

# 基模本位教學對國小學習障礙學生乘法比較型文字題之 解題成效

曾儀婷

高雄市六龜區龍興國民小學

王瓊珠

國立高雄師範大學特殊教育學系

## 摘 要

本研究運用基模本位教學中乘法比較型之基模圖，引導兩名國小五年級學習障礙學生處理乘法比較型文字題。先以原有的教學方式進行，但成效不彰，接著進入基模本位教學，為減輕學生的認知負荷，剛開始先讓學生學會判斷正確之基模圖與算式，等正確率達標後，再由學生自行完成基模圖與算式，達標後便停止基模本位教學。經過十次的教學後，甲乙生在自編乘除法文字題評量卷的解題正確率皆有明顯提升，停止介入後，兩人的正確率也有維持，各為 93.33% 和 96.67%。進一步分析兩名學生於基模本位教學時，基模圖、列式與計算的正確與錯誤情形，顯示基模圖對於之後答題正確率有相當的助益，基模圖與答題的一致性（即圖對，答案也對；圖錯，答案也錯）高達 95% 和 93%，學生少有基模圖弄錯了，答案還是正確的，或是基模圖對了，但結果是錯的。最後根據本研究不足之處，對於未來提出若干建議。

關鍵詞：基模本位教學、學習障礙、乘法比較型、文字題

## 壹、緒論

### 一、研究背景與動機

數學是生活重要技能，從購物、買賣、打折、比價、看時刻表、算度量衡、做分配等都離不開數學，數學也是國小課程重要的學習科目之一。數學並不只是計算而已，數學能力包含概念性瞭解（conceptual understanding）、程序性知識（procedural knowledge）和解題（problem solving），學童要展現其數學能力需要先瞭解概念，將概念化為程序性知識，之後才能解題（李源順，2013）。Polya（1957）提出四個數學解題步驟，即了解題目、擬訂計畫、執行數學計算和回顧整個解答過程。Mayer（1992）從認知心理學的觀點，將數學文字題的解題歷程及涉及的知識作完整的結構性分析，將解題歷程分為表徵問題、解決問題兩個階段，並進一步區分為問題轉譯、問題整合、解題計畫及監控、解題執行四個步驟。顯示處理數學文字題時，理解題意是第一步。

楊坤堂（2007）指出學習障礙學生對於數學文字題解題時容易出現邏輯能力不足，不知道要採取哪一種計算方式，以致於運算錯誤，或是求得數值後也不會去審視答案是否合理。如何引導學生理解題意？有些老師者會告訴學童以關鍵字作為解題線索，例如：看到題目中有「總共」或「多」用「加法」，有「多多少/少多少」或「少」用「減法」，但是關鍵字法只適用在語意一致的題目，如「小華有 8 顆糖，小明比小華多 5 顆糖，小明有幾顆糖？」，題目中有「多」字，用「加法」。假如是在語意不一致的題目，如「小明有 8 顆糖，小明比小華多 5 顆糖，小華有幾顆糖？」，題目中有「多」字，卻用「減法」。同樣地，在乘除法文字題也是有不一致的敘述，例如：「哥哥的錢是弟弟的五倍，哥哥有 50 元，弟

弟有多少元？」假如學生看到「倍」，就以為要把兩個數字相乘，那就錯了，甚至有些題目也不會出現「倍」字，如：「哥哥有 50 元，弟弟的錢是哥哥的  $\frac{1}{5}$ ，弟弟有多少錢？」換言之，依賴關鍵字詞其實並不可靠。李麗君、陳玟樺（2010）對國小六年級學童數學文字題解題表現的分析，即指出語意一致比不一致的題目正確率高。若一味用關鍵字解題而沒有理解真正題意的計算是盲目的，亦不是學數學的核心。

研究指出教學者可以用具體操作、圖示表徵策略，如數線、圖示、圖表、圖片和圖形、影片等，協助學習障礙學生理解文字題的題意，提升學生解決數學文字題的成效（朱經明、顏新銓，2015；呂佩真、黃秋霞、詹士宜，2015；莊其臻、黃秋霞，2013；黃秋霞、方美珍，2007），而基模本位教學（Schema-Based Instruction，簡稱 SBI）就是其中一種圖示表徵策略，除了圖示之外，它還強調語意解讀，先讓學生讀懂題意，然後將已知數和未知數放入適當的圖示中，最後才獲得答案。Maccini, Mulcahy 和 Wilson（2007）彙整 1995 到 2006 年之間，對學習障礙中學生所進行的數學介入成效分析，該研究亦指出：記憶策略教學；漸進式教學（graduated instruction），從具體、半具體到抽象；認知策略教學（如基模本位教學，錨式數學）都有不錯的成效。

Jitendra 與 Hoff（1996）提出基模本位教學是以直接教學法為基礎，透過教學者明示規則，示範策略使用，引導學生練習，監控與回饋學習狀況，最後再放手讓學生獨立練習。SBI 從基模理論發展出來，強調問題結構（structure of problem）對於理解、表徵問題的重要性。問題結構可利用「基模圖」（schematic diagram）來呈現，基模圖是視覺表徵，可以凸顯出問題結構，幫助學生分辨問題類型、組織訊息，決定合適的解題程序。

學生最初可以使用基模圖、檢核表做為學習鷹架，之後再慢慢褪除，以建立獨立解題的能力（Jitendra & Star, 2011）。研究者認為若能建立學習障礙學生解題基模並儲存於長期記憶中，避免學生過於依賴關鍵字，或隨單元內容選用方法，如教到乘法單元，所有題目都用乘法作答，綜合數個單元內容之後就又混淆了，SBI 或許可以提升解題成功率。

SBI 用於數學文字題的解題成效之研究已有數篇（如：陳相如，2013；陳麗帆，2011；賴其豪，2014；劉穎蓉，2018；Fuchs, Fuchs, Prentice, Hamlett, Finelli, & Courey, 2004; Jitendra, DiPipi, & Perron-Jones, 2002; Jitendra, Dupuis, & Rodriguez, 2012; Jitendra, George, Sood, & Price, 2010; Jitendra & Hoff, 1996; Jitendra, Rodriguez, Kanive, Huang, Church, Corroy, & Zaslofsky, 2013），多數教學介入是做加減法文字題，乘除法文字題之解題相對少，且加減法較乘除法簡單，因此，本研究從較少人探究的乘除法文字題著手。

謝旻虔（2009）參考 Greer（1992）的分類架構，將國小乘除法文字題類型歸納成四大類，即等組型問題、比較型問題、笛卡兒乘積、矩形面積/陣列。觀察 67 名國小四年級學童在乘除法文字題解題表現，發現在問題轉譯過程中，有 80% 以上的學童能了解問題的已知條件和解題目標。在問題整合過程中，各題型的正確率降到 70% 以下，顯示學童在問題表徵時遇到了困難。等到計畫及監控、解題執行過程中，各題型的正確率降到 60% 以下，顯示學童在問題表徵後與實際做法有一段落差。謝氏的研究雖是針對一般學童，但也顯示即使是一般學童在解乘除文字題，理解題意就是一個困難點，等到執行解題時又是另外一個關卡。從他的研究中得知，在單一步驟乘除文字題的題型，等組型中的等分除是最容易理解，笛卡兒乘積型是最難理

解的，學童經常空白解不出來。學童並不了解題目中乘除運算關鍵字「平均」、「每個」、「搭配」、「配對」、「基準量和比較量」的真正意涵，而誤用關鍵字。研究者以為最容易和最難學習的類型暫時不用被列為優先介入的目標，故以難度介於中間的比較型題目（含基準量與比較量未知）為本次研究的內容，此部分也是學生容易混淆的題型之一。

## 二、研究目的與問題

綜合上述的研究背景與動機，本研究目的有二：

- （一）探討基模本位教學對國小學習障礙學生在乘法比較型文字題解題之成效。
- （二）探討基模本位教學後國小學習障礙學生在乘法比較型文字題解題情況。

## 貳、文獻探討

文獻探討將針對 SBI 基模圖、解題步驟及其相關研究之成果簡要說明之，另外，也對國小乘除法文字題的類型進行整理。

### 一、基模圖

Jitendra（2007）提到五種解題基模圖：改變型（change）、合併型（group）、比較型（compare）、乘法比較型（restate）和比例型（vary），問題基模圖如圖 1 所示（例子由研究者提供）。前三類是為加減法的文字題，後兩者是乘除法的文字題。由基模圖可發現，他們係先將多種文字題型分類，轉譯為問題基模圖，並且將文字題中的線索和數值填入基模圖中，引導學生了解此問題之題意，順著理解的腳步，將數學算式列出來，最後求得答案，並從圖示中判斷答案是否合理。

基模圖跟過往的圖示表徵不同點在於，過去的圖示表徵是將文字題中的線索和數值全部都畫出來，例如：硬幣、半具體圖案、線條圖等外在圖示表徵，但是基模圖是將思考過程運用圖示呈現，將文字轉譯為問題基模

圖，使學生了解邏輯推論過程，屬於內在圖示表徵，引導學生更深入的理解並解決問題。基模圖把加數、被加數、減數、被減數、比較量、基準量，放到呼應其運算程序中的位置，

在選擇正確的表徵圖，填入正確數字後，其運算程序也呼之欲出，不像線段表徵得靠解題者自行找出要加？要減？要乘？還是除？線段本身並沒有明示運算法則的選用。

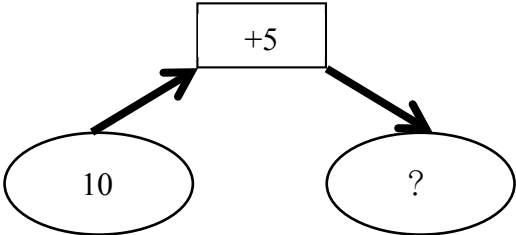
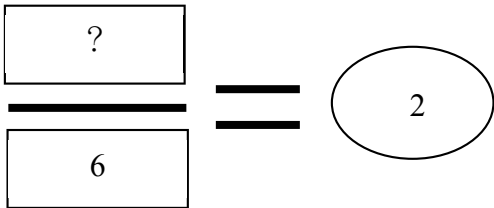
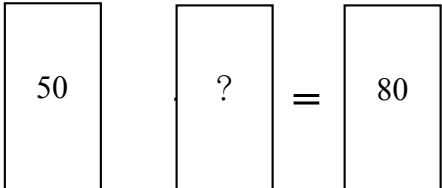
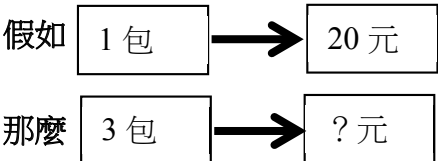
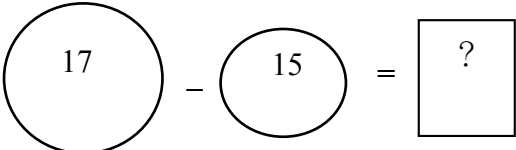
<p><b>改變型 (change)</b> 哥哥原有 10 顆彈珠，弟弟又給他 5 顆，請問哥哥現在有多少彈珠？</p> 	<p><b>乘法比較型 (restate)</b> 哥哥有 6 顆小彈珠，大彈珠是小彈珠的 2 倍，請問大彈珠有幾顆？</p> 
<p><b>合併型 (group)</b> 花園裡有玫瑰花和百合花共 80 朵，玫瑰有 50 朵，請問百合花有幾朵？</p> 	<p><b>比例型 (vary)</b> 假如 1 包餅乾 20 元，那麼姊姊買 3 包回家要花多少元？</p> 
<p><b>比較型 (compare)</b> 弟弟有 17 張貼紙，妹妹有 15 張，請問弟弟比妹妹多幾張貼紙？</p> 	

圖 1 Jitendra (2007) 的基模圖

## 二、SBI 解題步驟

Jitendra 和 Star (2011) 提出基模本位教學的解題步驟口訣為「FOPS」，F 是「找題型」(find the problem type)：判斷問題屬哪一種題型；O 是「組織問題」(organize the information in the problem using the diagram)：

將問題訊息填入圖示中；P 是「計畫」(plan to solve the problem)：思考並列出算式；S 是「解題」(solve the problem)。FOPS 與 Mayer (1992) 所說的問題表徵和問題解題也是呼應的，即 F 和 O 是在表徵，P 和 S 則是解題。

本研究選擇乘法比較型基模圖進行教



學，因為只有一種類型，所以「F：找題型」的部分不是辨識題目屬於何種類型，如改變型、合併型、倍數型等，而是讓學生的注意力聚焦在是基準量未知的題目？還是比較量未知的題目？文字敘述怎樣轉為數學上的基準量、比較量與倍數。以「哥哥有 6 顆小彈珠，大彈珠是小彈珠的 2 倍，請問大彈珠有幾顆？」為例，「2 倍」是倍數，「小彈珠」是拿來比較的「基準量」，「大彈珠」是和小彈珠互相比較的「比較量」，除了知道它們各自意涵外，也要知道該放在基模圖中的哪個位置。

三、SBI 相關研究

基模本位教學運用於數學文字題的解題成效之研究已有數篇（如：陳相如，2013；陳麗帆，2011；賴其豪，2014；劉穎蓉，2018；Fuchs, Fuchs, Prentice, Hamlett, Finelli, & Courey, 2004; Jitendra, DiPipi, & Perron-Jones, 2002; Jitendra, Dupuis, & Rodriguez, 2012; Jitendra, George, Sood, & Price, 2010; Jitendra & Hoff, 1996; Jitendra, Rodriguez, Kanive, Huang, Church, Corroy, & Zaslofsky, 2013），表 1 為國內外數篇與 SBI 相關之研究彙整。

Peltier 和 Vannest（2017）對 21 篇在國小所做的基模教學介入研究，進一步做後設分析，本文所謂基模教學有廣義和特定兩種，特定係指基模本位教學（SBI）（9 篇），廣義的基模教學（schema broadening）（12 篇），兩者類似，都有基模辨識的部分，但 SBI 有提供基模圖引導，廣義的基模教學則是由學

習者寫出對應的數學算式（corresponding algebraic equation），再者，它也包含類化練習，期待學生在掌握問題基模之後，能夠舉一反三，應用到新的問題情境。Peltier 和 Vannest（2017）後設分析結果顯示：基模教學對於國小學生（一般生與特殊生皆有）文字解題表現之整體效果值為 1.57，立即與遷移效果值都在 1 以上，屬於效果極佳。不過，作者也提到研究樣本僅有 21 篇，再者，該主題的研究多以 Jitendra 教授和 Fuchs 教授及其同僚為主，似乎不夠多元。

從表 1 得知，多數教學介入是做加減法文字題，教導改變型、合併型、比較型這三類題型，乘除法文字題之解題相對少。研究參與者的年級約略分布於國小中年級至國中之間，比例型的題型多以國中生為主。研究方法上，大致上分為兩大類，一是針對少數的特殊需求個案（如：學習障礙，情緒行為障礙，輕度智能障礙），進行跨參與者多基準線實驗設計。另外一類是大樣本的實驗設計，將一般生或數學學習困難學生隨機分至實驗組與控制組（或對照組），經過幾週教學後，再比較介入前、後實驗組與控制組學生數學表現的差異，以及介入成效是否可以被保留或類化到沒有教過的題目。研究者考量本研究對象已是國小五年級學生，許多數學文字解題都會運用到乘除法，因此，根據現階段的學習目標選擇較從少人探究的乘除法文字題著手。

表 1  
國內外 SBI 相關研究整理

作者（年）	研究方法	研究參與者	解題模組	研究結果
Jitendra & Hoff（1996）	跨參與者 多探測設 計	小三小四 3 名學障生	改變型、 合併型、 比較型	成功增進三位學生在文字題正確表現。介入後兩三個禮拜仍有維持成效。

（續下頁）

作者（年）	研究方法	研究參與者	解題模組	研究結果
Jitendra, DiPipi, & Perron-Jones （2002）	跨參與者 跨行為多 基線設計	國二 4 名學障生	乘法比較型 比例型	提升解決數學問題的正确率， 且成效可維持 2 至 10 週不 等。介入後也能有類化至沒教 過的題目。
Fuchs, Fuchs, Prentice et al. （2004）	實驗設計	小三 366 名 一 般生	四種題型	實驗組（SBI 和 SBI 結合問題 類型基模分類練習兩組）學生 的表現顯著優於對照組。
Xin, Jitendra, & Deatline- Buchman, （2005）	實驗設計 （SBI 與 GSI）	22 名學障、 情障、數學 嚴重學習落 後者	乘法比較型 比例型	無論是立即，延宕或類化效 果，SBI 介入成效明顯優於 GSI （一般策略教學）。
Jitendra , George, Sood, & Price （2010）	個案研究	小四小五 2 名情障生	改變型、 合併型、 比較型	教學介入能提升兩名情障生解 決數學文字題之正確性，以及 其中一名的流暢性。
Jitendra, Dupuis, & Rodriguez （2012）	實驗設計 （SBI 與 原校數學 課程）	小三 125 名數學 成就在 PR40 以下	改變型、 合併型、 比較型	SBI 實驗組學生在文字題解題 表現高於對照組，但八週後的 保留成效不佳。 SBI 有效改善數學高風險學生 數學解題問題。
Jitendra, Rodriguez, Kanive et al. （2013）	實驗設計 （SBI 與 SBC 小組 教學）	小三 136 名數學 困難學生	改變型、 合併型、 比較型	數學文字題前測分數較高者， SBI 的介入成效優於 SBC（學 校原有的課程），若前測分數 較低者，SBC 的介入成效優於 SBI，兩者有交互作用。 介入對加法自動化、數學和閱 讀成就測驗沒有成效。
Jitendra, Star, Dupuis, & Rodriguez （2013）	實驗設計	1163 名 國一生	比例型	SBI 實驗組學生較控制組學生 在比例式數學文字題有顯著的 立即和保留成效，但兩組在類 化測驗無顯著差異。

（續下頁）

作者（年）	研究方法	研究參與者	解題模組	研究結果
陳麗帆 （2011）	跨受試者 多基線設 計	小四小五 2 名輕度智障 生	改變型、 合併型、 比較型	輕度智能障礙學生在加減法文字題和解題速度皆有立即和保留成效。
陳相如 （2013）	ABA 設計	小三 2 名學障生	改變型、 合併型、 比較型	增進國小學習障礙學生加減法文字題解題之立即與維持成效，但未能提升解題態度
賴其豪 （2014）	跨受試多 探試設計	國中 3 名學障生	比例型	提升學習障礙學生比與比例式問題基模辨識能力、表徵能力、解題能力，且改善學習態度。
劉穎蓉 （2018）	ABA 設 計	小六 2 名學障生	比例型	對國小學習障礙文字題在比與比例式解題正確率具立即成效與維持成效。

#### 四、國小數學乘除法文字題

理解題意是處理數學文字題的第一步，因此，有研究者對於文字題的語意結構加以關注，比較不同的陳述方式是否會左右學童對問題的理解（李麗君、陳玟樺，2010）。乘除法文字題的語意結構究竟有哪些？Greer（1992）將乘除法問題依情境模式分為 10 類：等組（equal groups），等量（equal measures），比率（rate），數量轉換（measure conversion），乘法比較（multiplicative comparison），部分/全體（part/whole），乘法改變（multiplicative change），笛卡兒積（Cartesian product），面積（rectangular area），以及數量乘積（product of measures）（引自李源順，2013，180 頁），目前在國小中年級的數學課本中比較常看到等值群組中的等分除與包含除。謝旻虔（2009）在國小四年級乘除文字題之解題研究中，將問題歸併成四大類等組型問題、比較型問題、笛卡兒乘積、矩形

面積/陣列，與 Van de Walle（2001/2005）一樣採用簡要的分法。表 2 為各類型題目之舉例，本研究只針對乘法比較型的題目，且為避免學習障礙學生計算上的負荷過多，只以正整數的倍數佈題，不涉及分數和小數計算。

表 2

乘除法文字題類型與示例

語意結構類型	示例
等組型	1. 四年級有 150 個小朋友，每人有 2 顆蘋果，請問全四年級共有幾顆蘋果？ 2. 靜香總共花了 100 分鐘，做了 20 題應用題，平均一題花了幾分鐘？
等組型	大雄帶了 110 元，去買每個賣 8 元茶葉蛋，大雄最多可以買幾顆？
比較型問題	1. 小夫的錢是胖虎的 8 倍，胖虎有 200 元，請問小夫有多少錢？ 2. 小夫的錢是大雄的 8 倍，小夫有 160 元，請問大雄有多少錢？
笛卡兒乘積	靜香有 5 件不同的裙子，10 件不同的上衣，請問靜香可以搭配出幾套不同的服裝？
矩形面積/陣 列	一個長方形土地，長 13 公尺，寬 6 公尺，面積是多少平方公尺？

## 參、研究方法

### 一、研究設計

研究者先以原有方式進行教學，蒐集研究參與者在未接受基模本位教學前，他們在乘法比較型文字題的解題表現至少三次。原有的方法是指先讓學生讀題，再將文字轉變成數學符號和解題等流程，例如：「姊姊有 50 元，姊姊的錢是妹妹的 5 倍，請問妹妹有多少元」，將「是」變成「=」，妹妹「的」變成「□」，也就是「姊姊的錢= 妹妹□ 5」，透過文字題上的線索可列式出「 $50 = ( ) \square 5$ 」，妹妹的錢就能求得。

然後進行基模本位教學，為減輕學生的認知負荷，剛開始先讓學生學會判斷正確之基模圖與算式，等正確率至少連續三次達 80%後，再由研究參與者自行完成基模圖與算式，等正確率至少連續三次達 80%後，停止基模本位教學。之後就不再指導，僅蒐集研究參與者在乘法比較型文字題上的表現，沒有任何基模圖的提示。

### 二、研究參與者

研究參與者為經鑑輔會鑑定為學習障礙

之甲乙生，兩位學生皆有閱讀理解困難，數學部分具備九九乘法計算能力，但速度較慢。在基礎數學概念評量（柯華葳，1999）應用問題中，甲生似乎不差，有 75% 的正確率，橫式填空也有 88% 的正確率，但這些應用問題只限於加減法計算，屬於改變型的文字題。從訪談資源班老師中，老師提到學生在乘法比較型的題型中，容易使用乘法來解題，說明甲乙生在乘除法文字題解題能力仍有困難，他們不會將題意轉化成算式，解題能力弱，因此選擇甲乙生進行研究。兩人的基本能力評估如表 3。



表 3

研究參與者之基本資料

研究參與者		甲生	乙生
性別		男生	女生
就讀年級		五	五
生理年齡		11 歲	10 歲
障礙類別		學習障礙	學習障礙
魏氏兒童智力量表四版	全量表	89	89
	語文理解	91	91
	知覺推理	87	89
	工作記憶	106	97
	處理速度	89	94
基礎數學概念評量表	九九乘法 (2-9)	0.63 (0.63) <sup>1</sup>	0.69 (0.63)
	橫式填空題	0.88 (0.58)	0.25 (0.58)
	三則運算	0.20 (0.27)	0.10 (0.27)
	應用問題	0.75 (0.50)	0.10 (0.50)

註 <sup>1</sup>：表中括號前數字是原始分數，括號中的數字是五年級切截點分數。

### 三、教學內容與流程

介入方案的目標是在提升學習障礙學生乘除法文字題解題之正確率。研究者參考 Jitendra (2011) 的基模本位教學中的數學題型和解題步驟，在數學題型中，研究者選用「乘法比較型」之數學題型，它符合研究者要探討的數學乘除法文字題的條件；在乘法比較的題型中，會教導「比較量未知題型」和「基準量未知題型」等兩類，全部課程共有四個單元，第一單元先認識乘法比較型，第二單元教導比較量未知題型，第三單元是基準量未知題型，最後則是綜合練習。

在一開始「認識乘法比較型」部分，會用樓層和地基的圖示做引導（見圖 2），帶領研究參與者認識基準量和比較量之位置，位於問題基模圖橫線下方是「地『基』」的「『基』準量」，兩者有共同的「基」字做線索，且概念上都有「……之基礎」（base）的意涵。位

於問題基模圖橫線上方是樓層的比較量，可以讓研究參與者更容易記住位置。

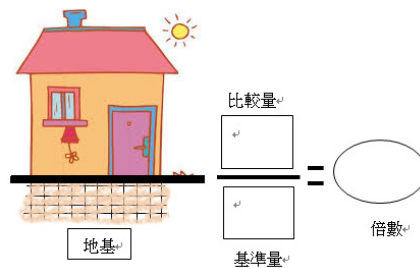


圖 2 以房子輔助基準量與比較量位置記憶

接著運用文字題（例如：哥哥有 6 顆小彈珠，12 顆大彈珠，大彈珠是小彈珠的 2 倍），引導學生將題目上的關鍵句畫底線：大彈珠是小彈珠的 2 倍，告知學生有「甲是乙的幾倍」類似的關鍵句，我們就歸類在乘法比較型的題型中。然後，還要辨別小彈珠是「基準

量」，因為是以它為基準，來推算出不同倍數的數值；大彈珠是「比較量」，因為它是被比較出來後推算得知；2 倍是「倍數」，要將「大彈珠」和「小彈珠」圈起來，用視覺提示來註明兩者分別為基準量和比較量。最後才將文字題中的比較量、基準量和倍數等意涵的數字填入問題基模圖中的三個空格處。

接著在「比較量未知」和「基準量未知」的題型教學，就是教導學生判斷文字題中的線索，若有告知其數字的，就填入問題基模圖之空格處，或沒有給數字，是個未知數，就用「？」填入問題基模圖之空格處（見圖 3），再帶入「基準量□倍數=比較量」公式，求得未知數為何，其他教學歷程同前述說明。

比較量未知題型問題基模圖	基準量未知題型問題基模
<p>水族箱裡有金魚，黑金魚有 2 條，紅金魚的數量是黑金魚的 5 倍，紅金魚有多少條？</p> <div><div><div></div><div></div></div><div>:</div><div></div><div>⇒</div><div><div><div>?</div><div>2</div></div><div>:</div><div>5</div></div></div>	<p>花園裡開了很多花，黃花有 12 朵，黃花數量是紅花的 2 倍，紅花有多少朵？</p> <div><div><div></div><div></div></div><div>:</div><div></div><div>⇒</div><div><div><div>12</div><div>?</div></div><div>:</div><div>2</div></div></div>

圖 3 兩種不同問題類型之基模圖

最後「綜合練習」就將兩類的題型混合做練習。在題目的陳述內容上類似，但要求的是不同的東西，如：「元宵節煮湯圓，媽媽煮了 5 顆大湯圓，小湯圓是大湯圓的 4 倍，小湯圓有幾顆呢？」和「元宵節煮湯圓，媽媽煮了 20 顆小湯圓，小湯圓是大湯圓的 4 倍，大湯圓有幾顆呢？」，這時候學生需要清楚地區分誰跟誰比，哪個數字放在地基（基準量）的位置？那個數字要放在上方樓層（比較量）的位置？解題之後，還要檢視是否合於題意，確定答案是合理的。教材內容不會將乘法或除法分開教學，而是透過問題基模圖引導研究參與者思考該用乘法或除法來解題，避免研究參與者教完乘法後，在後測評量都是使用乘法解題。

教學由第一位研究者執行，整個教學介入為期兩個月。為減少對原課程的進度干擾，

本次教學介入時間安排在於放學後（16：10-16：50），每週三次（星期二、四、五），採小組教學，教學與施測輪流進行。實施地點在資源班教室，為研究參與者熟悉的教室。一切安排事先經徵得家長知情同意，始開始進行教學介入。

四、教學一致性檢核

邀請資源班教師擔任協同觀察者的角色，執行介入一致性的檢核，隨機從 10 堂課中抽 3 堂來檢視，每一個介入方案程序均為「完全達成」，介入完整性比率達 100%，顯示介入方案確實完整執行，介入過程標準化，具有良好的程序信度。

五、教學成效評量

成效評量工具是研究者根據實驗設計內容所自編的乘除法文字題評量卷。乘除法文字題評量卷共有 15 份複本測驗，每份測驗皆

每份測驗共 10 題，每題 10 分，要正確列出算式和求出答案，兩者皆正確才算答對，總分 100 分，正確率是答對所獲得的分數除以總分 100 分所得。在未教導基模圖之前的傳統教學，由於學生並不瞭解基模圖，所以，

試題的呈現如一般評量卷，只有文字敘述。在基模圖教學時，已經在上課時提及基模圖的概念，在評量時會請學生勾選正確的基模圖與算式，等正確率達標時，再改由學生自行填入基模圖中的數字再列式。基模圖的勾選和填答將作為之後分析研究參與者是否能夠於基模圖中，正確擺放基準量，比較量與倍數所對應的數字，基模圖不列入得分計算。在停止介入後的評量卷亦如平時卷一般，沒有出現基模圖的線索提示。換言之，雖然題目皆為乘法比較型文字題，但基模圖的判斷或使用僅在介入時的評量卷呈現（見表4）。

階段	示例
傳統教學及停止教學	<p>罐子裡有很多紙星星，藍色紙星星有 2 顆，紅色紙星星是藍色紙星星的 6 倍，請問紅色紙星星有多少顆？</p> <p>答：</p>
SBI 教學初期	<p>老師利用色紙做聖誕紅，綠色色紙有 3 張，紅色色紙是綠色色紙的 9 倍，紅色色紙有幾張？</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">3</div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> <div style="font-size: 2em; margin: 0 10px;">=</div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; border-radius: 50%; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">9</div> </div> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">3</div> <div style="font-size: 2em; margin: 0 10px;">=</div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; border-radius: 50%; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">9</div> </div> <div style="margin-left: 20px;"> <div style="margin-bottom: 10px;"><math>\square 9 \times 3 =</math></div> <div><math>\square 9 \div 3 =</math></div> </div> </div> <p>答：</p>
SBI 教學後期	<p>媽媽為全家人煮水餃，弟弟要吃 6 顆，爸爸吃的水餃個數是弟弟的 4 倍，請問爸爸吃掉多少顆水餃？</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"></div> <div style="font-size: 2em; margin: 0 10px;">=</div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; border-radius: 50%; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"></div> </div> <p>答：</p>

## 肆、結果與討論

表 5 為甲乙兩生在乘除法文字題評量卷之平均正確率。甲乙生以傳統教學方式指導時，平均正確率各為 50%和 46.67%，之後引入 SBI（共 10 次），研究者為了讓學生記住比較量和基準量的相對位置，以樓層和地基的圖示做引導，呈現基模圖並強化題目中比較量、基準量、倍數在圖中的相對位置，再進行列式計算，確實能學生快速找出題目中的基準量。甲生的正確率從前期的 85%到後期提高至 93.33%，乙生的正確率前期與後期的正確率相近，各為 87.5%和 85%，待停止介入後，兩人的正確率都有維持，甲乙生各為 93.33%和 96.67%，並不因為停止基模圖示後，就有回到傳統教學時的表現。換言之，從整體正確率來看，SBI 有助於兩位學生提升乘法比較型文字題解題的表現，但有沒有可能，學生是因為練習多次後，自然成長的？基模圖之有無，不是關鍵所在？因此，教學

者又進一步分析在 10 次 SBI 教學時期甲乙生之解題狀況。

表 6 中的五種類別中，A 與 C 類是基模圖、列式、計算結果一致型，即基模圖、列式與計算皆對或皆錯。B 類是基模圖和列式雖然都正確，但問題出在計算錯誤，是計算問題。D 和 E 類，雖然計算對，但是基模圖沒有幫助解題，研究者將之歸為不一致型。從表 8 得知，甲乙生在 A 類的表現最多，即模圖、列式與計算皆對，各佔 90%和 87%，三者都弄錯的，各佔 5%和 6%，三者之間的一致性高達 95% 和 93%。至於來自於計算問題的 C 類，以及有基模圖也無助於解答的 D 和 E 類，所佔的比率相對是少的。因此，從 10 份評量卷，100 題的答題狀況來看，不管是以勾選或自行填入的方式，基模圖對於之後的答題正確率而言，仍有相當的效益，少有基模圖弄錯了，答案還是正確，或是基模圖對了，但結果是錯的。

表 5

甲乙生在乘除法文字題評量卷之平均正確率

階段（評量次數）	甲生	乙生
傳統教學（3）	50%	46.67%
SBI 前期（4）	85%	87.5%
SBI 後期（6）	93.33%	85%
停止介入（3）	93.33%	96.67%

表 6

甲乙生在基模圖、列式、計算之正誤情形

類型（O 對，X 錯）	甲生		乙生	
	SBI 前期	SBI 後期	SBI 前期	SBI 後期
A 類：圖 O 式 O 算 O	34%	56%	35%	52%
B 類：圖 O 式 O 算 X	1%	2%	0%	1%
C 類：圖 X 式 X 算 X	4%	1%	5%	1%
D 類：圖 X 式 X 算 O	1%	0%	0%	1%
E 類：圖 O 式 X 算 O	0%	1%	0%	5%



從甲乙兩生在起始能力的評估，甲生在基礎數學概念評量（柯華葳，1999）應用問題與橫式填空的正確率似乎都比乙生好，但兩人以原有的教學方式教導其乘法比較型的文字題解題最多仍只有一半的答對率，兩人看到題目有「幾倍」時，常以乘法來應付基礎量與比較量未知的題目，不理解誰跟誰比，誰是被比較的，誰是做為基準的。假使都以乘法對兩個數字做計算也可以答中對一半的題目。

在 SBI 引入基模圖後，學生得反覆思考誰跟誰比，應該要怎樣擺放數字的相對位置，一旦基模圖對了，後續的列式和計算答對的比率也相對提高，而且到後期即使不是用選的，而是由學生自己填入數字，其答對率並沒有低於前期用勾選基模圖的方式，顯示提示逐漸褪除後，學生仍有學到概念，不再一味的用某種計算方式處理所有的問題類型。在評量卷題目安排上並沒有把比較量與基準量的題目分開，而是混合呈現，因此，如果學生不是真的分清楚題意，仍無法有高的正確率。

本研究結果呼應 Jitendra 於 2009 年提出透過視覺表徵的基模圖，呈現問題結構和題意，幫助學生分類問題類型，從中組織題目中的訊息，再決定適合的解題程序，使學生能有策略的解題，與 Jitendra 等人（2002）、Fuchs 等人（2004）的實驗皆顯示 SBI 有效提升解決數學問題的正確率，增加學生的成功經驗。此外研究者考量研究參與者為學習障礙學生，恐一時教導過多訊息會造成認知負荷過重，因此將 SBI 分為前期與後期，前期的評量只要勾選正確的基模圖，然後再計算。後期才是讓學生自己填入所有的數字並列式加上計算，即使逐漸褪除協助線索也不影響學生的解題表現，呼應 Polya（1957）、Mayer（1992）、Jitendra 與 Star（2011）談到透過有

系統性、結構化的步驟，能夠幫助學生規劃出解決數學文字題的方法。

## 伍、結論與建議

### 一、結論與研究限制

#### （一）結論

本研究運用 Jitendra（2007）SBI 的乘法比較型基模圖，引導兩名國小五年級學習障礙學生處理乘法比較型文字題，結果顯示其成效優於原有的教學方式，且在褪除基模圖的提示後，學生的正確率依然有維持在九成以上。之所以有效，據推測是因為 SBI 反覆引導學生思考題意，釐清到底是誰跟誰比，而正確的基模圖又引出該用乘法或除法來運算，基模圖較抽象的線段表徵策略更明示計算規則。

#### （二）研究限制

本研究有一些限制與差異需要加以說明。首先，研究參與者僅有兩名，且以小組教學方式進行，小組教學固然增加學習者之間的互動機會，縮短介入時間，但沒有用單一受試跨受試者實驗設計，以至少三名以上的學生驗證 SBI 成效可否在多個案身上被複製。再者，本次教學僅以乘法比較型一種基模圖做指導，不像先前一些加減法 SBI 教學研究，乃混合了兩、三種以上基模圖（如：改變型、合併型、比較型），學習者必須先學習辨識該選用哪個基模圖，因此，原本的解題四步驟 FOPS，第一步「F：找題型」略作調整，學生只需要先弄清楚比較量和基準量是誰，該放在橫線的上邊或下邊即可，故沒有完全吻合 FOPS 的解題四步驟。再者，教學者為使學生比較容易連結抽象的語彙（比較量和基準量），以「樓層」和「地基」的圖示呈現在問題基模圖旁邊並做引導，教導學生認識基準量和比較量之位置，位於問題基模圖橫線下方是地基的基準量，和位於問題基

模圖橫線上方是樓層的比較量，這部分並非 Jitendra (2007) 提出的記憶方法。

## 二、建議

### (一) 教學建議

在未介入教學前，研究者僅用文字敘述來引導學生，對學生在題意理解上是困難的，但在介入教學提供基模圖後，學生能夠加以利用，並順利解題，也顯示基模圖不僅具有圖示表徵，還有協助學生解題的效能。根據本次研究結果，建議教師可以參考 SBI 教學設計，運用基模圖引導學生分辨基準量，比較量，倍數之間的關係，避免只看到題目中有「倍」字就直接以為是用乘法解題。若要降低學生學習上的認知負荷，建議循序漸進的教學內容，先示範基準量，比較量，倍數三種訊息皆備的題目，如「哥哥有 6 顆小彈珠，12 顆大彈珠，大彈珠是小彈珠的 2 倍」，學生只要知道數字要擺放在基模圖的位置即可，接著進入「比較量未知」的題目，解題是用乘法計算，學生較容易上手，然後引入「基準量未知」的題目，改以除法運算，除法比乘法計算難，也與幾「倍」的直觀解法不同。最後採用混合「比較量未知」與「基準量未知」的題目，可以用題目的陳述內容類似，但要求的是不同的東西，減少學生僅是死記規則，不是真的理解三者的關係。

### (二) 研究建議

針對本次研究的限制，提出未來研究上的建議。建議增加研究參與者的人數，採用實驗研究法或跨受試者多基準設計，提高研究設計的嚴謹性。再者，可以增加教學內容複雜度，應同時引入乘法比較型與其他類型之判斷，否則僅用一種基模圖進行教學固然有其成效，但是並不知道學生是否能區辨不同的題型，也與基模本位教學的解題步驟的第一步「找題型」的概念不完全一致。最後，本次的文字題陳述不夠多變，未來可呈現更

多元的陳述方式，例如：參考替換式數學(詹士宜, 2013)，透過語句替換，讓學生不會誤以為乘法比較型只能夠用「A(或B)是多少，A是B的幾倍，請問B(或A)是多少？」陳述問題，侷限其思考彈性。

## 參考文獻

- 朱經明、顏新銓 (2015)。情境式基模化影片輔助學習障礙學生解多步驟代數文字題成效研究。 **國立臺灣科技大學人文社會學報**，11(2)，81-104。
- 李源順 (2013)。 **數學這樣教--國小數學感教育**。臺北：五南。
- 李麗君、陳玟樺 (2010)。數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究。 **國民教育研究學報**，24，129-153。
- 呂佩真、黃秋霞、詹士宜 (2015)。錨式情境教學對學習障礙學生的數學文字題解題的學習成效。載於中華民國特殊教育學會 (主編)， **中華民國特殊教育學會 2015 年刊** (135-156 頁)。台北：編者。
- 陳相如 (2013)。基模本位教學對國小學習障礙兒童加減法文字題成效之研究。 **特教論壇**，14，20-39。
- 陳麗帆 (2011)。 **基模本位教學對輕度智能障礙學生加減法文字題解題成效之研究** (未出版之碩士論文)。國立台南大學，臺南。
- 莊其臻、黃秋霞 (2013)。電腦圖示表徵教學對學習障礙學生的乘除法文字解題之學習成效。 **國小特殊教育**，55，1-26。
- 黃秋霞、方美珍 (2007)。圖示表徵解題策略對國小學習障礙學生數學文字題學習成效之研究。載於中華民國特殊教育學會 (主編)， **中華民國特殊教育 2007 年刊** (257-278 頁)。台北：編者。
- 詹士宜 (主編) (2013)。 **替換式數學對學習困難學生之補救教學**。臺南市：國立臺南大學特殊教育中心。
- 楊坤堂 (2007)。 **數學學習障礙**。臺北：五南。
- 賴其豪 (2014)。 **基模本位教學對國中學習障礙學生比與比例式學習成效之研究** (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 謝旻虔 (2009)。 **國小四年級學童解乘除文字題表現之研究** (未出版之碩士論文)。台中教育大學，台中。
- 劉穎蓉 (2018)。 **基模本位教學對國小學習障礙學生比與比例式文字題解題能力成效之研究** (未出版之碩士論文)。國立台東大學，台東。
- Van de Walle, J. A. (2005)。 **中小學數學科教材教法** (張英傑、周菊美，譯)。五南。(原著出版於 2001 年)
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Hamlett, C. L., Finelli, R., & Courey, S. J. (2004). Enhancing mathematical problem solving among third-grade students with schema-based instruction. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 635-647.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276-295). New York: Macmillan.
- Jitendra, A. K. (2007). *Solving math word problems: Teaching students with learning disabilities using schema-based instruction*. NY: Cambridge University.
- Jitendra, A., DiPipi, C. M., & Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities: an emphasis on conceptual and procedural understanding. *Journal of Special Education*, 36(1), 23-38.
- Jitendra, A. K., Dupuis, D. N., & Rodriguez, M. C. (2012). *Effectiveness of small-group*

- tutoring interventions for improving the mathematical problem-solving performance of third-grade students with mathematics difficulties: A randomized experiment.* Evanston, IL: Society for Research on Educational Effectiveness. (ERIC No. ED536317)
- Jitendra, A. K., Dupuis, D. N., Star, J. R., & Rodriguez, M. C (2016). The effects of schema-based instruction on the proportional thinking of students with mathematics difficulties with and without reading difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 49*(4), 354-367.
- Jitendra, A. K., George, M. P., Sood, S., & Price, K. (2010). Schema-based instruction: Facilitating mathematical word problem solving for students with emotional and behavioral disorders. *Preventing School Failure, 54*(3), 145-151.
- Jitendra, A. K., & Hoff, K. (1996). The effect of schema-based instruction on the mathematical word-problem-solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*(4), 422-431.
- Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J.-P., Church, C., Corroy, K. A., & Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problem solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly, 36*(1), 21-35.
- Jitendra A. K., & Star, J. R. (2011). Meeting the needs of students with learning disabilities in inclusive mathematics classrooms: the role of schema-based instruction on mathematical problem-solving. *Theory Into Practice, 50*(1), 12-19
- Jitendra, A. K., Star, J. R., Dupuis, D. N., & Rodriguez, M. C. (2013). Effectiveness of schema-based instruction for improving seventh-grade students' proportional reasoning: A randomized experiment. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 6*(2), 114-136.
- Maccini, P., Mulcahy, C. A., & Wilson, M. G. (2007). A follow-up of mathematics interventions for secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 22* (1), 58-74.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition* (2nd ed.). New York: W. H. Freeman and Company.
- Peltier, C., & Vannest, K. J. (2017). A meta-analysis of schema instruction on the problem-solving performance of elementary school students. *Review of Educational Research, 87*(5), 899-920.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.) Princeton University Press, Princeton.
- Xin, Y. P., Jitendra, A. K., & Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of mathematical word problem-solving instruction on middle school students with learning problems. *The Journal of Special Education, 39*(3), 181-192.



# **Effects of Schema-Based Instruction on Solving Multiplicative Comparison Word Problems for Elementary School Students with Learning Disabilities**

Yi-Ting Tzeng

Kaohsiung Municipal LungXing  
Elementary School

Chiung-Chu Wang

Department of Special Education,  
National Kaohsiung Normal University

## **Abstract**

This study investigated the effects of schema-based instruction on solving multiplicative comparison word problems for two fifth-graders with learning disabilities. Students were taught by an original method typically used in math class, but students cannot reach the criteria of success. Schema-based instruction was introduced later. In order to reduce students' cognitive load, they were given graduated tasks, more guided learning in the beginning. When students reached the criteria of success, they needed to complete the tasks independently. The findings were (1) schema-based instruction had maintaining effects on multiplicative comparison word problems for the two participants with learning disabilities; and (2) the participants made more correct responses when they chose the right schematic diagrams. It means schematic diagrams can help students solve math word problems.

**keywords :** learning disabilities, multiplicative comparison, schema-based instruction, word problem