

論 壇

國小數學科新課程的精神及改革動向 —— 由建構主義的觀點來看 ——

甯 自 強

國立嘉義師範學院數理教育系

國小新數學課程標準的草案已經擬定一年多了。爲了配合國中與高中的課程標準的擬定，以便於同時全盤加以公佈的作業起見，所以這項草案到筆者執筆爲文之際尚未正式的公佈定案。儘管在教科書編制的過程中，草案中的細節內容會因爲配合實施的實際，而有所修正，但是新課程標準的精神以及其改革動向，則大抵確定。雖然筆者全程參予此次課程標準課程修訂，並且進一步的正在參加依據課程標準草案所編輯的新版教科書實驗本寫作工作，本文所述有關國小數學新課程標準的精神及其改革動向，純屬個人的觀點，特別的，此一觀點之帶有極濃厚的建構主義思維假設 (von Glasersfeld, 1984) 的特色，是在正式進入討論之前首先必須說明清楚的立場。

一、國小數學科新課程的精神

在國小數學科課程標準草案的序言中，新數學課程的精神已有所著墨。在序言之中，新課程的精神是以針對「影響數學課程的三種力量——社會的需求，兒童的學習行爲，數學教育團對數學教育的看法」來敘述的。茲將其中重點分別敘述於下：

(一)配合並參予推動民主化社會的趨勢

在針對社會的需求部份，原序言對科技的進步、產業轉型的快速變遷、以及社會型態的轉變均有提及。每次課程的修訂必須配合當時的社經環境，使用合用的工

具及進行適切的活動，應是理所當然的。所以本文對科技的進步與產業轉型的快速變遷方面，不想特別加以說明。然而，在此次修訂課程時，數學教育的大環境上存有著一項不可忽視的，也是史無前例的最大變遷：現階段整個社會浮現的民主化趨勢。由於數學教育的實施，無法脫離所在的社會環境，也影響著未來的社會環境，所以本次課程的修訂對此項變遷無法採取觀望態度，而必須有所回應，以善盡其社會責任。是以本文對此項回應特別加以說明，用以彰顯新課程標準的精神。

新課程採取了「積極配合並參予推動民主化社會」的立場，以回應社會的民主化潮流變動。新課程將「透過小學數學的學習活動，讓學童養成溝通、協調、講道理、理性批判事物，與容忍不同意見的習慣」作為此項回應的具體目標。新課程所採取的立場，事實上蘊涵了對教室內的現象的社會本質所採取的立場上的轉變要求。推動此項要求的根本困難點在於教師本身並不是在類似的環境中成長的，也在於整個國民小學的環境場所的原先設計，並不是針對提供討論及發表場所而設計的。舉例來說，教師原先的成長環境中，老師的角色是裁決者，他的意見往往和兒童的意見不具備相容性；而教室的比鄰相間，並不許可外來的過度噪音所產生的教學干擾。

新的課程所要求的新的教室環境除了期許教師能成為具有溝通、協調、講道理、理性批判事物，與容忍不同意見的習慣的人之外，另外也要求教師更進一步的具有培養兒童成為，一個以溝通、協調、講道理、理性批判事物、與容忍不同意見的習慣為其「互動常模」的群體，中的個體的能力。換句話說，教師不但需是一個具備民主風範的人，更需是一個能以身作則以「陶冶」一個社群成為一個民主社會的領袖人物。不同於學校外面的社會環境的個人是，在教室裡兒童除了尋求自己能力的被肯定之外，也願意依據教師所制定的遊戲規則，或是自己社群所發展出的規約來進行活動。雖然，無意的遺忘在開始規範時常常發生，一但群體的常模習慣養成，兒童甚至會進一步的提醒教師的疏忽。如何發展及維持教室中的理性文化，以及如何不使兒童養成「得理不饒人」的，或是「幫派」等的過激心態，全看教師本身的人文素養及智慧。

新的課程所要求的教室環境成為一個討論及發表的場所除了期許學校行政人員本身能成為具有溝通、協調、講道理、理性批判事物，與容忍不同意見的習慣的人之外，另外也要求學校行政人員，更進一步的成為具有協助教師建立班級成為具有理性文化的社群能力的人。換句話說，學校行政人員不但需要是具備民主素養的人員，更需能領導整個學校使成為一具有理性文化的社群：一方面「陶冶」教師，另

一方面透過同儕互動互相支援合作的行為，對交換教學意見的活動加以推動，來解決現階段的教學環境問題，並預防避免未來不當的教學環境設施。不同於班級文化的培養，學校教職員間的理性文化培育比較困難，然而透過主其事的努力，和關心子女教育的家長的支持，這樣的目標並不是不具體的理想，唯一的障礙——私心而已。

（二）落實以兒童為本位的教育理念

在針對兒童的學習行為部份，一如往常，此次課程修訂也強調了有意義的學習和個別差異的問題。與以往不同的地方則是有意義的學習與個別差異在此次的課程修訂中，都被賦予了新的「意義」。以往的「有意義」的學習，是指對兒童有意義的環境，但在決定是否有意義時，往往是由成人所決定的。在此次的課程修訂中，「有意義」則專指學童能有「自然想法」——把學童有的自然想法看成兒童的意義。此種立場的採取，區分了兒童的意義與成人的或是學科的意義，更加的落實了以兒童為本位的教育理念。由是，個別差異也不同於以往的僅限於「時間差」，更增加了所謂的「路徑差」。換句話說，個別差異在過去只注重學得同一概念時間上的不同，如今不但注意到時間上的不同，也注意到同一概念上成熟的不同路線。兼顧兒童自發性的不同路徑的發展，更加落實了兒童本位的教育理念。對兒童的個別差異的「路徑差」的含義的闡釋主要源於對知識的本體的新的看法，本文將於改革動向中的由發現轉向建構的小節中再行進一步的說明。

新課程標準對以兒童為本位的教育理念的進一步落實的主張，如同其對社會的需求的立場——「積極配合並參予推動民主化社會」——一樣，事實上也蘊涵了對教學與評鑑活動現象的本質所採取的立場上的轉變要求。原來的教學是以文化中已有的特定活動為標準，教學的目的是使所有的兒童均習得此一特定的活動，而評鑑的目的除了了解兒童的學習結果外，並用來區分同一群體中不同個體的相對成就。新的教學則是以特定的問題為主，教學的目的是使每個兒童均能擁有解決問題的活動，並從而形成社群的共識（即文化中已有的特定活動）；評鑑的目的雖然仍是了解兒童的學習結果與區分同一群體中不同個體的相對成就，但因兒童個體所有的活動不同，評鑑的標準與手段與傳統的方式必然不同。不但紙筆測驗不是唯一的手段，學習群體的個體之間的關係也由競爭轉向合作。

因應對以兒童為本位的教育理念的進一步落實的主張，最大的困難點則在於教師對於解決同一問題的可能活動的知識，可能僅限於傳統方式的（即文化中已有的特定活動）唯一一種；另方面的一項困難之處，則在於不同的解題活動必須經由何種路

徑演化成所謂的共識的有關研究資料，也是舉世缺乏的。對於前一個困難，「有效的」解題活動應是具體的效標，先評鑑是否有效，再經過群體的發表比較，選取較有效率的共識。對於後者，筆者僅能期勉每位教師都能自許為研究人員，進行「教人活動」的研究，以增長經驗及了解演化的過程。至於學校行政人員，如何實際的透過老師的合作以交換經驗，和利用教育資源以增添對兒童的學習方式的知識，來協助教師的教學作為的問題的解決，則為其回應新課程的具體途徑。

(三)切合並領導世界的數學教育潮流

在針對數學教育圈對數學教育的看法部份，此次課程標準修訂採取了「將數學視為解題」的看法，除了認為數學的解題歷程及方式應在教學活動中讓兒童「耳濡目染」外，還特別強調解決非例行性問題，以養成主動思考問題的習慣。這種立場的強調，如同上一次（民國 64 年）的課程標準的修訂一般，是切合目前的世界教育潮流的。更進一步的是，此一精神由於同時配合對兒童本位教育的落實，以及推動參予民主化社會的趨勢兩方面的強調，使得本次課程的修訂觸及了世界數學教育圈中的一項嶄新的領域——數學教育社會學或數學教育人類學——其中的問題：如何透過社會化的歷程促進數學的學習 (Steffe & Wood, 1990)。此項課題的研究活動，應是此後二十年的數學教育研究圈的主要重心。本次課程標準的修訂具體的指向此一嶄新領域的問題，並無畏艱難的邁出第一步，允為世界修訂課程之濫觴。是以稱之為契合並「領導」世界的數學教育潮流。

論及有關「如何透過社會化的歷程促進數學的學習」的課題，是透過三種觀點來看數學的本質：心理學的觀點、社會學的觀點和人類學的觀點。也就是說，數學可以看成是個體解題活動經驗的累積，看成是特定社群的經驗上的共識，或者看成是人類文明歷史性的累積。個體的解題活動重在有效，社群的經驗共識上重在溝通，人類文明歷史性的累積則重在問題是否仍然顯著以及解題活動效率的競爭。共識產生了約定成俗，雖然約定成俗並不一定是對兒童有意義的。不但問題的顯著性取決於個體的認知，解題活動的效率的優劣，也植基在解題者「已經能同時掌握」不同的解題活動的條件上。

將「如何透過社會化的歷程促進數學的學習」的問題視為課程所需面對及解決的課題，最大的困難點在於如何將約定成俗的溝通方式與解題活動經驗累積的運思類型，如何將具備效果和更有效率，以及如何將對成人顯著的問題與對兒童顯著的問題予以明顯的區分上。如此，則教師可以透過數學問題的提出，引發兒童的解題活動的類型並進一步的抽象成運思的活動；可以透過溝通的問題的提出，引發兒

童群體尋求共識，並進一步的形成約定成俗的產品；可以透過不同解題活動類型的比較，尋求更具效率的有效且有意義的（即對兒童顯著的問題及解法）特定活動。不單單是教師或是學校行政人員，課程的發展者及教科書的編寫人員也需投注他們的力量，促使「如何透過社會化的歷程促進數學的學習」的問題能被有效的加以解決。

二、新課程的改革動向

了解了新課程的三項主要精神：(1)配合並參予推動民主化社會的趨勢，(2)落實以兒童為本位的教育理念，及(3)切合並領導世界的數學教育潮流——之後。目前的課程改革動向仍需進一步的加以說明，用以闡明目前將新課程加以具體化的實際作為。特別的是，那些在說明新課程的精神的過程中曾經提及的原則中，可以在編寫教科書加以融入的部份。改革的動向，是以與 64 年所進行的改革的不同之處所做的比較，作為主要的敘述重點。主要的改革動向可分為五項：(1)由發現轉向建構，(2)由具體物轉向具體活動，(3)認知模仿的成功不等於了解，(4)釐清知識與約定成俗的分際，及(5)培養兒童的群體解題文化。茲說明如下：

(一)由發現轉向建構

在 64 年的課程修訂裡，讓兒童發現數學的意義，是改革的主要動向。隨之而行的是輔導式發現教學法的推動。教科書則把特定的傳統解題活動與被解決的問題同時呈現。此次課程修訂，讓兒童建構數學的意義，則為主要的動向。教科書只提供關鍵性的問題，讓兒童提出自己的解題方法來。特定的解題活動，僅在教師確定兒童無法自行建構解題活動時提供兒童模仿，或在兒童形成共識階段時，作為被了解的「另有架構」，以便進一步的形成效率競爭時的一種典範。建構的目的在於形成解題的活動，解題活動的產品——經驗或知識——僅被視為是教學的部份目的，而非主要目的。

除了使用感官材料的具體解題活動之外，內化的解題活動和抽象的運思活動也是建構的目的（甯自強；民 81）。根本上，新的課程採取的立場是「不以兒童能具體解題為最終教學目標，而以兒童能透過抽象的運思來解題為教學目的。」新課程認為能透過具體活動解決數學問題，並不等於能透過抽象運思來解決數學問題。兒童必須以解決數學問題的具體活動為素材，進一步的建構脫離感官材料的內化活動以及運思活動，才能稱為完成有關數學教材的學習活動。所以，新課程不但強調具體解題活動的建構，更強調將具體解題活動內蘊化成為運思活動的建構。

(二)由具體物轉向具體活動

在 64 年的課程修訂中，由具體物操作、轉向半具體物操作以及符號文字操作的過程被認為是兒童學習數學的必經過程。教學的評鑑重點放在兒童在情境中所使用的表徵抽象程度上。新的課程則認為由具體活動，表徵活動及抽象運思活動是兒童建構數學概念的演化途徑。教學的評鑑重點放在兒童解題時解題活動的抽象程度上。兒童必須依賴具體表徵方能解題，兒童可以自行製作具體表徵以進行解題，和兒童可以不依賴外在的具體表徵而直接解題，是新課程用來區分兒童解題活動的抽象程度的指標。

有經驗的教師都了解，能利用具體物進行解題活動的兒童，不一定能在缺乏具體物的情境中解題。而在缺乏具體物的情境中能進行解題的兒童，則能自行供給其他的表徵，例如符號或是圖形，進行解題的活動。如何讓兒童透過學習的活動養成在缺乏具體物的情境中解題的能力，當然是課程的改革方向。新課程認為這種能力的獲得植基在兒童的反省活動上。所以，在新的教科書上，像是「你怎麼知道的？」類的問話常常在兒童解題成功之後，被加以提出（國民學校教師研習會，民 81）。回答「你怎麼知道的？」類的問話時，兒童必須逆溯他的解題活動歷程並且加以描述，而這種逆溯及描述解題活動的活動就是不折不扣的反省活動的一種。是以新課程的改革動向不僅是由具體物轉向具體活動，並且也強調反省活動的實施，從而導引兒童提昇他們的解題活動的抽象層次。

(三)認知模仿的成功不等於了解

新課程的精神在於強調由兒童自行建構解題的活動，這種建構由個體的觀點來看就是「發明」。但是要求兒童在國民小學的六年時間裡，「發明」人類耗費數千年所成就的文明，事實上是不可能的目標。所以，新課程承認「模仿」的重要性。但是，新課程在承認模仿的重要時，也特別的強調「模仿的成功並不等於了解」。新課程眼中的「了解」是指兒童能知其所以然，不單單是知其然。模仿的成功僅僅代表模仿者知道如何解題，而能進行解題活動。但是模仿者無法說明，何以他所進行的活動可以成功的原因。換句話說，他不但不能說明問題中已知與未知間的關係，也沒有辦法進一步的把模仿而得的活動當作進一步解題活動的素材，從而解決更進一層的問題。

主張「模仿的成功並不等於了解」的立場，在教學過程中所蘊涵的意義就是教師除了需由注意解題的成果，轉向解題的過程之外，也要注意兒童對解題活動何以有效的推理工作。在新的教科書中，像是「你怎麼知道的？」類的問話的提出，

就是提供教師用來評估兒童對解題活動何以有效的推理的主要問題。透過這樣的問話，教師可以有效地察覺到兒童的解題活動是否純由模仿而來的。當然年幼的學生可能沒有充份的語彙來說明他們對問題的了解程度，此時教師可以以他們表現的具體活動為準，來推測兒童如何聯絡問題中的已知及未知的關係，從而得知兒童對解題活動何以有效方面的推理情形。

四釐清知識與約定成俗的分際

如本文前面所述，新課程的目的在於使個體能自行建構有效的解題活動，從而在社群活動中產生共識。需注意的是，有效的解題活動是兒童的知識，而社群的共識所產生的則是「約定成俗」。「約定成俗」並不一定對兒童是有意義的主要原因，在於它是由一群已有知識的人經過溝通、協調、甚至是妥協後的結果。一般而言，妥協的主要方向（民主化社會中）是向較有效率的知識妥協的。但是較有效率的知識可能源自的特定解題活動，卻未必是正在學習的兒童所能理解的。特別的，如果該項特定的解題活動所需要的運思活動遠超過兒童的能力時，兒童僅能透過模仿學得，而完全無法了解。

新課程主張「釐清知識與約定成俗的分際」，在教學時所蘊涵的意義就是，教師或是課程的發展者應視自己為「佈題者」，而非「解題者」。身為「佈題者」的老師僅提出問題，讓兒童自行提出有效的解題活動，使兒童成為真正的「解題者」。而扮演「解題者」的老師除了提出問題之外，也提供了解題的活動，使得兒童成為「模仿者」——上焉者，獲得了有意義的模仿，但卻永遠「等待」教師的好方法，因為提出創見並不是有價值的活動，兒童的方法總比成人的差一籌；下焉者，學得無意義的「魔術」，專為取悅教師而用，久而久之，「厭學症」必然發生。

五培養兒童的群體解題文化

新課程與 64 年課程修訂的最大相異點在於，新課程積極強調「培養兒童的群體解題文化」，而 64 年以及以前的課程修訂則否。在教室裡，新的課程把兒童全體看成「數學研究群」，解決他們認為有趣的或是教師提供的數學問題。教師雖然是顯著的「他人」，但不是仲裁者，反而是「佈題者」或是「討論促進者」。同學不再是競爭者，反而是合作者，可以共同解題及形成共識的顯著他人，而非爭寵或是妨礙生存的敵人。

強調「培養兒童的群體解題文化」帶給教師及課程發展者的含意有兩個方向：第一，教學內容必須包含溝通或是形成共識的問題；第二，教學活動方式必須包含群體的討論活動。透過後者，教師並非增加負擔，反而減輕；因為由兒童間的互動

關係，所促成的兒童的自我調整，一向比教師的灌輸更為有效及有意義。透過前者，兒童不但能因著溝通的需求而自我反省，使得解題活動得以內蘊化；更能因由兒童的個別差異而所列舉出的活動，使得兒童藉由觀摩他人的觀點及不同的活動，增進有關問題及解決之道的了解，而使學習更有意義。

參考書目

1. 教育部 (民 81)：國民小學數學科課程標準，(草案)，未出版。
2. 國民學校教師研習會 (民 81)：國民小學數學實驗課本教師手冊，(第一冊)，未出版。
3. 甯自強 (民 81)：藉由解題活動了解兒童及促進兒童增加對數學的了解，教師之友，32 卷 5 期，頁 45-47。
4. Steffe, L. & Wood, T. (Eds.) (1990). Transforming children's mathematics education: International perspectives. Hillsdale, NJ: LEA.
5. von Glasersfeld, E. (1984). An introduction to radical constructivism. In P. Walzlawick (Ed.). The invented reality (pp. 17-40). New York: Norton.