0.512 (0.00522)	51	0.372 (0.01612)	0.958
A校	200	0.494 (0.00611)	200	0.567 (0.00391)	0.729
B校	100	0.761 (0.01072)	100	0.714 (0.03518)	0.219
合計	300	0.606 (0.00370)	300	0.436 (0.00284)	2.102

## (B).抽煙

假設完全誠實，過去六個月曾經抽煙的比例如表Ⅲ，在直接問答法下得其比例為 10.3%，兩種隨機選答法分別得 12.8% 與 24.4%。

由表Ⅲ亦可知，在直接問答法下，性別間的差異顯著，兩校間的差異不顯著。在乙式隨機選答法下，性別與學校間皆不具顯著之差異；而在丙式隨機選答法下，性別間具顯著差異。大致而言，男性抽煙的比例高於女性。

表Ⅲ 過去六個月曾抽煙之估計比例與變異數

	甲式		乙式		丙式	
	樣本 大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本 大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本 大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$
男	151	0.199 (0.00106)	165	0.172 (0.00358)	249	0.282 (0.00261)
女	149	0.007 (0.00005)	135	0.074 (0.00383)	51	0.059 (0.01000)
A校	200	0.090 (0.00041)	200	0.142 (0.00284)	200	0.300 (0.00329)
B校	100	0.130 (0.00114)	100	0.100 (0.00540)	100	0.133 (0.00566)
合計	300	0.103 (0.00031)	300	0.128 (0.00186)	300	0.244 (0.00210)

在不完全誠實回答模式下，重新求得之估計量分別為：乙式 36.5%，丙式 33.9%，其他在考慮誠實矩陣下各分類之估計量、變異數與差異比較如表Ⅳ。

表Ⅳ 過去六個月會抽煙之比例、變異數與差異比較(非完全誠實情況)

	乙式		丙式		差異比較
	樣本大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	樣本大小	$\hat{\pi}$ $\hat{Var}(\hat{\pi})$	Z
男	165	0.116 (0.00492)	249	0.413 (0.00383)	2.641
女	135	1.000 (0.24503)	51	0.059 (0.01000)	1.863
A校	200	0.376 (0.00694)	200	0.350 (0.00382)	0.251
B校	100	0.346 (0.03291)	100	0.282 (0.01425)	0.295
合計	300	0.365 (0.00582)	300	0.339 (0.00285)	0.279

在表Ⅳ，採乙式問卷，女性抽煙比例達百分之百，如此的結果乃因表Ⅴ所列之誠實矩陣，女性若選填曾經抽煙則誠實率僅 16%，但相同的問題若使用丙式問卷，則其誠實率達百分之百，顯示兩種隨機選答法之設計對受訪者而言有不同的感受。



表 V 過去六個月曾有抽煙之誠實矩陣

	乙式	丙式
男	$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.0475 \\ 0.1 & 0.9525 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.825 & 0 \\ 0.175 & 1 \end{bmatrix}$
女	$\begin{bmatrix} 0.16 & 0.035 \\ 0.84 & 0.965 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
A校	$\begin{bmatrix} 0.6525 & 0.0125 \\ 0.3475 & 0.9875 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9275 & 0 \\ 0.0725 & 1 \end{bmatrix}$
B校	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.095 \\ 0.5 & 0.095 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.6775 & 0.0475 \\ 0.3225 & 0.9525 \end{bmatrix}$
合計	$\begin{bmatrix} 0.605 & 0.04 \\ 0.395 & 0.96 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.86 & 0 \\ 0.14 & 1 \end{bmatrix}$

## (C).打麻將

此問題屬多類別（四類別）模型設計。假設完全誠實，過去一週打牌的天數，在直接問答法下“0天”佔88%、“1天”佔6%、“2天”佔3%、“3天或以上”佔3%；乙式問卷設計得“0天”佔91%、“1天”佔8.5%、“2天”佔0.5%、“3天或以上”為0%；而丙式問卷則分別得93%、6.5%、0.5%、0%，各類別比例及估計變異數如表VI。

考慮非完全誠實模式。定義隨機變數 X 表打牌天數；Y=1 表誠實回答，Y=0 表未誠實回答。誠實矩陣定義如下：

$$T = \begin{bmatrix} \Pr(y=1 | x=0) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=1) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=2) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=3) \\ \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=0) & \Pr(y=1 | x=1) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=1) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=1) \\ \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=0) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=1) & \Pr(y=1 | x=2) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=3) \\ \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=0) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=0) & \frac{1}{3}\Pr(y=0 | x=2) & \Pr(y=1 | x=3) \end{bmatrix}$$

比較表Ⅶ，乙式與丙式問卷之誠實矩陣，可發現在丙式下，受訪者誠實率較高。重新估算之比例及變異數列於表Ⅷ，由於丙式問卷誠實率較高，因此乙式問卷之估計變異較大。

以上的結果中，由誠實矩陣觀之，在丙式問卷下，受訪者誠實率較高。此外，表Ⅸ中吾人亦比較受訪者對乙、丙兩問卷對保護隱私權程度的看法，乙式問卷的受訪者 61% 認為受到保護，而丙式則為 66.3%。因此，似乎 Kuk 設計下的丙式問卷讓受訪者覺得較為安全。

表 VI 過去一週打牌天數：估計比例與變異數

	甲式		乙式		丙式	
	男	女	男	女	男	女
樣本數	151	149	165	135	249	51
0天	0.781 (0.0114)	0.980 (0.00013)	0.880 (0.00396)	0.920 (0.00470)	0.940 (0.00250)	0.845 (0.01325)
1天	0.106 (0.00063)	0.013 (0.00009)	0.080 (0.00214)	0.080 (0.00261)	0.055 (0.00129)	0.125 (0.00802)
2天	0.060 (0.00037)	0.000 ...	0.040 (0.00184)	0.000 (0.00187)	0.005 (0.00103)	0.000 (0.00500)
3天或以上	0.053 (0.00033)	0.006 (0.00005)	0.000 (0.00152)	0.000 (0.00187)	0.000 (0.00101)	0.030 (0.00578)
	A校	B校	A校	B校	A校	B校
樣本數	200	100	200	100	200	100
0天	0.850 (0.00064)	0.940 (0.00057)	0.960 (0.00306)	0.815 (0.00679)	0.920 (0.00317)	0.950 (0.00620)
1天	0.075 (0.00035)	0.030 (0.00029)	0.030 (0.00145)	0.1850 (0.00467)	0.080 (0.00176)	0.035 (0.00298)
2天	0.040 (0.00019)	0.010 (0.00010)	0.010 (0.00132)	0.000 (0.00253)	0.000 (0.00126)	0.015 (0.00273)
3天或以上	0.035 (0.00017)	0.020 (0.00020)	0.000 (0.00126)	0.000 (0.00253)	0.000 (0.00126)	0.000 (0.00253)
	合計		合計		合計	
樣本數	300		300		300	
0天	0.880 (0.00035)		0.910 (0.00212)		0.930 (0.00209)	
1天	0.060 (0.00019)		0.085 (0.00119)		0.065 (0.00111)	
2天	0.030 (0.00010)		0.005 (0.00086)		0.005 (0.00086)	
3天或以上	0.030 (0.00010)		0.000 (0.00084)		0.000 (0.00084)	

表Ⅶ 過去一週打牌天數之誠實矩陣

	乙式	丙式
男	$\begin{bmatrix} 0.886 & 0.250 & 0.306 & 0.333 \\ 0.038 & 0.250 & 0.306 & 0.333 \\ 0.038 & 0.250 & 0.082 & 0.333 \\ 0.038 & 0.250 & 0.306 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.219 \\ 0 & 1 & 0 & 0.219 \\ 0 & 0 & 1 & 0.219 \\ 0 & 0 & 0 & 0.343 \end{bmatrix}$
女	$\begin{bmatrix} 0.826 & 0.266 & 0.166 & 0.236 \\ 0.058 & 0.202 & 0.166 & 0.236 \\ 0.058 & 0.266 & 0.501 & 0.236 \\ 0.058 & 0.266 & 0.166 & 0.292 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.784 & 0 & 0 & 0.027 \\ 0.072 & 1 & 0 & 0.027 \\ 0.072 & 0 & 1 & 0.027 \\ 0.072 & 0 & 0 & 0.919 \end{bmatrix}$
A校	$\begin{bmatrix} 0.880 & 0.217 & 0.226 & 0.277 \\ 0.040 & 0.187 & 0.226 & 0.277 \\ 0.040 & 0.217 & 0.322 & 0.277 \\ 0.040 & 0.217 & 0.226 & 0.169 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.306 \\ 0 & 1 & 0 & 0.306 \\ 0 & 0 & 1 & 0.306 \\ 0 & 0 & 0 & 0.082 \end{bmatrix}$
B校	$\begin{bmatrix} 0.808 & 0.242 & 0.333 & 0.333 \\ 0.604 & 0.274 & 0.333 & 0.333 \\ 0.604 & 0.242 & 0 & 0.333 \\ 0.604 & 0.242 & 0.333 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.931 & 0.027 & 0.129 & 0 \\ 0.023 & 0.919 & 0.129 & 0 \\ 0.023 & 0.027 & 0.613 & 0 \\ 0.023 & 0.027 & 0.129 & 1 \end{bmatrix}$
合計	$\begin{bmatrix} 0.859 & 0.257 & 0.260 & 0.295 \\ 0.047 & 0.229 & 0.260 & 0.295 \\ 0.047 & 0.257 & 0.220 & 0.295 \\ 0.047 & 0.257 & 0.260 & 0.115 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.166 \\ 0 & 1 & 0 & 0.166 \\ 0 & 0 & 1 & 0.166 \\ 0 & 0 & 0 & 0.501 \end{bmatrix}$

表Ⅷ 過去一週打牌天數估計比例與變異數（非完全誠實情況）

	乙式		丙式	
	男	女	男	女
樣本數	165	135	249	51
0天	0.786 (0.01302)	1.000 (0.03273)	0.900 (0.00322)	0.975 (0.00464)
1天	0.033 (0.15916)	0.000 (5.59060)	0.000 (0.00165)	0.025 (0.00177)
2天	0.014 (0.09390)	0.000 (0.14789)	0.000 (0.00165)	0.000 (0.00164)
3天或以上	0.167 (0.03542)	0.000 (3.41571)	0.100 (0.00494)	0.000 (0.00183)
	A校	B校	A校	B校
樣本數	200	100	200	100
0天	0.945 (0.00925)	0.775 (0.01280)	0.790 (0.00640)	0.945 (0.00345)
1天	0.000 (0.39454)	0.0000 (0.09467)	0.000 (0.00467)	0.000 (0.00162)
2天	0.000 (0.45961)	0.010 (0.04124)	0.000 (0.00467)	0.055 (0.00285)
3天或以上	0.055 (0.17514)	0.215 (0.03540)	0.210 (0.03030)	0.000 (0.00145)
	合計		合計	
樣本數	300		300	
0天	0.905 (0.00753)		0.905 (0.00292)	
1天	0.000 (0.63805)		0.030 (0.00151)	
2天	0.000 (0.600218)		0.000 (0.00135)	
3天或以上	0.095 (0.04835)		0.065 (0.00289)	

表 IX 隱私權保護程度表

乙式	男	女	A校	B校	合計
完全被保護	25.5%	18.5%	26.0%	15.0%	22.3%
部份被保護	37.0%	40.7%	37.0%	42.0%	38.7%
沒有被保護	8.5%	6.7%	8.0%	7.0%	7.7%
沒意見	29.1%	34.1%	29.0%	36.0%	31.3%
丙式	男	女	A校	B校	合計
完全被保護	45.2%	46.0%	45.5%	45.0%	45.3%
部份被保護	22.4%	14.0%	24.0%	15.0%	21.0%
沒有被保護	4.4%	12.0%	4.0%	9.0%	5.7%
沒意見	28.0%	28.0%	26.5%	31.0%	28.0%

## 五、結論

應用隨機選答法於敏感性問題之調查研究，可降低非抽樣誤差。不同的隨機設計法下，受訪者願意誠實回答的程度亦不同。本文中利用實際調查之資料比較兩種不同設計下之隨機選答法，發現 Kuk 設計誠實率較高。此外，隨機選答法在抽樣設計、訪問費等方面，其成本較一般的抽樣設計為高；而隨機選答法若能應用在對機密資料的取得，不僅可保護資料提供者之隱私權，且能提供研究者較為可靠之資料，此乃為隨機選答法主要用途之一。

本文對隨機問答法之設計方面，假設受訪者仍然心存抗拒心理，未必會據實回答，受訪者有說謊的可能，在非完全誠實下，透過誠實矩陣，比率估計值得到適度調整。

## 參考文獻

- Abernathy, J. R., Greenberg, B. G., and Horvitz, D. G.  
1970 Estimates of induced abortion in urban North Carolina, *Demography* 7, 19-29.
- Abul-Ela, Abdel-Latif, A., Greenberg, B., G., and Horvitz, D., G.  
1967 A multiproportions RR model. *J. A. S. A.* 62, 990-1008.
- Bourke, P. D., and Dalenius, T.  
1974 RR models with lying. Tech. Rep 71, Institute of Statistics, University of Stockholm, Sweden.  
1976 Some new ideas in the realm of randomized inquiries. *International Statistical Review.* 44, 219-221.
- Chi, I. C., Chow, L. P., and Liu, L. T.  
1972 The randomized response technique as used in the Taiwan outcome of pregnancy study. *Studies in Family Planning* Vol.3, No.11.
- Goodstadt, M. S., and Gruson, V.  
1975 The RR technique: A test on drug use. *J.A.S.A.*, 70, 814-818.
- Greenberg, B. G., Abul-Ela, Abdel-Latif, A., Simmons, W. R., and Horvitz, D. G.  
1969 The unrelated question RR model: theoretical framework. *J. A. S. A.* 64, 520-539.
- Greenberg, B. G., Kubler, R. R., Abernathy, J. R., and Horvitz, D. G.  
1971 Applications of the RR Technique in obtaining quantitative data. *J. A. S. A.* 66, 243-250.
- Kuk, A., Y., C.  
1990 Asking sensitive questions indirectly. *Biometrika*, 77, 436-438.
- Liu, P. T., Chow, L. P., and Mosley, W. H.  
1975 Use of the RR technique with a new randomizing device. *J. A. S. A.* 70, 329-332.
- Liu, P. T., and Chow, L. P.  
1976 The efficiency of the multiple trial RR technique. *Biometrics* 32, 607-618.
- Mukhopadhyay, P.

- 1980 On estimation of some confidential characters from survey data. Bull. Calcutta Statist. Assoc. 29, 133-141.
- Mangat, N. S., and Singh, R.
- 1990 An alternative randomized response procedure. Biometrika 77, 439-442.
- Scheers, N. J., and Dayton, C. M.
- 1988 Covariate RR models. J. A. S. A. 83, 969-974.
- Stem, Jr. D. E., and Steinhorst, R. K.
- 1984 Telephone interview and mail questionnaire applications of the RR model. J. A. S. A. 79, 555-564.
- Warner, S. L.
- 1965 Randomized response: A survey technique for eliminating evasive answer bias. J. A. S. A. 60, 63-69.
- Zdep, S. N. and Rhodes, I. N.
- 1976 Making the RR technique work. Public Opinion Quarterly 40, 531-537.



## 附錄 A 隨機問答法—乙式

請依以下步驟回答 A1、B1 與 C1：

- (1)任意抽取一張紙牌。(請不要讓訪員看見您所選取的紙牌)
- (2)若您的紙牌為黑色，請據實回答問題；否則，請依紙牌上的指示填答。

請您依以下步驟回答 A2、B2 與 C2：

- (1)任意抽取一張紙牌。(請不要讓訪員看見您所選取的紙牌)
- (2)若您的紙牌為黑色，請判定敘述一是否為真。
- (3)若您的紙牌為紅色，請判定敘述二是否為真。

A1 過去一年我曾考試作弊嗎？

(註：凡夾帶小抄、請人代考、偷看他人答案等行為，均視為作弊。)

☐是 ☐否

A2 (敘述一) 我已誠實回答上述問題 (A1)。

(敘述二) 我沒有誠實回答上述問題 (A1)。

☐是 ☐否

B1 過去六個月，我曾經抽煙？

☐是 ☐否

B2 (敘述一) 我已誠實回答上述問題 (B1)。

(敘述二) 我沒有誠實回答上述問題 (B1)。

☐是 ☐否

C1 過去一週我打麻將的天數？

☐0 天 ☐1 天 ☐2 天 ☐3 天或以上

C2 (敘述一) 我已誠實回答上述問題 (C1)。

(敘述二) 我沒有誠實回答上述問題 (C1)。

☐是 ☐否

## 附錄 B 隨機問答法一丙式

請依以下步驟回答 A1、B1 與 C1：

(1)請於所準備的各堆紙牌中（A1、B1 兩堆；C1 四堆）各抽取一張紙牌。（請不要讓訪員看見您所選取的紙牌）

(2)若您屬於敘述一，請依由第一堆中所選取紙牌上之指示填答。

若您屬於敘述二，請依由第二堆中所選取紙牌上之指示填答。依此類推。

請您依以下步驟回答 A2、B2 與 C2：

(1)任意抽取一張紙牌。（請不要讓訪者看見您所選取的紙牌）

若您的紙牌為黑色，請判定敘述一是否為真。若您的紙牌為紅色，請判定敘述二是否為真。

A1（敘述一）過去一年我曾考試作弊。

（敘述二）過去一年我沒有考試作弊。

（註：凡夾帶小抄、請人代考、偷看他人答案等行為，視為作弊。）

☐甲 ☐乙

A2（敘述一）我已誠實回答上述問題（A1）。

（敘述二）我沒有誠實回答上述問題（A1）。

☐是 ☐否

B1（敘述一）過去六個月我曾經抽煙。

（敘述二）過去六個月我從沒有抽煙。

☐甲 ☐乙

B2（敘述一）我已誠實回答上述問題（B1）。

（敘述二）我沒有誠實回答上述問題（B1）。

☐是 ☐否

C1（敘述一）過去一週我從未打牌。

(敘述二) 過去一週我打牌的天數為一天。

(敘述三) 過去一週我打牌的天數為二天。

(敘述四) 過去一週我打牌的天數為三天或三天以上。

☐甲      ☐乙      ☐丙      ☐丁

C2 (敘述一) 我已誠實回答上述問題 (C1)。

(敘述二) 我沒有誠實回答上述問題 (C1)。

☐是      ☐否