

# 職前教師數學教學概念之初探： 從研究實作中學習教學

姚如芬<sup>1</sup> 郭重吉<sup>2</sup> 柳 賢<sup>3</sup>

<sup>1</sup>國立嘉義大學 數學教育研究所

<sup>2</sup>國立彰化師範大學 科學教育研究所

<sup>3</sup>國立高雄師範大學 數學系

(投稿日期：民國 88 年 1 月 3 日，接受日期：90 年 1 月 18 日)

摘要：本研究從「教師即研究者」的理念出發，將研究的概念引入職前師資培育的課程中，主要目的在瞭解數學科職前教師透過教學研究實作，其數學教學概念的改變歷程。研究者利用一門大學數學系四年級兩學分的選修課——「數學教學研究」，為數學科職前教師營造一個符合建構主義理念的學習情境，讓職前教師透過數學教學研究的實作歷程，引發其數學的教與學作更深層的思考，進而提昇其解決數學教學問題的能力。本研究以符號互動論與現象學做為分析與詮釋資料的理論視野，並用來解析個案教師的數學教學概念之轉變。經由分析課室觀察、課後晤談所蒐集而得的資料以及相關文件後，研究發現：個案教師的數學教學概念在教學研究實作的歷程中發生了改變；然而，此改變並非全面性的，而是與其教學研究實作的情境有關。易言之，個案教師在其自定的教學研究實作的情境內，從發現特定的數學教學問題到解決問題的過程中，產生一連串與其研究情境有關的數學教學概念上的改變，從「學習乃概念之改變」的論點而言，此即顯示透過教學研究實作確能有益於協助職前教師學習教數學。

關鍵詞：教師即研究者、數學教學研究實作、數學教學概念化、職前數學師資培育。

## 壹、緒言

為順應社會的需求，台灣從民國八十四學年度起開始實施新制的「師資培育法」，使得師資培育的相關研究，在近年來普遍受到國內專家學者的關注。雖然各大學院校對於「師資

培育法」的實施，多以師資培育管道多元化視之，然而，回應社會對於更高品質之中小學師資的訴求，才是「師資培育法」的主要精神所在。惟有師資素質的提昇，才能使學生的學習品質更有保障！而本研究的焦點即在於尋找一條提昇中學數學師資品質的可行途徑。

由於自 80 年代開始，「教師即研究者」

(teacher as researcher)的理念在許多文獻中屢被強調(Chall, 1986; Hanna, 1986; Stansell & Patterson, 1988),且這些文獻皆有一致性的看法,即有參與研究經驗的教師對於其個人自身專業的成長具有正面的意義(Stevens, Slanton, & Bunny, 1992)。而英國學者 Bishop 亦在強調數學教育的研究對師資培育有所啟示時,即建議在職前師資教育中建立研究的概念,帶領職前教師進入研究問題中,觀察分析學童學習數學的行為,以體驗「如何推斷、解釋學童的思考」,「如何體察學童的感性觀念」,「如何理解並採用其他的教學法」,「數學課堂究竟是怎樣的現象」,「課程及其分析應如何著手」,以及「課業之難度水平如何劃分」等等(Bishop, 1982)。是以,本研究從「教師即研究者」的立場出發,在所開設的「數學教學研究」一門課中,將研究的概念引入職前培育課程,讓職前中學數學教師透過數學教學問題的研究與解決,統整其數學知識與教學知識,以培養其數學教學問題的解決能力,進而提昇其教學的專業素養與教學的品質。研究者則透過符號互動論與現象學等觀點,分析職前教師之數學教學概念在其教學研究進行過程中的轉變。企盼能尋獲一條提昇職前教師數學教學問題解題能力的可行途徑,並提供數學師資培育課程設計之參考,使職前培育的功能更形發揮!

## 貳、理論基礎與文獻探討

由於本研究嘗試透過數學教學研究實作的情境引導職前教師思考數學教學的相關問題,因此首先說明的是何以要將研究概念引入職前培育課程中;而由於本研究乃是從職前教師數學教學概念的轉變情形,來了解職前教師如何透過教學研究實作的情境學習教數學,因此,隨後乃從符號互動論與現象學的觀點,針

對職前教師數學教學概念的本質與轉變情形加以闡釋,以說明研究者的詮釋觀點。

### 一、「教師即研究者」的理念與實踐

所謂「教師即研究者」的理念乃是鼓勵教師從事研究,以解決發生在自己課室中的教學問題,或是教育上的問題,進而改進教學以及提昇教育品質。事實上,教師參與研究對教師教學能力的提昇是有例可證的。Stevens 等人(1992)曾利用問卷調查參與過研究計劃的教師,結果顯示透過研究增進了教師對於有效教學實務的認識。Dicker (1990), Santa (1990), Sardo-Brown (1992), Sucher (1990)等人的研究亦顯示教師參與研究不僅能擴展教師本身的教學方法還可讓教師與新資訊同步,且能擁有更豐富的教學資源。Boyer (1990), Brownlie (1990)等人的研究亦發現教師參與研究有利於教師成為一位具有開放胸襟的學習者。Neilsen (1990)的研究亦提到教師參與研究後會引發教師對於自身的信念以及別人的觀點有更進一步的批判與思考。此外,教師參與研究對於解決教學問題能力的促進,亦有正面的影響,如 Allan 和 Miller (1990)以及 Bennette (1993)的研究報告指出教師在參與行動研究之後,對其教學問題的解決能力有正向的改變。

另一方面,教師參與研究對於增進其本身對學生學習上的理解亦是有所助益的,如 SooHoo (1993)、Haberman (1992)的研究皆發現教師參與課程發展的研究後,不僅與學生的互動增加了,且能更有效地評估學生的需求。

當然,參與研究對於不同的教師會有不同層面的影響,亦即,不同的教師從研究中會有不同的收穫,此與教師的參與程度有關 Henson (1996)將教師參與研究的程度分為三級:第一級為「協助者」(helper)的角色,即僅提供教室與學生給外來的研究者使用;第二級為「資淺研究者」(junior partner)的角色,即雖共同

參與研究，但並不參與任何研究上的決策；第三級為「實質研究者」(researcher)的角色，即不論單獨進行或與他人合作研究，皆處於主導研究的地位；而唯有位於第三級的教師，才能確實利用研究來改進自身的教學(Henson, 1996)。

因此，基於上述的論點，本研究乃將研究的概念引進職前師資培育的階段，讓職前教師實地進行數學教學研究，引導職前教師透過研究的過程深入思考數學教與學上的問題，以引發其自身的數學教學概念之改變。

此外，由這些研究發現觀之，對於教師參與研究與其教學專業成長間的關聯性之探討，都較為一般性，亦即，較少涵蓋有特定學科教學知識在研究情境中究係如何發展的探討。因此，研究者乃從與數學教學相關而更為特定的角度切入，探究當職前教師進行數學教學研究時其數學教學概念的轉變，以更具體地分析教學研究的進行與學習教學二者間的互動。

## 二、職前教師數學教學概念之本質與轉變

符號互動論是以實用主義(pragmatism)做為基礎，從人類實在的觀點及其所接受的日常生活實體出發。其研究的主要目的是去描述與了解，發生在不同的心靈與意義之間，用以賦予人類社會特徵的一種互動(Meltzer, Petras, & Reynolds, 1975)。為了能夠描述與了解(而非預測)人類的行為，符號互動論者尋求的是個體自我與社會動態建構的歷程(林美玲, 1993; Alder & Alder, 1980)。是以符號互動論有以下三個主張：(1)著重於個體與外在世界之間的互動；(2)認為世界是一種動態的過程，而非靜態的實體；(3)重視個體對社會世界的解釋(陳秉璋, 1985)。而符號互動論中所謂的互動，包括了自我互動與社會互動兩個層面。所謂自我互動是指單一個體將自我視為客體，並與之進行的互動，例如職前教師在閱讀或思

考時，所進行的自我對話；而社會互動則是指二個或二個以上的個體，所進行的互動(陳秉璋, 1985)，例如職前教師與研究者的對談、職前教師與其研究對象所進行的教學活動、以及職前教師在「數學教學研究」課堂中的討論等等。站在這樣的基礎上，再配合符號互動論的相關論點來看職前教師的數學教學概念，可以了解職前教師數學教學概念的建構，具有主動性及聯結過去經驗與現在知覺的性質。當職前教師面對各種有關數學教學的外界訊息時，可能會透過其先前的經驗對於這些符號進行某些建設性的或反省性的思維，因而聯結其他相關基模，主動建構起自身的數學教學概念。如此一來，職前教師在此一建構的過程中，不僅擴展原先持有之數學教學概念的範圍，在經過反省性的思維之後，亦可能使自身原先持有的數學教學概念產生改變。故而，本研研究所探討的數學科職前教師之數學教學概念，並非是一個既定的實體，也不是一種穩定的結構，而是具有動態的可變特性；而本研究希望掌握的，即是此一動態的轉變歷程。

在皮亞傑的認知發展理論中，有基模、適應、平衡、同化、與調適等幾項主要的基本概念。研究者除了綜合、應用這些基本概念於本研究設計中，例如：鼓勵職前教師所進行的數學教學研究實作，即是為了要替職前教師營造一些使其產生認知衝突的情境，亦即皮亞傑所言之不平衡狀態，引發職前教師深思數學教學的相關問題，然後在其解決問題的過程中，重組或改變本身的數學教學概念，以達到學習教學的目的；此外，研究者亦利用基模、適應、平衡、同化、與調適此些觀點，呼應及闡釋職前教師在數學教學研究實作的歷程中，其數學教學概念的重組或改變等情形，以描繪及詮釋職前教師之數學教學認知的轉變。

至於現象學家亦是強調人類活動的主觀意義，認為社會現象的建構是受到人類的心智所

影響，而個體所具備的價值、經驗乃是構成社會現象的主要成份。因此試著進入人們的概念世界，以瞭解人們如何建構和解釋他們經驗的意義，亦即，現象學家認為應尊重研究對象的個體意識與生命意義，設法從研究對象的內在觀點出發，探究他們如何經驗著世界，藉以理解他們對其生活情境所賦予的意義與價值。

由於現象學家將人們的所說所為看作是人們如何定義和解釋他們的經驗世界的結果，而研究的主要工作就是去瞭解人們解釋其經驗世界的過程。因此，研究者需採開放的研究態度，進入研究對象所處的情境，以他們的概念、語言和習慣等，去探尋和體驗他們詮釋思想、情感和行動的架構，藉以瞭解他們在情境中所建構的意義。研究者深刻體會到研究對象的意義架構後，再試著將研究發現應用某些理論架構去分析和解釋（黃瑞琴，1994）。

是故，本研究首先試圖引出職前教師對數學教學的原有想法，使研究者能進入職前教師的概念世界，從其內在觀點出發，以了解職前教師的數學教學概念；並在職前教師進行數學教學研究的過程中，時時與其保持接觸，以掌握職前教師對數學教學所賦予的意義與意義的建構歷程，做為研究者瞭解、詮釋與分析有關職前教師數學教學概念轉變情形的參考依據。

### 叁、研究方法

本研究主要採質的研究方法(qualitative research)，透過觀察、晤談、作業、研究報告及其他相關文件的收集，分析個案教師在研究過程中關於數學教學概念的轉變。

茲將研究情境、研究者的角色、個案之背景資料、資料收集與分析、以及增進研究「有效性」的措施分述如下。

#### 一、研究情境

「數學教學研究」課是一門大學數學系四

年級兩學分的選修課，研究者參考並綜合 Driver 等人（1986）所發展的課程設計模型與符合建構主義的教學模式（確定探討方向→引出學生想法→學生想法的重組→應用新的想法→回顧想法的改變）（轉引自郭重吉，1992），以及 Osborne 等人（1985）所發展的四階段（準備 - 聚焦 - 挑戰 - 應用）教學流程，將全學期課程主要分成預備階段、鷹架階段、應用階段及回顧階段四部份依序進行。在預備階段中，透過讓職前教師描繪數學教學概念圖及進行模擬教學，並請其利用量表自評及撰寫心得感想，引出職前教師對數學教學的原有想法；在鷹架階段中，則介紹一些與數學教學研究相關的主題（內容包括數學教學研究範疇、數學新課程設計理念、常用數學教育研究法、解題理論探討、建構主義在數學教學上的應用、數學學習理論 - 認知取向、數學教學法、數學學習評量），透過課堂討論與作業的撰寫，協助職前教師建構數學教學參考架構並著手規劃數學教學研究；在應用階段中則鼓勵職前教師應用所學實際從事數學教學研究，另針對預備階段中模擬教學之同一單元再次進行一次模擬教學，並於事前畫下該單元之數學概念圖，以瞭解其數學教學參考架構的改變；最後的回顧階段則請職前教師撰寫數學教學研究報告並施以期末評量，以助其反思自身的數學教學知識之建構。全學期亦隨時利用對話日誌做為研究者與職前教師間的溝通橋樑。

而其中「數學教學研究報告」是這門課的主要作業，研究者希望透過這份作業，讓職前教師在實際進行數學教學研究的過程中，深入思考有關數學教學方面的問題，從而反省並統整自身的數學教學知識，以促成其教學專業的成長。職前教師在開學初即被告知在學期末要繳交此份報告，可依個人興趣自由選擇與數學教學相關的研究主題。在鷹架階段期間，研究者鼓勵職前教師開始構思，而至應用階段期

間，研究者則引導職前教師逐步完成研究報告，其方法依序為：蒐尋相關文獻；繳交研究主題、研究動機與研究目的；繳交研究設計；進行資料收集與分析；撰寫研究報告等。並於職前教師著手進行研究期間，每星期與其晤談至少一次，以確實掌握其研究進度、了解其所需的支援、以及協助解決研究過程中遭遇的問題。

## 二、研究者的角色

研究者在研究進行中扮演了如下的角色

(一)學習者：研究者透過與職前教師的互動、文獻的閱讀、與教授或同儕的討論以及自我反省中，學習深入思考數學教學與數學師資培育等問題，以增進自身對數學教與學的理解、對職前教師之數學教學知識的理解、以及對數學師資之課程規劃有更深一層的體認。(二)觀察者與介入者：為配合研究目的，研究者經由參與上課內容的規劃、課堂中的觀察以及與職前教師的互動（如問答、討論等）課後的晤談、對話日誌及輔導職前教師進行數學教學研究等途徑收集資料，俾使研究能順利進行。(三)支援者：研究者從與職前教師的種種互動管道中，了解其需求，以提供職前教師在認知與情意方面的支援，促成其數學教學知識的建構及教學專業的發展。

## 三、個案之背景資料

國國是某師範大學數學系四年級的學生，在學業方面表現平平，個性可愛、率真、體貼，表面看來溫柔、斯文，面對陌生人時顯得有些靦腆，熟識之後話就多了，事實上，在班上有「麻雀王」之稱；初期與研究者接觸時，喜歡用華麗的詞藻與研究者進行對話，不習慣承認自己不懂，故有時言詞會略顯閃爍，有「印象整飾」的傾向；後來則漸漸願意呈現出自己的弱點，主動向研究者求救。本來認為教學是件

容易的事，但是在看了自己的第一次模擬教學影帶後就改觀了。

## 四、資料收集與分析

本研究收集資料的方式計有下列五項：(一)課室觀察：於每星期兩節課的「數學教學研究」課中進行。自民國八十六年九月十七日至八十六年十二月三十一日止，全程並輔以錄影、錄音以及現場摘記。(二)正式晤談：共計七次，分別於第一次模擬教學後、個案自評模擬教學後、數學教學研究進行之初、數學教學研究進行期間（三次）、數學教學研究進行後實施。(三)非正式晤談：於課後視研究需要不定期進行。(四)對話日誌：於學期中隨時進行。(五)作業及問卷：配合研究需要與上課內容請個案完成的課後作業及課堂上填寫的問卷，包括數學教學概念圖、模擬教學心得報告、模擬教學自評表、教學信念調查問卷、模擬教學單元之數學概念圖、數學教學研究報告、期末評量。

至於資料分析的方法則以「分析歸納法」(analytic induction)、「恆常比較法」(constant comparison method)及「三角校正法」(triangulation)做為依據。一般而言，研究者是利用「分析歸納法」發展有關職前教師教學參考架構的成份之概略定義和解釋，然後利用「恆常比較法」統整這些成份，以進一步釐清各成份間的關聯，並適時地以不同形式的「三角校正法」(包括方法、來源、分析者的三角校正)檢驗研究發現的一致性。

## 五、增進研究「有效性」的措施

本研究採取了下列幾項措施以增進研究的「有效性」(Guba & Lincoln, 1989)：(一)長期的參與 (prolonged engagement)：研究者自86年9月初至87年1月底投入現場與參與對象接觸並搜集資料，約歷時五個月的時間。(二)持續地觀察 (persistent observation)：研究者自

86 年 9 月 17 日至 87 年 1 月 7 日至課室協同教學並進行觀察，全程並輔以錄影及錄音，以利資料的搜集與分析。(三)反例分析 (negative case analysis)：研究者在資料分析的過程中，不斷地尋找反例以考驗研究者所提出的暫時性的主張。(四)研究小組成員的檢證 (member checks)：參與現場觀察的人員除研究者外，尚有一名專任助理及另一名「數學教學研究」課的授課教授。研究者對於現場觀察所得的感想或評論，隨時與此二位成員交換意見，討論、修訂或繼續查證。(五)同儕的質詢 (peer debriefing)：在此的「同儕」是指研究小組以外的人員，由於其並沒有投入現場，因此研究者可藉由與他的討論中，獲得另一個角度的思考 (make familiar strange)，也藉此更加瞭解研究者本身的立場與價值觀。

## 肆、研究發現

由於本研究的主要目的為分析國國在教學研究實作的歷程中，其關於數學教學概念的轉變情形，以了解國國如何透過教學研究實作學習教學。因此，經由分析相關文件，包括對話日誌、現場筆記、錄影帶、錄音帶、作業與問卷等，以及透過觀察、晤談等管道所收集而得的資料後，首先針對國國進行數學教學研究的歷程、遭遇的研究困境、從事數學教學研究的態度、有關研究單元的數學知識等方面，逐一進行描述，以期對於國國的研究實作情境能有較通盤的理解；而後再呈現國國前後兩次模擬教學表現的比對以及在不同階段所繪製的數學教學概念圖，以進一步分析國國數學教學概念的轉變情形，並藉此理解國國如何透過教學研究實作學習教數學。

### 一、關於國國的數學教學研究實作情境

為了能對於國國的研究實作情境有較全面

性的認識，以下分別從國國的數學教學研究之進行歷程、遭遇的研究困境、從事數學教學研究的態度、以及關於研究單元的數學知識與數學課程知識依序進行描述。

#### (一)國國進行數學教學研究之歷程

國國從自己目前的家教經驗出發，想要「探尋學生在解題過程中，發生錯誤的可能原因；並找出適當的解決方式，幫助學生解決問題、建立信心」。他蒐集了這學期他的一位國三家教學生數學段考及平時測驗的考卷，挑出學生發生錯誤之處（筆誤除外），利用「角色互換」的方式，請學生扮演教師，講述自己在解題過程中，想法的由來以及理論根據之所在；而國國則根據學生的講述，記錄重點並評論其敘述，以及列出可能的錯誤成因，然後再與學生討論這些可能的因素，以確定這些猜測是否正確。

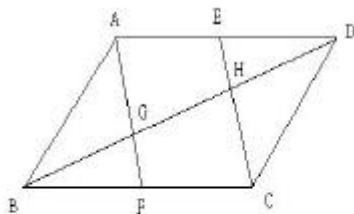
#### (二)國國的研究困境

國國初期的研究困境在於研究焦點模糊不清，本想探討中學生在數學學習上為何有只重結果不重過程的情形發生，然而其目的之敘述與設計的步驟卻是聚焦在探尋學生解題錯誤的原因上。待研究者提醒而確定研究主題後，則發生研究設計不夠周密，有邏輯性缺失，卻又缺乏自我檢視的問題。例如：國國想了解學生為何「難題」會做，「簡單題」反而不會做（難易的標準是國國自訂的），因此他想收集班上其他學生的考卷，比較他的家教學生和班上同學在難題與簡單題這兩方面表現的差異。他認為如果學生在難題方面答對的比同學多，表示學生的程度很不錯；相對地，如果學生在簡單題方面答錯的比同學多，則表示學生的程度在水準之下，基本的概念學得不夠紮實。研究者在過程中曾質疑：是不是有可能兩種情形（指難題答對的比同學多以及簡單題答錯的比同學多）同時存在？因為問題在於國國對題目難易度的認定，完全是根據個人主觀的判斷，而與

他的學生有認知上的差距，才會導致後來推論的自相矛盾。經過幾次晤談的攻防之後，研究者發現國國的思慮愈趨周密，其研究設計上已大致符合邏輯，沒有自相矛盾的情形發生。

在研究進行期間，國國雖然也曾有研究時間不足、與樣本接觸時間不夠、學生錯誤題型蒐集上的不易等問題，但終能一一克服。惟最後的困境在於資料分析能力的欠缺，例如解讀來自研究對象方面的訊息，以致於無法獲致較深入的研究結果，且對其數學教學無法有進一步的啟示，以國國期末報告中所列的二個實例說明之：

《例一》已知：平行四邊形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  各為線段  $AD$ 、線段  $BC$  中點，線段  $AF$ 、線段  $CE$  各交線段  $BD$  於  $G$ 、 $H$   
求證： $AGCH$  為平行四邊形



\* 學生最初的解法：

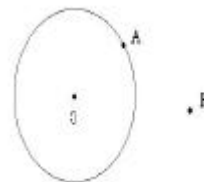
1. 作線段  $AC$ ，設交線段  $BD$  於  $O$
2. 因  $ABCD$  為平行四邊形  
故線段  $AO =$  線段  $CO$ ，線段  $BO =$  線段  $DO$
3. 因〔線段  $BG =$  線段  $GH =$  線段  $HD$ 〕，  
且線段  $BO =$  線段  $DO$   
故線段  $GO =$  線段  $HO$
4. 因線段  $GO =$  線段  $HO$ ，線段  $AO =$  線段  $CO$   
故  $AGCH$  為平行四邊形

\* 國國的註解如下：

『事實上，上題解題過程中，〔 〕內之處，是學生無法交待的地方，等到角色扮演之後，她對於這個部份有了較清楚的了解，

而會發生錯誤的原因，原先推測是因為求快而節省其中的細節部份，然而經過詳談之後，發現她是沒有辦法在考前釐清觀念，而只是用記誦的方式去爭取得分！』

《例二》若  $A$  點在圓  $O$  上， $P$  點不在直線  $OA$  上，求作過  $P$  點且與圓  $O$  切於  $A$  點的圓。



\* 學生最初的解法：

1. 連線段  $PA$
2. 作線段  $PA$  之中垂線  $L$ ，設  $L$  交線段  $PA$  於  $Q$
3. 以  $Q$  為圓心，線段  $QA$  長為半徑畫圓
4. 則圓  $Q$  為所求

\* 國國的註解如下：

『學生在利用角色扮演的時候，回溯其當時的情況時，她第一次遇到這樣的作圖題，因此顯得有些不知所措，經過一段思考之後，想起了一個類似題：“若  $A$  點在圓  $O$  上， $P$  點在直線  $OA$  上，求作過  $P$  點且與圓  $O$  切於  $A$  點的圓”。但因緊張的緣故，所以沒有去了解其中之間的差異，因此發生錯誤！經過學校老師在檢討考卷之後，她還是不甚了解其間的差異有何影響，因此，原先所推測的錯誤成因—緊張因素或壓力因素所造成，由此看來，其實應再含有認知方面的失衡，讓她沒有這一題的基本知識，因而造成錯誤！』

從上述二例中國國的註解發現，學生的錯誤成因與國國原先設想的皆不同，但是這樣的發現似乎並沒有對國國造成太大的衝擊，國國僅是接受這樣的結果（指自己猜錯了學生的錯誤成因），並沒有進一步去探討自己為何判斷

錯誤，雖然國國在其研究報告中提到「經過這次研究之後，我可以就所得的資料來調整與改進我的教學」，然而調整的方向為「不再只是教題目而已，寧可花在定義和定理的時間多一點」。至於如何更深入地了解學生的錯誤成因，進而找出更合適的教學模式，幫助學生提昇學習興趣與恢復學習信心等，國國並沒有太多的著墨。事實上，從這二個例子可以看出，該名學生第一題用記誦、第二題用模仿的方式來解題，顯現這名學生缺乏主動思考的能力，但是國國對學生這樣的學習態度似乎並沒有深刻的體認。其實國國應須思考一下他的學生到底是怎麼學數學的？如此才能給學生更適切的幫助。然而問題是國國對於教學的關注點是放在自己身上，例如自己該如何教學才可以把概念傳達得更清楚，而並非嘗試去理解學生的學習，也忽略了師、生雙方的溝通、互動對學生的學習所造成的影響。

### (三) 國國從事數學教學研究的態度

國國從事數學教學研究的態度改變最大的在於與研究者的互動：從一開始防衛性地與研究者相處，將研究者的晤談當成是「口試」，一味地以所謂的標準答案代替心中的想法，轉變為到後來願意表現出自己的學習弱點，主動尋求研究者的協助。此外，自始至終，國國對於進行數學教學研究總是表現得興趣盎然，認為是自己大顯身手的好時機，雖然過程中曾因研究者對其研究設計問題的質疑有些許挫折感，然而仍能逐一克服，朝目標勇往邁進。

### (四) 國國在該研究單元的數學知識

國國選擇國中數學第五冊第三章四邊形與第四章圓進行教學研究，他認為這兩個單元所涉及的數學概念有「幾何圖形概念與代數運算」，需要的先備知識有「三角形全等關係、平行關係」，與往後的學習有所關聯的是「相似關係」；而此三部份的知識彼此間的關係如下圖所示：

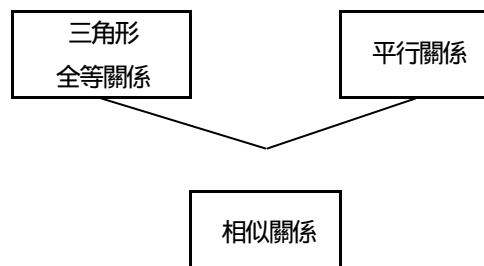


圖 1 國國所繪製的數學概念關係圖

由上圖觀之，國國對於此二單元所涉及的數學概念之內容與結構似乎認識不清，而在文字敘述的部份亦含糊籠統。事實上，此二單元中四邊形所涉及的數學概念主要涵蓋三部份，分別為平行四邊形的相關概念、菱形與鳶形的相關概念以及梯形的相關概念；其中平行四邊形的相關概念包括：平行四邊形的性質、平行四邊形的判別定理、平行四邊形的論證（以熟練幾何證明的方法與寫法）以及平行四邊形在日常器具上的實際製作應用等；若以國國所選擇的有關平行四邊形的例題為例，主要是利用平行四邊形中兩對角線互相平分的性質，此外還涉及到三角形重心的相關性質（三角形的重心至一頂點的距離等於過此頂點的中線長的三分之二）。而第四章圓這個單元則主要涵蓋圓與直線、圓心角與弦弧間的關係、圓周角與弦弧間的關係、圓內接四邊形、三角形的內心（包括內切圓的意義）以及兩圓的位置關係與公切線等六部份；若以國國所選擇的有關圓的例題為例，其中涉及到的數學概念包括：若兩圓相切，其切點必在連心線上、以及圓之任意弦的中垂線必過此圓之圓心。國國不僅在其文字敘述中僅以「幾何圖形概念與代數運算」含糊帶過，而在其所繪的概念關係圖中，亦不見有關其教學研究所涉及的重要數學概念之蹤影；至於所需的先備知識以及與往後數學學習的關連兩部份，亦是殘缺不全。



## 二、關於國國的數學教學概念

以下先呈現國國前後兩次模擬教學的比對，以及三次繪製的數學教學概念圖，再進一步分析有關國國數學教學概念的轉變情形，以藉此理解國國究係如何透過教學研究實作學習教數學。

### (一)國國兩次模擬教學的比對

國國偏好幾何單元的教學，因此他選擇介紹「座標平面上已知兩點的中點座標求法」做為模擬教學的主題。兩次模擬教學的流程相近，皆是先告知學生學習目標，然後複習以前所學的相關概念，接著進入主題，將公式從頭到尾導一次給學生看，最後再以例題讓學生練習做為結尾。惟未能考量學生的程度循序漸進，而是以自己的標準來選擇練習題，因此，講完公式後所舉之例題為「平面上已知 A、B 兩點之座標，求在線段 AB 上，使得  $AP:PB = 1:7$  之 P 點座標」之類的題型，而非先練習「平面上已知 A、B 兩點之座標，求線段 AB 之中點座標」之類的題型。國國認為這樣的題目比較可以讓學生思考，「太簡單的題目就沒意思了」，國國如是說。然而，當台下的同學對該例題做出疑惑的表情時，國國並非引導他們去思考如何解題，而是直接將解法從頭講解一遍。

國國的兩次模擬教學，皆是採用講述法；他非常強調「概念的清晰呈現」，然而使用的方式是完全透過教師的講解來呈現數學概念，而非安排學習活動，讓學生從活動中建構數學概念；教學過程中，甚少與學生互動，僅止於詢問學生「有沒有問題？」、「對不對？」，整體教學傾向完全以教師為中心。

### (二)國國繪製的數學教學概念圖

研究者分別於學期初、學期中、學期末各安排一次作業讓職前教師繪製數學教學概念圖。國國三次繪製的數學教學概念圖間的差異性頗大，但是整體看來，卻均是以教師為主導。

例如國國初始以電腦使用者比喻教師，以電腦比喻課程（「吸收、接收教師的知識和經驗，忠實地呈現出來 - 見圖 2」），而以磁片比喻學生（「將內容記憶在其中 - 見圖 2」），即顯現出教師的主導地位。以下分別呈現的是國國三次繪製的數學教學概念圖（如圖 2 至圖 4 所示）。

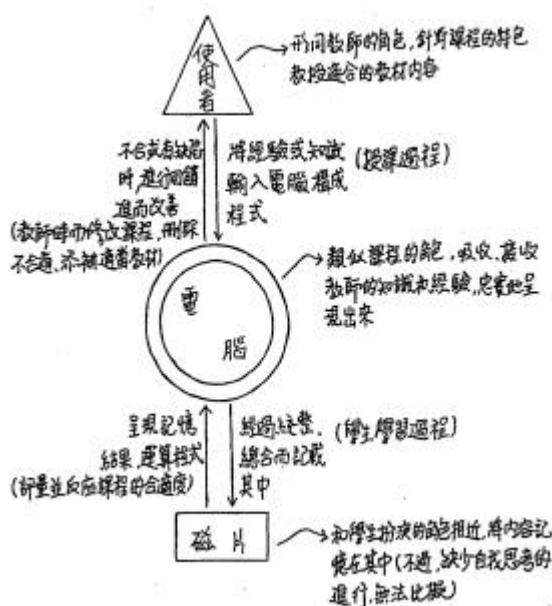


圖 2 國國第一次繪製的數學教學概念圖

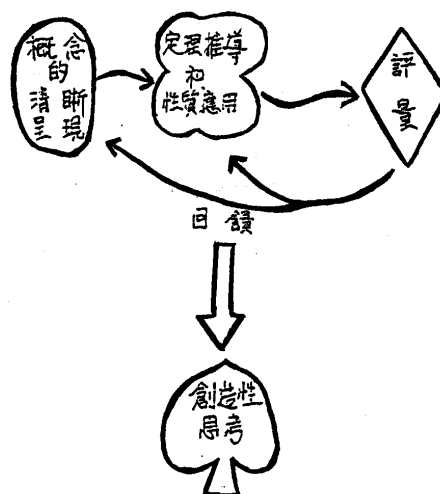


圖 3 國國第二次繪製的數學教學概念圖

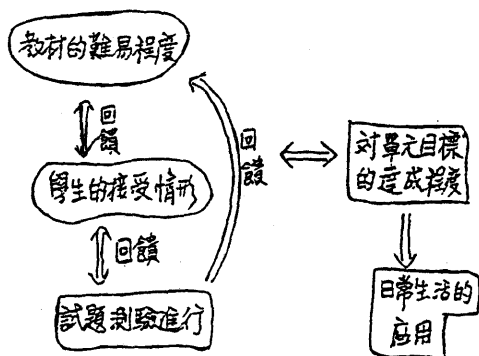


圖 4 國國第三次繪製的數學教學概念圖

從圖 3 可以看出，國國第二次繪製的數學教學概念圖，主要是以整個數學教學流程做為考量，從一開始「概念的清晰呈現，即定義的詳細說明」，過程中的「定理推導和性質應用」，到最後的「評量」，以做為教學的「回饋」，算是很典型的傳統教法，這也與他兩次模擬教學的表現做了呼應；惟國國雖在其圖中提及「創造性思考」，卻未見在其模擬教學中顯現。

至於第三次繪製的數學教學概念圖，則明顯可見是環繞其數學教學研究的主題（探尋學生在解題過程中發生錯誤的可能原因），除了「日常生活的應用」外，國國所強調的「教材的難易程度」、「學生的接受情形」、「試題測驗進行」、「對單元目標的達成程度」、以及許多彼此間的「回饋」等，皆是與國國在其教學研究進行過程中，所思考的問題有關，且對於數學教學的關注點已由完全的教師中心擴展到考量學生的接受情形。顯示教學研究實作對於國國的數學教學概念，確能產生某種程度的激盪，惟似乎仍未足以引起其教學實作上的改變，因為國國兩次模擬教學的表現並沒有太大的差異。

### （三）關於國國的數學教學概念

研究者透過觀察與晤談，並配合國國前後兩次模擬教學的比對，以及在三個不同階段所

繪製的數學教學概念圖、所設計的測驗內容、所撰寫的研究報告、以及期末問卷中的自述，歸納出國國的數學教學概念如下：

1. 國國的數學教學強調的是「概念的清晰呈現」，亦即「讓學生清楚了解它是在講什麼，而不是要學生記一堆奇奇怪怪的公式」。這樣的想法從研究前至研究後始終沒有改變，甚至有更強化的傾向，因為在國國的研究過程中，經由與學生的互動了解到學生解題失敗的主要成因，乃是由於對數學概念的理解不清所致，而非國國原先預想的緊張或貪快等因素。因此，更強化了國國對於「概念須清晰呈現」以利學生學習的理念，且從其二次模擬教學的表現亦可得到驗證。
2. 國國在研究初期有以自己的標準來衡量學生感受的傾向，故無法理解學生為何「難題」做對，「簡單題」反而做錯，事實上，難易的標準是取決於國國，而非他的學生。此傾向顯示出國國在初始面對學生的迷失概念時，並沒有藉助相關的學習理論或研究報告來理解或詮釋學生的反應，而是依據個人的主觀判斷或猜測來尋找原因。然後在教學研究進行的過程中，雖能從學生的解題表現意識到有必要調整自己的教學，然而其關注的焦點是在於自身的教學方式—應加強概念方面的講解，而非在於師生互動上一設法增進對於學生學習的理解。雖然國國在期末評量中提及「進行教學研究是了解學生學習困難之處的最好方法」，從其研究報告中亦可看出國國確實透過教學研究能較精準地了解學生的學習困難所在（如前述「國國的研究困境」中引述的兩則實例所言），並學習以「做研究」的態度與方法來面對和了

解學生的學習困境，而不再只是依憑個人的臆測下斷言，國國如是說：

『現在，當學生遇到學習困難時，我已多了一個管道，即做研究，來探究原因、尋求解法，並且自我反省。』（C3-980109）

但因國國本身在做研究的能力上仍有待增強，故無法在相關理論與實作經驗的支持下，對於如何增進對學生學習的理解之方法與能力上能有所突破。

## 伍、反思

事實上，從國國透過教學研究實作而學習教學的歷程中，研究者經由不斷地檢討與反省，也嘗試著學習—如何教教學與修正此師資培育方式，以下是研究者的反思：

- 一、從國國初期的研究設計和對資料的分析、解讀看來，職前教師若是能擁有較適切的研究法知識，相信對於數學教學問題的深層思考將會更有助益。故而，充實職前教師有關研究的理論與實務，是此師資培育方式當關注的焦點之一。
- 二、從研究者與國國的接觸中發現，晤談確實有助於刺激與統整國國的思考，同時提供國國反省的機會，國國在教學研究實作的過程中，其關於研究設計的邏輯推理能力進步頗多，因此，善用晤談，應是促進職前教師反思的有效方式。
- 三、從國國所繪製的數學概念關係圖以及所作的文字敘述發現，國國對該單元所涵蓋的重要數學概念，並沒有完全充分地掌握，可見國國對於中學數學知識整體結構與內涵的認識並不透徹，因此，如何加強職前教師的數學課程知識，實是師資培育者當思考之課題。
- 四、職前教師對於中學生的學習理解不足，從國國與其學生的互動中再見一例。因

此，如何在職前師資培育階段，增進其對中學生數學學習的認識，確是值得師資培育者深思的課題。

## 陸、結語

整體而言，國國在進行教學研究的過程中，了解到自己與學生在認知方面的差距（如：對數學問題之難易度的認定），並學習不以個人臆測而以研究的方法與態度了解學生的學習困難所在與原因，從而改進自己的教法以利學生學習。從國國的教學研究實作歷程發現，讓國國進行數學教學研究，不僅有機會可引導其深入思考數學教學與學習上的相關問題，且在其規劃研究設計以及與研究者針對研究內容的對談過程中，亦可增進國國的邏輯推理能力；而從其研究所得的發現，亦可給予國國一些教學上的啟示，但因為基於研究能力的問題（如：對於質性資料的解讀與分析），使得國國無法解讀出更多更深入的訊息；且可能受限於時間的因素，致使國國在教學想法上雖有所改變，卻仍不見其在教學活動中多所實踐。因此，若欲讓職前教師透過教學研究實作，提昇其解決數學教學問題的能力，除了須增進職前教師的研究能力外，師資培育人員的「陪跑」角色亦能在適當的時候發揮功能：不僅可在研究過程中給予適切的引導與所需的支援，更可就其研究發現與之討論，使職前教師能有更大的視野，進而對於教學有更多的理解與建構。

## 柒、參考文獻

1. 林美玲（1993）：象徵互動論及其在教育上的應用。現代教育, 7, 30, 20-45。
2. 郭重吉（1992）：從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進。科學發展月刊, 20(5), 548-570。
3. 陳秉璋（1985）：社會學理論。台北：三民

- 書局。
4. 黃瑞琴 (1994) : 質的教育研究方法。台北 : 心理出版社。
  5. Alder, P. & Alder, P. A. (1980). Symbolic interactionism. In J. D. Douglas (Ed.), *Introduction to the sociologies of everyday life*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
  6. Allan, K. K. & Miller, M. S. (1990). Teacher-researcher collaborative: Collaborative professional development. *Theory into Practice*, 29(3), 196-202.
  7. Bennett, C. K. (1993). Teacher-researchers: All dressed up and no place to go. *Educational Leadership*, 51(2), 69-70.
  8. Bishop, (1982). Implications of research for math teacher education. *Journal of education for teaching*, 8(2).
  9. Blumer, H. (1969). *Symbolic Interactionism: Perspective and Method*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
  10. Boyer, E. (1990). *Scholarship reconsidered: Priorities of the professoriate*. Princeton, NJ: Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching.
  11. Brownlie, F. (1990). The door is open. Won't you come in? In M. W. Olson (Ed.) *Opening the door to educational research* (pp. 21-31). Newark, DE: International Reading Association.
  12. Chall, J. S. (1986). The teacher as scholar. *Reading Teacher*, 39(8), 792-797.
  13. Dicker, M. (1990). Using action research to navigate an unfamiliar teaching assignment. *Theory into Practice*, 29(3), 203-208.
  14. Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1989). *Fourth generation evaluation*. Newbury Park: SAGE.
  15. Haberman, M. (1992). *The role of classroom teacher as a curriculum leader*. NASSP Bulletin. 76(547), 11-19.
  16. Hanna, B. (1986). Improving student-teaching effectiveness through action research projects. *Action in Teacher Education*, 8(3), 51-56.
  17. Henson, K. T. (1996). Teachers as researchers. In J. Sikula, T. J. Buttery & E. Guyton, (Eds.) *Handbook of research on teacher education* (pp. 53-64).
  18. Meltzer, B. N., Petras, J. W., & Reynolds, L. T. (1975). *Symbolic Interactionism*. Boston: Routledge & Kegan Paul.
  19. Neilsen, L. (1990). Research comes home. *The Reading Teacher*, 44(3), 248-250.
  20. Osborne, R. J. and Wittrock, M. C. (1985). The generative learning model and its implications for science education. *Studies in Science Education*, 12, 59-87.
  21. Santa, C. M. (1990). Teaching as research. In M. W. Olson (Ed.), *Opening the door to the classroom research* (pp. 64-76). Newark, DE: International Reading Association.
  22. Sardo-Brown, D. (1992). Elementary teachers' perceptions of action research. *Action in Teacher Education*, 14(2), 55-59.
  23. SooHoo, S. (1993). Students as partners in research and restructuring schools. *The Educational Forum*, 57(3), 386-393.
  24. Stansell, J. & Patterson, L. (1988). Teacher researchers find the answers in their classroom. *Texas Reading Report*, 10(6), 2-4.
  25. Stevens, K. B., Slanton, D. B., & Bunney, S. (1992). A collaborative research effort between public school and university faculty members. *Teacher Education and Special Education*, 15(1), 1-8.
  26. Sucher, F. (1990). Involving school administrators in classroom research. In M. W. Olson (Ed.). *Opening the door to classroom research* (pp. 112-125). Newark, DE: International Reading Association.

## Conceptualizing Mathematics Teaching by Doing Research in the Instructional Setting : A Case Study of A Pre-service Mathematics Teacher

Ru-Fen Yau<sup>1</sup>, Chorng-Jee Guo<sup>2</sup> and Shian Liao<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics Education , National Chia-yi University

<sup>2</sup>Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

<sup>3</sup>Department of Mathematics, National Kaohsiung Normal University

### Abstract

A salient feature of this study was to include in the pre-service teacher education program the requirement to do research in the instructional setting. The theoretical perspective of this research was “teacher as researcher”. The purpose of this case study was to investigate the processes through which a pre-service mathematics teacher learned how to teach by conducting research studies on mathematics teaching and learning. The study was carried out in the context of a two credit hour course called “Research on Mathematics Teaching and Learning”, which was designed for senior mathematics majors. The main purpose of this course was to provide the pre-service teachers a constructivist learning environment allowing them to carry out research studies on the teaching and learning of mathematics. It was expected that this would lead the pre-service teachers to thinking about instruction in mathematics in greater depth, and therefore enhance their abilities in solving problems related to the teaching of mathematics. Theoretical perspectives from symbolic interactionism and phenomenology were adopted by the researcher in an attempt to understand the conception about mathematics teaching and learning of the pre-service teacher. Qualitative research techniques were used to collect and analyze the data. Triangulation of multiple data sources was used to validate the results. The results of this study showed that the conception about mathematics teaching and learning of pre-service teacher changed gradually in the process when he was conducting the research. The resulting change was nevertheless far from being an overall change. The nature and extent of change depended on the research context that the pre-service teacher had experienced. In summary, learning to teach can be viewed from the perspective of conceptual change and it can be concluded that, by providing a pre-service teacher opportunities to do research in instructional settings, teacher was found to have learned to teach mathematics.

**Key word:** teacher as researcher, doing research in mathematics instructional setting, conceptualizing mathematics teaching, pre-service mathematics teacher education.