



# 凸透鏡成像理解的心智表徵及潛在特質分析

許榮憲\* 洪振方\*\*

\*國立臺灣師範大學物理系

\*\*國立臺灣師範大學科學教育研究所 博士班

**摘要：**本研究的目的，在於以認知心理理論與近代測量理論之精義，發展先進的詮釋系統及分析模式，來建立學生之凸透鏡成像理解的觀察實體與理論實體間有效的邏輯關係，從而建構凸透鏡成像理解的解釋性模型。本研究的特性兼具了定性與定量的考量，並捨棄專家系統的概念分析，而從學生自我建構的心智模型作為建立潛在特質能力變項的參考架構，再以 Rasch 部分給分之測量模型對此能力變項作精準的度量，以作為診斷分析學生凸透鏡成像理解的詮釋基礎。

**關鍵詞：**心智表徵，科學知識，部分給分模型，理解歷程。

## 壹、研究理念

本研究從當代認知心理學之心智表徵的觀點為經，而以近代測量理論的精義為緯，嚐試對學生之「凸透鏡成像」的理解建立一詮釋系統。以認知的觀點來看，學生對科學知識的理解，是在「心智模型」的規範下運思，而 Paivio (1986) 在心智表徵研究中所提出的二元編碼理論（如圖 1 所示），則是表徵此心智模型的可行方法，尤其在與視覺心象 (image) 甚有關聯的凸透鏡成像問題上，二元編碼應是一種有效而可行的表徵方式。

簡單而言，二元編碼理論主要在闡述人類的心智表徵具有語意與非語意的系統，語意的系統處理語言的訊息並存在適當的語意型式，而非語意的系統處理以心象為基礎的表徵，然後每一個系統再分為處理語意或非語意訊息之不同方式的次系統（如視、聽、嗅、味等）。語意和非語意系統藉由心象和語意間的關係而聯結，最簡單的方式就是物體和它的名字間的關係。在有關記憶的研究，神經心理學的研究，及解題的研究等領域，已有許多發現支持二元編碼的理論。

本研究以二元編碼理論為基準，作為探究學生對實像與虛像的理解模式。在心

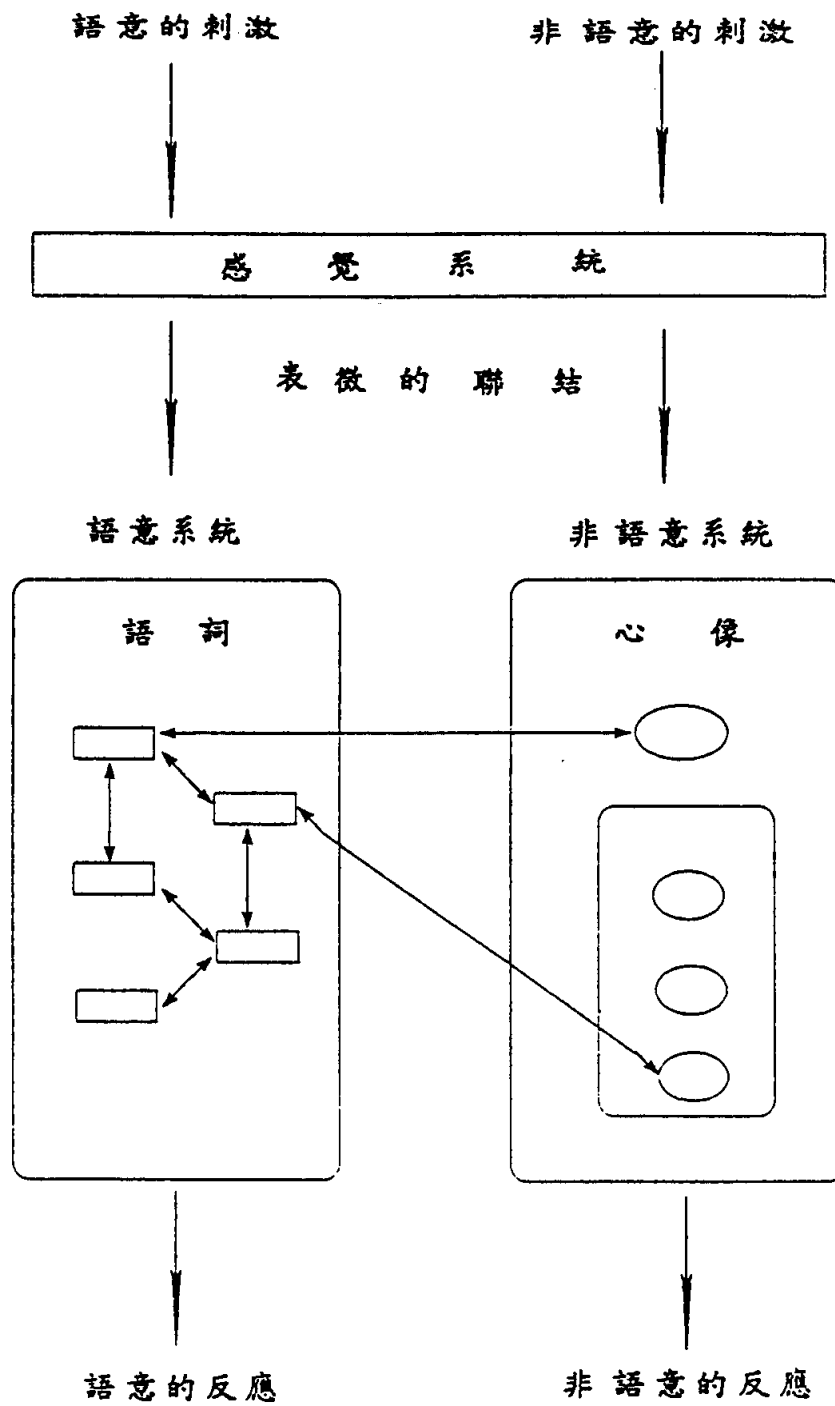


圖1 Paivio 二元編碼理論系統示意圖

象部分，包含學生在日常生活及在學校實驗課時所建構的心象，例如日常生活中對放大鏡的觀看，實驗室中對實像的實作等，學習者都會建立起他們獨特的心象；至於語意部分，因為實像與虛像乃人為的概念，其語意系統的結構則大部分來自於學校的學習。再者，兒童藉助日常生活經驗，累積了大量成像的表面片斷知識，形成心象，儲存在長期記憶體中，由於形成的心象，在認知的過程中，未必完全符合科學社群所建構的正統科學，同時其結構亦可能是鬆散的，當面臨問題時，心象的提取又會受到解題者之語意系統的問題表徵所調制，而大大的影響了學童面對成像問題時的理解。如何幫助學生將語意與非語意的部分建立起完整的理解系統，並有合適、良好的連接，以促進學習的加成作用，是科學教育研究一重要的課題。所以在光學成像的認知研究上，採用二元編碼理論表徵學生的心智模型，以探究學生視覺心象與語意訊息兩個系統間如何運作與如何建立聯結，將有助於認識學生之「凸透鏡成像」的理解歷程，而對此一單元的教與學提出省思與建議。

另外，基於當代認知心理學的學習觀，則當學生作答一問題時，很少以「不具備理解或策略」的方式來考量學生的反應，甚至連初學者也被考量為對學科知識主動地尋求意義，而建構與使用模稜 (naive) 的表徵與模型來解釋及預測自然的現象。例如，「燭光在夜晚傳得更遠」(Stead & Osborne, 1980)、「摩擦只在運動表面發生」(Stead & Osborne, 1981)、「電流在燈泡中被耗盡」(Osborne & Gilbert, 1980)、「有空氣的存在才有重力」(Stead & Osborne, 1981)等。對這些表徵，新學習觀不以「錯誤」的方式來處理，事實上它們經常呈現了部分的理解，並為學習者「合理地」且一致地使用。例如在算術的研究，重複地發現生手的錯誤解題並非隨機發生的，而是從一有意義的系統來加以運思 (Brown & Burton, 1978; Nesher, 1986)。此一新的學習觀對於測量科學知識理解之重要意含是：學生的作答反應如果是依照他們的理解型式與理解階層來分類，則作答試題的反應將有必要採多分的格式。因此，本研究除了分析紙筆測驗與面談的結果外，並引用近代測量理論之多分格式的 Rasch 部分給分模型 (partial credit model) (Masters, 1982; Wright & masters; 1982)，作為分析學生凸透鏡成像理解的心智表徵與潛在特質 (latent trait) 能力變項間的關係。

綜上所述，本研究以二元編碼理論為基礎，強調從學生自我建構的心智模型作為探究的重心，並以之建構學生凸透鏡成像之潛在特質的參考架構，再以 Rasch 部分給分之測量模型對此潛在特質作精準的度量，以作為診斷分析學生之凸透鏡成像理解的詮釋系統。研究者深信藉由整合當代認知心理學的學習觀與近代測量理論的

方法學，將有助於建立科學知識學習的解釋性模型以及本土化的基本資料，並將使得科學教育的研究朝向理論建構與精確及準確之研究水準邁進。

## 貳、研究方法

Eaton、Sheldon、及 Anderson (1986) 等人的研究指出，除非學生能先了解光在視覺上的角色，否則他們不能了解光學透鏡及成像、以及光的發射與吸收等，所以一般研究成像問題，必須先探究學生對成像問題的預備知識，此即光如何使我們能夠「看到」物體？

因此，研究者把成像概念的發展視為三個階層：

1. 先建立視覺的概念，視覺是透過眼睛及大腦去偵測那些由物體反射回來的光，而不是由我們直接去「看」到物體。Eaton 等人把學生對一般物體的視覺概念特別稱之為臨界概念，學生必須克服這種臨界障礙。
2. 像是光的模樣 (pattern)，不是確實可觸知的物體；依此以建立成像的基本概念。
3. 像有實像與虛像，藉著各種光學裝置中實像與虛像的形成及分類區別，學生對像的概念得以加強。

本研究以國中生對實像和虛像的理解為研究題材，為了能更深入的探討，而將範圍再局限於凸透鏡，不論在紙筆測驗題的設計，實作及晤談問題的提出，都是以這三階層的概念為骨幹，輔以其它的評估技術而完成。

### 一、樣本設計

本研究的樣本取自台北市、台北縣、及花蓮縣之五所國中的 394 名三年級學生，以開放式紙筆測驗進行施測，其中並由分析紙筆測驗結果，再篩選出具有代表性的學生共 12 人做為進一步面談的樣本。以國三學生為研究對象，主要是因為國三學生已學過「光」的單元。

### 二、研究工具

本研究使用的研究工具有兩種，一為紙筆測驗試題；一為個別面談工具，其中包括實作的器材及發問問題。紙筆測驗工具包含四大主題：「看」的本質、凸透鏡的光學基本性質、放大鏡的虛像及凸透鏡的實像。四大主題都以分散、隱含的原則分別設計在九大題的二十一個小題當中。面談則是針對各種主要類型的代表以一對一的方式，透過半結構性的晤談、實作，以提取學生的心智模型。此外，研究工具的設計，其範圍參考自國中理化課本之成像概念。

### 三、資料分析

本研究所蒐集到的包括紙筆測驗的資料與面談的資料，對於這些資料的分析，前者以事先設計好之若干個小題構成一個主題，以進行學生內在想法的類型分析；後者則配合個案學生的紙筆測驗及面談資料，採用 Paivio 的二元編碼理論作為表徵的方式。

為了使得這些蒐集的資料可詮釋及有用於診斷的實施，需要發展一參考架構，而為了發展一參考架構來詮釋這些訊息，每一道試題的反應均被詳加檢視，再綜合剖析出學生在四大主題之六項研究子題的心智表徵。由於不同的心智表徵存在著不同程度的理解，經由專家與教師共同討論，決定出在這些心智表徵中存在之階層性，再以 Rasch 之部分給分模型對此作精準的度量，以建構出學生在「凸透鏡成像」上之潛在特質的參考架構，此將使我們能更深入地探究學生對「凸透鏡成像」理解的內在表徵與潛在特質能力變項間的關係。

Rasch 部分給分模型是從 Rasch (1960) 的簡單邏輯模型 (simple logistic model) 所發展出來的 (Masters, 1982; Wright & Masters, 1982)，其是藉由參數化試題之一系列的「階段」(step) 難度而發展形成，試題中第 K 階段的難度決定了受試者反應於類別 K 而非類別 (k-1) 的機率，而受試 n 完成此第 K 階段的機率可由底下的式子描述：

$$\phi_{kni} = \frac{\pi_{kni}}{\pi_{k-1,ni} + \pi_{kni}} = \frac{\exp(\beta_n - \delta_{ik})}{1 + \exp(\beta_n - \delta_{ik})}$$

此處， $\pi_{kni}$  是受試 n 作答試題 i 反應於類別 K 的機率， $\beta_n$  是受試 n 的能力，而  $\delta_{ik}$  是試題 i 之第 K 「階段」的難度。

從上述之數學式子，並加上受試 n 必須反應於試題中之任一種可能的類別(即

$\sum_{k=0}^{m_i} \pi_{kni} = 1$  )，因此可以導得

$$\pi_{kni} = \frac{\exp \sum_{j=0}^k (\beta_n - \delta_{ij})}{\sum_{h=0}^m \exp \sum_{j=0}^h (\beta_n - \delta_{ij})} \quad k = 0, 1, \dots, m_i.$$

上式即為部分給分模型。Rasch 部分給分模型之觀測格式，必須先對受試者作答試題的表現確認出幾個次序階層，然後依各個理解層次賦予不同的分數。

Rasch 之部分給分模型的分析，是使用 Wright 與 Linacre (1991) 所發展的 Big-steps 套裝軟體來進行。它是先以 PROX 的程序作初步的估計，再以 UCON 的方法計算出較精確的估計量、標準誤、及適合度統計量。

## 參、結果與討論

底下依照所設計的四大主題之六項子題提出研究結果與討論。在此，每一研究子題如果均完整的呈現出來，必然佔去較大的篇幅，所以研究者只以摘要的方式對四大主題的研究結果作一概述，並以圖 2 呈現出每一研究子題之依二元編碼表徵方式的心智模型，而選擇其中的「放大鏡成像的位置」作完整的討論（全文請參閱許榮富，1992）。

### 一、四大主題之研究發現

#### (一)「看」的本質

學生對「看」的本質之心智模型有「透鏡式的光線模型」、「屏幕式的光線模型」、「視線模型」及「折衷模型」等。研究中發現仍有不少的學生存有古希臘 Plato 等的「發射理論」想法，本研究以視線模型稱之，此與 Feher (1986) 及 Eaton、Anderson、Smith (1983a, 1983b, 1984) 等人發現有些學生在「看」的本質上並未賦予光線主動的角色相同。屏幕式的光線模型則認為看到物體是光帶著像在傳播，然後把像映在網膜上，縱然這類的學生在語意上能說出眼睛的構造及視覺作用的原理，但在思考及心象上卻以屏幕式的光線模型在做推理，這與 Eaton、Sheldon、Anderson (1986) 等人的研究結果相似。在可以「看」到光線方面，學生又顯示出視線模型，認為有顏色的光或較強的光才可以用眼睛看出去而「看」到，一般的光線則沒有顏色而看不到，Feher 及 Eaton 等人的研究也有這樣的結論。Eaton 等人曾指出學生對「看」的本質之概念是學習光學的臨界概念，在本研究中發現學生對「看」的心智模型的確是影響凸透鏡成像概念建構的關鍵，學生對於「看」的本質若不是透鏡式光線模型，則在「看」到虛像的形成及實像如何在屏幕上呈現等都可能造成迷思，這種與正統科學較為一致的透鏡式光線模型只存在少數的學生心中，反而光線與視線並陳的折衷模型為較多數的學生顯現出的心智模型。

#### (二)凸透鏡的光學基本性質

概 念		觀測格式	評分情形
「看」的本質		(1) 不會作答或其它	0
		(2) 視線模型	1
		(3) 折衷模型	2
		(4) 光線模型	3
凸透鏡的光學基本性質		(1) 不會作答或其它	0
		(2) 探照燈模型	1
		(3) 經線式模型	2
放大鏡  的虛像	放大鏡使光線會聚或發散？	(1) 不會作答或其它	0
		(2) 功能模型	1
		(3) 結果模型	2
		(4) 調合模型	3
	「放大」鏡的語意分析	(1) 不會作答或其它	0
		(2) 物體放大模型	1
		(3) 成像模型	2
	放大鏡成像的位置	(1) 不會作答或其它	0
		(2) 物體擴大模型	1
		(3) 視角特徵模型	2
		(4) 完整視覺模型	3
		(5) 衝突的理論作圖模型	4
		(6) 諧調的理論作圖模型	5
凸透鏡實像的形成		(1) 不會作答或其它	0
		(2) 光線投射模型	1
		(3) 雙線式會聚成像模型	2
		(4) 泛射式會聚成像模型	3

圖 2 學生的心智模型整理圖

這部分主要在探討學生對遠處的光源如何經過凸透鏡之後而會聚的想法，研究結果發現學生對遠處射到透鏡的平行光束明顯持有「探照燈式的心智模型」與「經線式的心智模型」。前者以太陽光、手電筒、探照燈等前置經驗所建構的心象，認為這些光源都是圓形的，因而發出如探照燈式的平行光束，經過凸透鏡之後才會聚形成焦點；後者則持遠處光源射到透鏡時是為經線式的近乎於平行；研究結果指出，這方面的心智模型主要的影響有兩方面，其一為不規則形狀光源的聚焦問題，其二為凸透鏡實像的建構問題。

### (三)放大鏡的虛像

放大鏡的虛像共分成三個子題，依序探討虛像形成的心智模型，另外，研究者亦對學生在紙筆測驗中之虛像語意部分進行剖析，以便對學生之「放大鏡的虛像」概念有更深入的認識。

#### 1. 放大鏡使光線會聚或發散？

從紙筆測驗及面談中發現學生對此子題存在著衝突，在舊經驗及視覺心象上凸透鏡是會聚透鏡，可是放大鏡卻是「發散光線」；從原案分析中，指出學生的心智模型有「結果模型」、「功能模型」及「調和模型」。結果模型的學生以光線經過放大鏡之後的「結果」，指出放大鏡對光線的發散現象，只有在焦點外的發光體經過凸透鏡後才會顯現出凸透鏡的會聚作用，面談中發現學生普遍存在著這樣的矛盾，有的受試者甚至爲了自圓其說，而認爲發散的光線往回延伸的「虛聚焦處」也是凸透鏡的「虛會聚」作用。功能模型的學生以凸透鏡的會聚作用而建構出功能模型，認爲發光體經過凸透鏡之後因爲會聚作用只會形成實像，或者認爲光線經過放大鏡之後，發散的光線往後延伸會聚形成的虛像就是凸透鏡會聚功能的另一面紊亂了光線與視線在成像上的意義。調和模型的學生在凸透鏡的會聚現象與放大鏡的發散現象間能建構適當的聯結，凸透鏡對光線總是會聚的，放大鏡的情況也不例外，放大鏡對光線是「雖然會聚但是仍無法將之聚在一起而發散」，這種心智模型的受試者在虛像的理解上大致能有較好的表現。

#### 2. 「放大」鏡的語意分析

放大鏡是一個日常生活上的慣用語，根據原案的分析，學生對於放大鏡的「放大」語意上的心智模型主要有「物體放大模型」與「成像模型」，前者是心象的表徵，後者則主要是語意系統的表徵，在原案中大多數的學生都能對非語意系統的心象和語意系統的語詞間建構良好的聯結，但是有一個有趣的現象，就是形成心象的時候，覺得「平面鏡的像」比「放大鏡的像」有更強的成像屬性，換言之，在人的心智表徵中，平面鏡的像比放大鏡的像更像是一個像。

#### 3. 放大鏡成像的位置

依文獻中視覺理論的分析，這一子題是一個相當有趣的研究，根據原案分析發現，學生對於放大鏡虛像的位置，受到視覺心象的影響甚大，提取的視覺心象，因爲視角特徵的突出，而忽略其它訊息的獲取量，而判斷像是變近了。這種情形可能有兩種原因，一是學生可能完全不能知曉光學成像的機制，另一是學生已經理解虛像的形成，可是仍無法調和與視覺心象的衝突。研究發現學生對虛像的位置之心智



模型有「物體擴大模型」、「視角特徵模型」、「完整視覺模型」、「衝突的理論作圖模型」及「諧調的理論作圖模型」等五種。

#### 4.「虛像」的語意分析

在紙筆測驗中對虛像語意部分進行剖析，結果發現學生對虛像語意有著多方面的想法，但不外乎是「虛」字的自發概念與虛像似是而非的狹隘表面徵候交互作用的結果，例如虛像是「變大變虛的」像，沒有實際的物體的像，正立的像，與物體同側的像……等等，與國外的研究有著相同的反應：生手大都以表面徵候、外顯現象建構概念。至於真正影響建構「虛像形成」概念的因子，是在於學生對「看」的本質之理解，換言之，就是光線經過放大鏡之後，發散的光線往後延伸而會聚的成像概念，研究發現除非學生對「看」的本質具有透鏡式的光線模型，否則在建構虛像概念上將無法理解「那兩條向後延伸回去，而會聚成虛像」的光學意義。

#### (四)凸透鏡實像的形成之研究發現

學生樣本對凸透鏡的實像之心智模型，有「泛射式會聚成像模型」、「雙線式會聚成像模型」及「光線投射模型」。泛射式會聚成像模型的學生是最符應正統科學的架構，凸透鏡的實像中，每一點的亮點是由所有通過凸透鏡的光線會聚而形成的，藉著屏幕對光線的反射作用，而讓光線射入人的眼中，因而人們可以看到一個光亮的形狀，但是，縱使沒有屏幕的存在，光線是仍然會聚成像，只是無法對人產生視覺作用而已。持有雙線式心智模型的學生，實為凸透鏡成像作圖所造成的迷思，一般在尋找凸透鏡成像位置的教學中，都以平行主軸通過凸透鏡之後會經過焦點的光線和通過鏡心不會偏折的光線找出成像的位置，但在教學中強調作圖的結果，學生因而建立凸透鏡的實像就只是由這兩條光線會聚而形成的迷思。至於光線投射模型中光線的傳播及投射是學生最常有的概念，在紙筆測驗和面談中，發現學生把這種光線投射及投影的概念用到凸透鏡的成像，他們認為實像就是發光體把它們的光直接灑在屏幕上，所以只有光源和屏幕的情境下，屏幕上也會有光源的實像。

#### 二、學生之「放大鏡成像的位置」之分析

底下我們以「放大鏡成像的位置」為主題，完整的呈現出研究成果。本主題是由第三大題第三小題與第七大題所組成，前者是要學生畫出放大鏡的成像及其位置，後者是要學生說明用放大鏡看報紙時像的位置在何處。

##### (一)紙筆測驗的結果

##### 1. 第三大題第三小題學生主要的想法有：

(1)學生能以光線行進的方式，正確的畫出放大鏡的虛像位置與大小（未必是

理解虛像的成像機制)。

(2)以會聚成實像的觀點來考量從放大鏡所看到的像，而畫出倒立的實像。

(3)其它各種特殊的畫法。

2.第七大題學生主要的想法按照分布百分比率的多寡依序排列，其中學生的答案以 (C) 和 (B) 佔大部分，選 (A) 和 (D) 的則較少。

(1)選 (C) 的認為放大鏡的像比報紙更靠近你的眼睛。

(2)選 (B) 的認為放大鏡的像比報紙更遠離你的眼睛。

(3)選 (A) 的認為放大鏡的像在報紙的位置上。

(4)選 (D) 的認為放大鏡的像就在透鏡本身裡面。

說明：

(1)上一題的結果，顯示出在放大鏡虛像的人為知識之認知發展的情形，而下一題則顯示出學生在日常生活經驗下主動建構的概念與學校所學的科學概念交互作用的理解表徵。

(2)這兩個問題顯示出一種很強的衝突性，在測驗題的設計上，特別以隱藏的方式置於不同的地方，有的學生在作圖中畫出變遠的虛像，可是在另外的一個問題中又答出虛像是變近的；縱使有些作答在兩者之間沒有顯現出矛盾，然而其心智模型將可透過面談而彰顯之。

(二)面談的結果

根據原案分析發現，學生對於放大鏡虛像的位置，受到視覺作用的影響甚大，提取的視覺心象，因為視角特徵的突出，而忽略其它訊息的獲取量，而判斷像是變近了，學生可能完全不能知曉光學成像的機制，或是已經理解虛像的形成，可是仍無法化解與視覺心象的衝突，所以認為學生對虛像的位置之心智模型有「視角特徵模型」和「理論作圖模型」，其中後者又可分為「諧調的」和「衝突的」兩種心智模型。另外，尚有「物體擴大模型」與「完整視覺模型」兩種心智模型。底下依理解階層的次序以二元編碼理論表徵這五種的心智模型。

### 1. 物體擴大模型

物體擴大模型則只是在視覺心象上察覺到物體的變大，在心象上並不認為是另外形成一個獨立於物體外的「像」，直覺的認為就是看到一個變大的物體，所以認為物體是在物體處，另外有的則認為透過放大鏡所做的觀察，而認為像就是在透鏡上，但在語意系統上則無任何命題的建構 (參閱圖 3)。

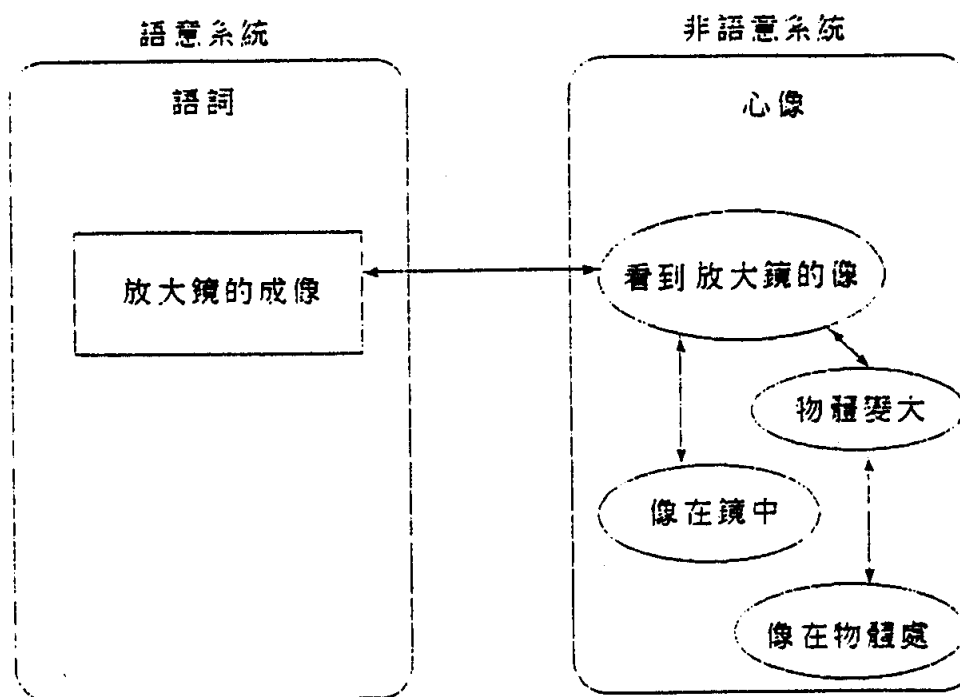


圖3 放大鏡成像位置的物體擴大模型

## 2. 視角特徵模型

視角特徵模型是以視覺心象中物體變大，所以視角變大的特徵提取，而忽略了參照體的特徵，所建構出直覺上的認為「像是變近」的錯覺，在語詞方面則仍未能建構適當的命題（參閱圖4）。

## 3. 完整視覺模型

完整的視覺模型是在視覺心象中察覺到物體的變大同時提取到，參照體及視差等訊息，所以在視覺上的訊息是完整的，因而得到「像」是變遠的心象，但在語意系統則只知道有光學的「像」，而無法建構適當的理論，未能與心象系統形成良好的關係（參閱圖5）。

## 4. 衝突的理論作圖模型

學生已能建構放大鏡成像的概念及運用理論作圖法則決定像的位置，但是與視覺心象上視角變大而直覺像是變近的非語意系統無法形成適當的聯結，因而產生認知衝突，造成迷思，結果如一般研究指出的，學生在考試的時候是一種答法，可是

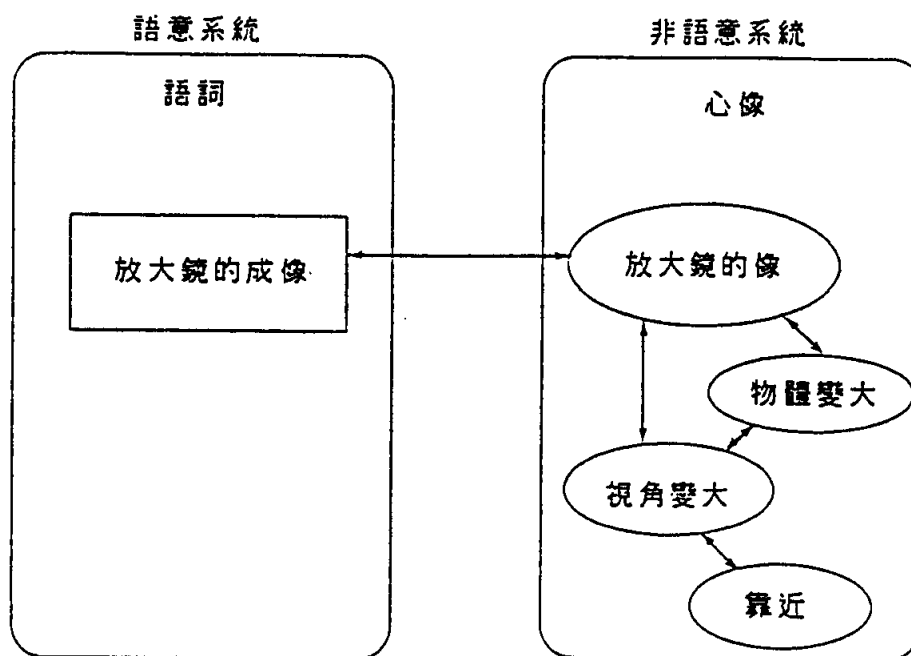


圖 4 放大鏡成像位置的視角特徵模型

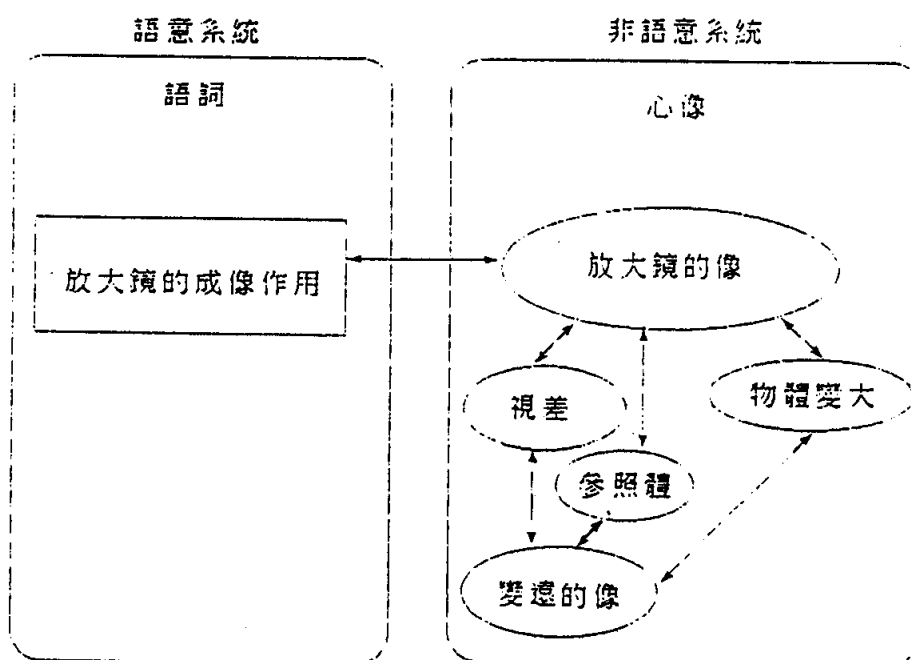


圖 5 放大鏡成像位置的完整視覺模型

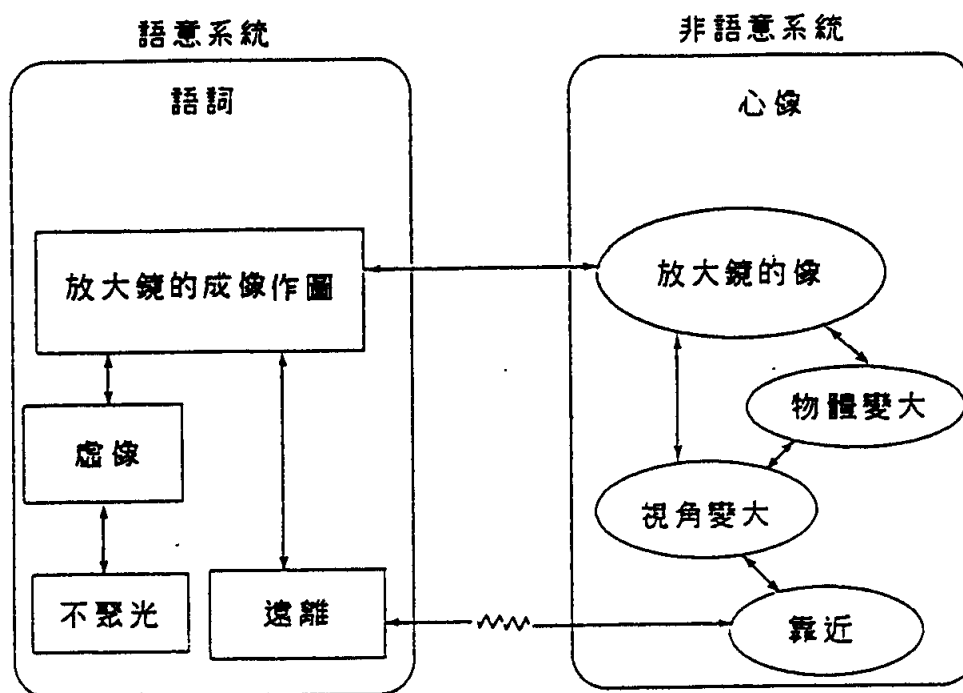


圖 6 放大鏡成像位置衝突性的理論作圖模型

在認知上則根深蒂固的認為像是變近的，另有部分的受試者則在「看」的作用上，以特有的屏幕式光線模型，指出只要在形成虛像的地方看就可以看到變大而靠近的像，因而自認為與心象已建立適當的聯結（參閱圖 6）。

#### 5. 諧調的理論作圖模型

諧調的理論作圖模型在理論作圖與視覺心象上已經建構適宜的聯結，一方面能以作圖指出虛像的形成及像是變遠的，同時在視覺心象上除了視角的提取之外，尚能擷取到參考體及視差等特徵，因而建構出像是變遠又變大的，但是因為變大的特徵比較的明顯，因而在視覺心象上常會因為只看到像的變大而產生像是變近的錯覺（參閱圖 7）。

#### (三) Rasch 部分給分模型分析的結果

##### 1. 能力變項的建構與潛在特質分析

使用 PCM 作為測量分析，其起始點在於建構一能力變項來描述該潛在特質。底下將先概述 PCM 之幾種建構能力變項的表徵方式：

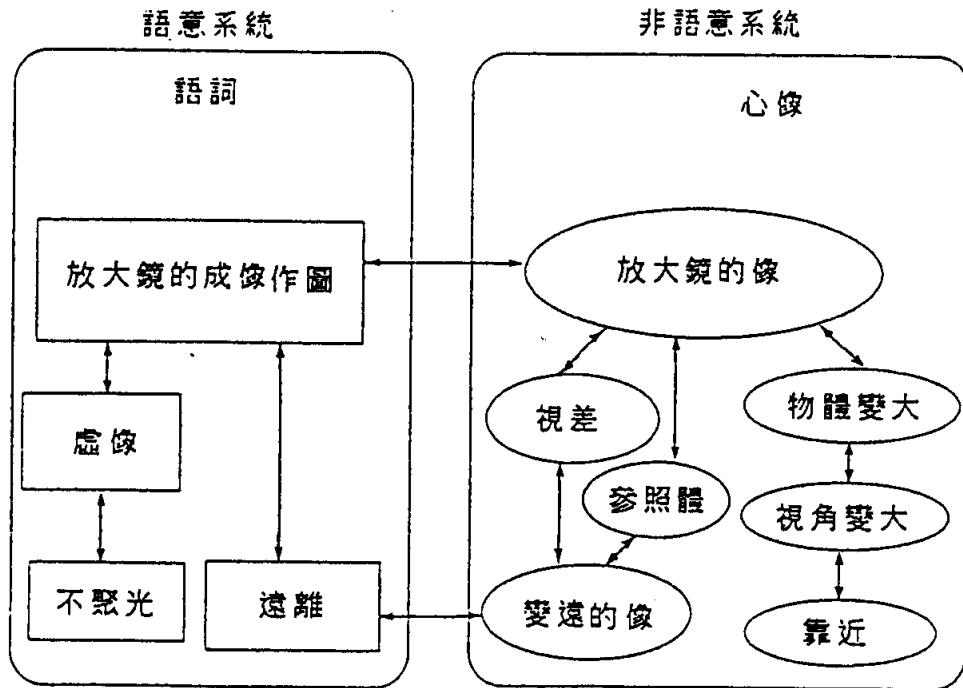


圖 7 放大鏡成像位置諧調性的理論作圖模型

- (1)可以計算出不同能力水準的學生在該試題上的期望分數，由此製作出試題的反應圖。
  - (2)第二種相當普遍的處理方式，是使用「最可能反應區域」(regions of most probable response)來描述測驗試題(例如，Wright & Masters, 1982, PP. 138-145)。由於這些試題參數對應於試題特徵曲線的交叉點，它們可以用來劃分能力變項的區域，在其中存在著最可能的反應類別。
  - (3)另一種處理方式為區域圖(zone maps)或反應空間(response spaces)，這種方法是對每道試題描繪出學生理解的本質如何隨著能力的增加而改變之表徵圖。它是以累積類別機率曲線的方式呈現，而以  $P=.5$  與各累積類別機率曲線相交的點為截止值(threshold)。
- 這三種表徵方式各有其優點，並可以互補個自的不足。由於篇幅所限，本研究只以第一、二種表徵方式作為分析的模式。
- 根據紙筆測驗與面談的結果，以及上述之能力變項的表徵方式，可以建構學生

之「凸透鏡成像」的能力變項，由此我們能夠剖析學生之「凸透鏡成像」概念的潛在特質。

底下繼續就 PCM 對學生之「放大鏡成像的位置」之分析結果作一說明。研究數據的部分給分分析，提供凸透鏡成像理解測驗的每一研究子題一二到五階段的估計量數 ( $d_{i1}$ 、 $d_{i2}$ ； $d_{i1}$ 、 $d_{i2}$ 、 $d_{i3}$ ； $d_{i1}$ 、 $d_{i2}$ 、 $d_{i3}$ 、 $d_{i4}$ 、 $d_{i5}$ )，這些估計量數列於表 1 中。以研究子題 5 為例， $d_{51}$ 、 $d_{52}$ 、 $d_{53}$ 、 $d_{54}$ 、及  $d_{55}$  分別決定了得分 1 而非 0 的機率、得分 2 而非 1 的機率、得分 3 而非 2 的機率、得分 4 而非 3 的機率、以及得分 5 而非 4 的機率。在表 1 中另外列有這些估計的估計誤，以及每一研究子題對部分給分模型的適合度考驗值。

對每一研究子題之各個階段的估計，定義了該研究子題之各個表現階層的一組獨特的機率曲線。圖 8 顯示出的機率曲線是由研究子題 5「放大鏡成鏡的位置」之五個階段的估計所定義，估計值  $d_{51} = -2.33$ 、 $d_{52} = -1.04$ 、 $d_{53} = 1.51$ 、 $d_{54} = .50$ 、及  $d_{55} = 1.97$  是位於連續類別機率曲線的交叉點。這些曲線顯示出，能力估計值低於  $-2.33$  邏吉 (logit，能力變項的單位) 的學生，其在研究子題 5 之最可能的分數是 0，這些學生甚至對完成「放大鏡成像的位置」之試題都不太可能。能力估計值介於  $-2.33$  邏吉與  $-1.04$  邏吉之間的學生對「放大鏡成像的位置」最可能以「物體擴大模型」來理解，而在研究子題 5 中的得分 1。進一步檢視圖 8 的機率曲線，可以發現在能力量尺上沒有一個區域是得分 3 (完整視覺模型) 之單一最可能反應結果，當能力介於  $d_{54}$  (即 .50) 與  $d_{53}$  (即 1.51) 之間，學生得分 2 (視角特徵模型) 或得分 4 (衝突的理論作圖模型) 的機率大於得分 3 的機率，而當能力超過  $d_{53}$  時，學生得分 4 的機率亦大於得分 3 的機率。在能力量尺上，得分 2 停止「最可能反應」而得分 4 開始「最可能反應」的點乃位於  $d_{53}$  與  $d_{54}$  的平均值 1.01；因此，能力估計值在於  $-1.04$

表 1 試題統計量

ITEM NAME	STEP ESTIMATES					ESTIMATION ERRORS					INFIT	OUTFIT
	$d_{i1}$	$d_{i2}$	$d_{i3}$	$d_{i4}$	$d_{i5}$	$S_{i1}$	$S_{i2}$	$S_{i3}$	$S_{i4}$	$S_{i5}$		
1	-1.74	-.73	1.47			.26	.14	.13			1.0	1.2
2	-.72	1.36				.14	.13				-.1	-.1
3	-3.34	2.03				.32	.13				1.0	.8
4	-.83	1.82				.14	.13				-.2	-.2
5	-2.33	-1.04	1.51	.50	1.97	.33	.16	.14	.14	.17	-1.4	-1.2
6	-1.79	1.21	.74			.20	.13	.14			-.9	-.8

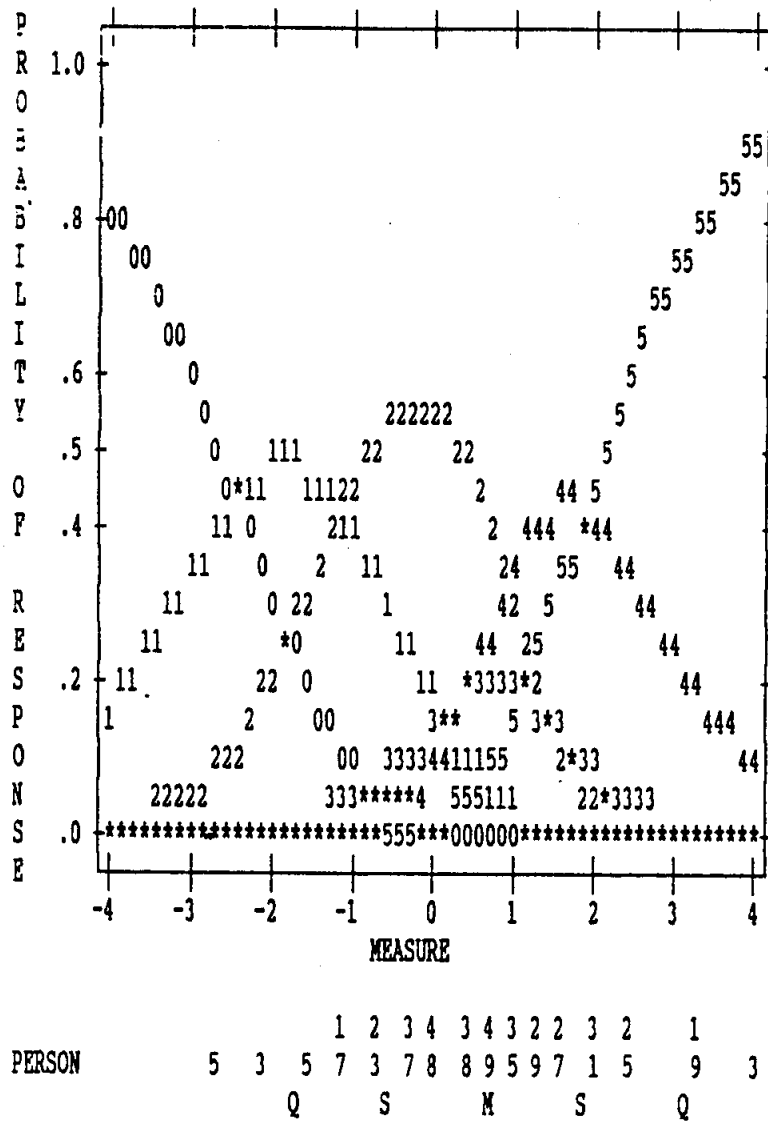


圖 8 子題 5 之最可能反應區域  
(反應類別機率曲線)

邏吉與 1.01 邏吉之間的學生，其對「放大鏡成像的位置」最可能以「視角特徵模型」來理解，而能力估計值在於 1.01 邏吉與 1.97 邏吉之間的學生最可能以「衝突的理論作圖模型」來理解。能力估計值在 1.97 邏吉以上的學生，其對「放大鏡成像的位置」最可能以「諧調的理論作圖模型」來理解，而在研究子題 5 中得分 5。

以「最可能反應區域」作為能力變項的表徵時有其優點，但也必須謹慎，例如



在研究子題 5 中的得分 3 並不意謂著反應類別 4(完整視覺模型)的情形「完全消失」，此可從期望分數之試題反應圖看出端倪(如圖 9 所示)。雖然「最可能反應區域」有此瑕疵，但它在診斷學生科學知識的理解隨著能力的增加而改變的情形則相當有用。例如，在圖 8 中能力估計值低於 -2.33 邏吉的學生，他們對「放大鏡成像的位置」最可能的反應是「不會作答或其它」，隨著能力的增長(不超過 -2.33)，這些學生也可能具有「物體擴大模型」的想法，但也僅只於此；再者，能力估計值介於 -2.33 邏吉與 -1.04 邏吉之間的學生，他們最可能具有「物體擴大模型」的想法，但

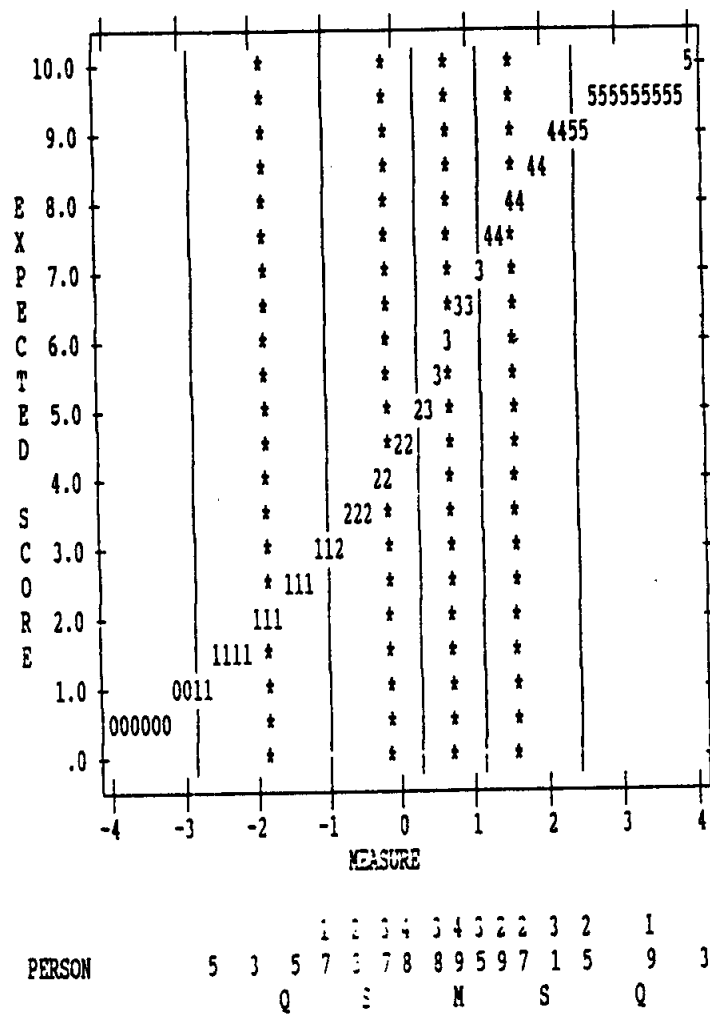


圖 9 期望分數肩形圖

這些學生如果能夠對「放大鏡成像的位置」有更好的理解，則他們可能具有「視角特徵模型」的想法，而這些學生如果對「放大鏡成像的位置」有更樸真 (naive) 的理解，則可能的反應是「不會作答或其它」；能力估計值介於 -1.04 邏吉與 1.01 邏吉之間的學生，他們最可能具有「視角特徵模型」的想法，但這些學生如果能夠對「放大鏡成像的位置」有更好的理解，則他們可能具有「衝突的理論作圖模型」的想法，而這些學生如果對「放大鏡成像的位置」有較樸真的理解，則可能具有「物體擴大模型」的想法；能力估計值介於 1.01 邏吉與 1.97 邏吉之間的學生，他們最可能具有「衝突的理論作圖模型」的想法，但這些學生如果能夠對「放大鏡成像的位置」有更好的理解，則他們可能具有「諧調的理論作圖模型」的想法，而這些學生如果對「放大鏡成像的位置」有較樸真的理解，則可能具有「視角特徵模型」的想法；能力估計值大於 1.97 邏吉的學生，其最可能有完全的理解，但這些學生若僅有部分的理，則只會出現「衝突的理論作圖模型」的想法。這種隨著能力變化的診斷分析，對於科學教師之因材施教是相當有助益的。

我們以此六大研究子題之每一題的估計機率曲線來建構圖 10。圖 10 顯示出六大研究子題之每一題的「最可能得分」區域。此六大研究子試題被重新排序，使得最容易完成以得最高分的子題 (子題 6) 被排在圖 10 中的下端，而最難完成以得最高分的子題 (子題 3) 被排在圖 10 中的上端。394 個學生的估計能力列於圖 10 的下端。

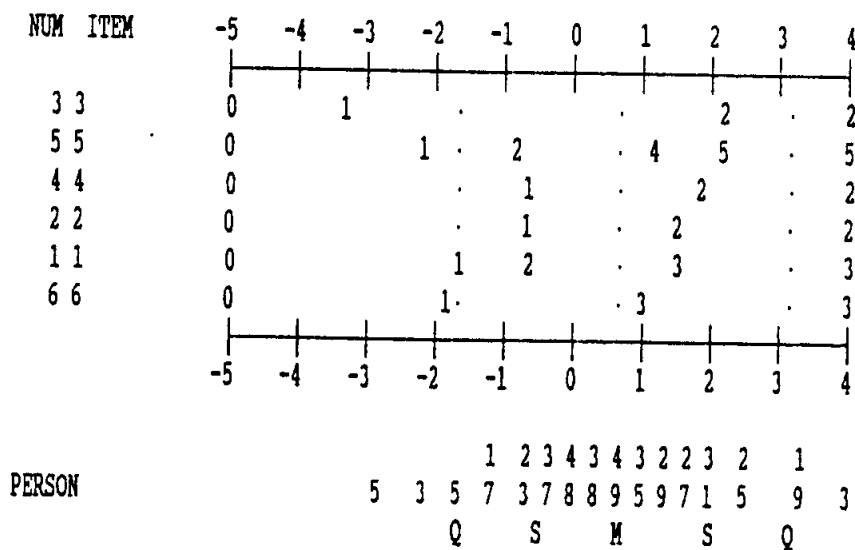


圖 10 全部試題之最可能反應區域圖

對這群學生，「凸透鏡成像」的六個研究子題並不容易達到完全的理解，例如，在樣本平均值  $M$  的學生，也只能對所有的研究子題達到部分的理解。另外，位於樣本平均值上方一個標準差（記為  $S$ ）的學生，才有機會對研究子題 1、2、4、及 6 達到完全的理解。

這些試題間的差異，能藉由檢視所有試題之「階段」估計值的示意圖的詳細內容而了解（請參考圖 11），由此這些試題定義了學生對「凸透鏡成像」理解的能力變項。

## 2. 試題適合度分析

Bigsteps 對每一道試題提供兩個適合度統計量：內適合度 (infit) 與外適合度 (outfit)，其可指出試題對模型的整體適合度。內適合度與外適合度都是標準化均方適合度統計量（平均值為 0，變異數為 1），內適合度是訊息加權且對在受試者能力階層附近的試題之影響作答反應的非預期行為較為靈敏，外適合度對受試者在遠離他們能力的試題之非預期的行為較為靈敏 (Wright & Linacre, 1991)。一般而言，適合度值大於 2 被認為是「正的不適合度」，它指出了「雜訊」的訊息；而適合度小於 2 被認為是「負的不適合度」，它指出了試題的相依性 (dependency)。試題的適合度統計量是效度的重要證據來源，試題適合或不適合模型的程度，可作為此建構是有效或無效的一個測量。

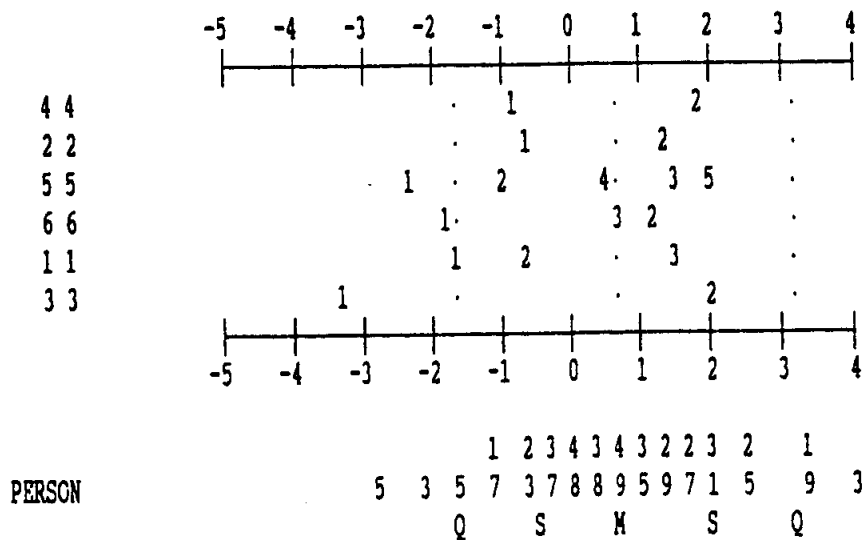


圖 11 全部試題之階段估計分佈圖

表 2 試題統計摘要表

	SCORE	COUNT	MEASURE	ERROR	MNSQ	INFIT	MNSQ	OUTFIT
MEAN	655.7	391.0	.00	.08	1.00	-.1	1.00	-.1
S.D.	246.3	.0	.39	.02	.18	.9	.21	.8
RMSE	.08	ADJ.S.D.	.38	ITEM SEP	4.79	ITEM SEP REL.		.96

表 2 提供所有試題的統計量摘要表，其指出內適合度與外適合度的平均值均趨近於 0、標準差均趨近於 1，且試題的分離信度為 .96，後者指出樣本分離這些試題的信度 (Wright & Masters, 1982)。

另外，表 1 中亦提供了每一試題的適合度統計量。我們可以發現六大子題之適合度統計量均未超出 -2.0 到 +2.0 的範圍，因此符合 PCM 的模型。

## 肆、結 論

由於篇幅的關係，本文並沒有完整地剖析四大主題之每一研究子題的分析結果，但由上述的討論，已可充分展現 Paivio 之二元編碼理論與 Rasch 部分給分模型在凸透鏡成像理解之心智表徵與潛在特質分析上的功能，根據這些研究結果可以診斷分析學生之多樣性的理解，使我們深入了解學生對凸透鏡成像的學習隨能力進展的情形，以及偵測出不同能力水準的學生在凸透鏡成像學習上之不同的問題，而這些訊息不僅有助於「凸透鏡成像」單元的教與學，並且可以提供課程專家的參考。

再者，新學習觀強調學生自我建構的理解歷程，因此教學的重點必須重視學生在前置知識的影響下所進行的學習。從本研究的探討，可以認識到視覺心象在「凸透鏡成像」理解所扮演的重要角色；事實上，視覺心象不僅影響「凸透鏡成像」的學習，所有有關「成像」概念、以及其它科學概念的學習都受到學生日常生活或學校學習所建構的心象而影響。雖然目前科學教室的教與學亦重視實驗、圖片、以及多媒體的學習情境，然而科學教育學者及實務工作者多不了解心象與語意系統在知識建構、組織、及重整上的機制，因此，教師在這些強調視覺經驗的學習上還是只著重學生在語意知識上的學習結果，而忽略了學生的「前置心象」及學習中建立的心象都可能與概念知識產生衝突，而造成學習的困難。本研究引用二元編碼理論不

只是因為研究「凸透鏡成像」的緣故，更深層的意義在於經由本研究以及後續的研究，嘗試將二元編碼的理論融合於科學知識的理解機制，然後再反思建構現代化之科學的教與學，此將使我國的科學教育隨著二十一世紀的來臨而邁入新的紀元。

在此，另一個重點是：本研究整合了現代認知心理理論、以及近代測量理論於科學知識理解的剖析，使得科學教育的研究朝向理論建構與精確及準確之研究水準邁進，此將有助於加速本土化科學教育理論的建構與發展。有關認知心理理論、近代測量理論在科學教育研究的探討與實際研究可參考許榮富 (1989, 1990, 1991)，許榮富與楊文金 (1989, 1991)、許榮富與洪振方 (1991, 1992, 1993)，許榮富、黃芳裕 (1992)，許榮富、楊文金、與洪振方 (1990)。

註 釋：一、感謝國科會對本研究的支持 (專題研究計劃：NSC81-0111-6-003-501)。

二、感謝古智雄先生對本研究所提供之試驗性研究。

## 伍、參考文獻

### 一、中文部分

1. 古智雄 (1992)：〈凸透鏡成像迷思概念的詮釋系統研究〉，《國立台灣師範大學物理研究所碩士論文》，未出版。
2. 許榮富 (1989)：〈近代測量理論在科教學術研究上之應用分析〉，《中華民國第五屆科學教育學術研討會論文彙編》，國立台灣師範大學理學院。
3. 許榮富 (1990)：〈科學概念發展與診斷教學研究合作計畫芻議〉，《科學發展月刊》，18(2)，150-157。
4. 許榮富 (1991)：〈Applying item response theory to science educational measurement: GALT and TIPS (II).〉，《師大學報》，三十六期，頁 191-212。
5. 許榮富 (1992)：〈科學知識理解與推論理論機制與基本資料之建立 (I)：科學知識理解的表徵〉，《國科會研究計劃報告》(NSC81-0111-6-003-501)。
6. 許榮富、洪振方 (1991)：〈科學知識理解與推論理論機制及表徵模式之研析〉，《中華民國第七屆科學教育研討會發表》，國立台灣師範大學理學院。
6. 許榮富、洪振方 (1992)：〈科學知識能力變項的建構與診斷分析〉，《中華民國第八屆科學教育研討會發表》，國立高雄師範大學。
7. 許榮富、洪振方 (1993)：〈Rasch 部分給分模型在科學知識理解之測量分析〉

- ，〈測驗年刊〉，四十輯，頁 153-168。
8. 許榮富、楊文金 (1989)：〈IRT 及其對科學過程技能測量影響分析研究〉，〈中華民國第三屆科學教育學術研討會論文彙編〉，國立台灣師範大學理學院。
  9. 許榮富、楊文金 (1991)：〈形成假說技能測驗試題之成份分析研究〉，〈Proceedings of International Educational Statistics and Measurement Symposium, 81-90.〉，Tainan Teachers College, Taiwan, R.O.C., 頁 81-90。
  10. 許榮富、黃芳裕 (1992)：〈學生使用科學知識的省察發展之分析〉，〈中華國物理教育學術研討會〉，國立台灣師範大學理學院。
  11. 許榮富、楊文金、洪振方 (1990)：〈學習環的理論基礎及其內涵分析——物理概念教學理念的新構思〉，〈物理會刊〉，十二卷 (五期)，頁 375-398。
  12. 黃湘武、黃寶鈿 (1989)：〈學生對投影及光性質之概念研究〉，〈第五屆科學教育學術研討會論文彙刊〉，國立台灣師範大學理學院。
  13. 郭重吉 (1988)：〈學生科學知識認知結構的評估與描述〉，〈彰化師範大學學報第一期抽印本〉，國立彰化師範大學。

## 二、英文部分

1. Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural errors in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
2. Eaton, J. F., Anderson, C. W., Smith, E. L. (1983a). When students don't know they don't know. *Science and Children*, 7-9.
3. Eaton, J. F., Anderson, C. W., Smith, E. L. (1983b). *Students' misconceptions interfere with learning: Case studies of fifth-grade students*. Published by Michigan State University.
4. Eaton, J. F., Anderson, C. W., Smith, E. L. (1984). Students' misconceptions interfere with learning: Case studies of fifth-grade students. *The Elementary School Journal*, 84(4): 365-379.
5. Eaton, J., Sheldon, T. H., Anderson, C. W. (1986). *Light: A teaching module*. Published by Michigan State University.
6. Feher, E. (1986). *Conception of light and vision; From the naive to the expert*. Talk presented at the symposium on instructional strategies

- based on research, American association of physics teachers.
7. Masters, G. N. (1982). A Rasch model for partial credit scoring. *Psychometrika*, 47, 149-74.
  8. Nesher, P. (1986). Learning mathematics: A cognitive perspective. *American Psychologist*, 41, 114-122.
  9. Osborne, R. J., & Gilbert, J. K. (1980). A technique for exploring students' view of the world. *Physics Education*, 15(6), 376-379.
  10. Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford: Oxford University Press.
  11. Rasch, G. (1960). *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen, Denmark: Danmarks Paedagogiske Institut, (Chicago: University of Chicago Press, 1980).
  12. Stead, B. F., & Osborne, R. J. (1980). Exploring science students' concepts of light. *Australian Science Teachers Journal*, 26(3), 84-90.
  13. Stead, B. F., & Osborne, R. J. (1981) What is friction: Some children's ideas. *Australian Science Teachers Journal*, 27(3), 51-57.
  14. Wright, B. D., & Masters, G. N. (1982). *Rating scale analysis*. Chicago: MESA Press, 1982.
  15. Wright, B. D., & Linacre, J. M. (1991). *A user's guide to Bigsteps*. Chicago: MESA Press.

## **The Analysis of Mental Representation and Latent Trait of Understanding Image of Convex Lens**

**Rong-Fu Hsu**

Department of Physics, NTNU

**Jeng-Fung Hung**

Graduate Institute of Science Education, NTNU

### **Abstract**

The purpose of this research is to develop, by way of the essence of cognitive psychology and modern measurement theory, an advanced interpretative system and an analytic mode. We can thus set up logical relationship between the observable entity and the theoretical entity of students' understanding toward image of convex lens and, on the basis of this, construct an explanatory model of understanding image of convex lens. We combine qualitative and quantitative consideration, abandon the conceptual analysis of expert system, and only take students' mental model as the reference frame of constructing ability variable of latent trait. After exact calibration of this ability variable by means of Rasch's partial credit model, this reference frame can be taken as the interpretative basis to diagnose and analyze students' understanding toward image of convex lens.

**Key Words:** mental representation, scientific knowledge, partial credit model, understanding processes.