

PISA視角下： 數學素養概念架構與量表工具之發展與驗證

陳盈如^{1,*} 左太政² 劉嘉茹¹

¹國立高雄師範大學 科學教育暨環境教育研究所

²國立高雄師範大學 數學系

摘要

本研究旨在編製「數學素養量表」，作為評估中學生所持有數學素養能力之個別差異的測量工具。目前數學素養測驗評量，著重在教學後評量學生素養能力的測量上，偏重於特定數學主題且是在短時間內的評估，有鑑於數學素養是長時間的培養與發展，且用於教學現場之素養評量未能有效縱觀評估學生長期的發展。因此，本研究發展具一般性的數學素養量表，以PISA的評測視角出發，從「數學本質」、「數學思維」、「數學表徵」、「數學合作」與「民族數學」五個構面來建立「數學素養量表」。為了驗證此量表的信度和效度，本研究採便利取樣，抽取639位高雄市某技術型高中學生作為受測樣本，因素分析結果獲得五個因素，符合預試量表之五個構面，共刪除8道不良題目，保留32道題目，形成具有建構效度的數學素養量表。數學本質、數學思維、數學表徵、數學合作與民族數學五個構面上的信度分別為.848、.889、.935、.954以及.914，整體信度為.947，顯示數學素養量表符合良好以上程度之信度評判標準(涂金堂，2009)。研究結果表明，本研究所編製的中學生「數學素養量表」題項所測量之五個構念成分皆符合文獻回顧之理論架構，可作為評估學生所持有數學素養能力之個別差異的測量工具。

關鍵詞：民族數學、數學本質、數學合作、數學表徵、數學思維

壹、緒論

自從美國國家數學教育委員會(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])強力支援數學素養的實際教學後，數學素養在1990年代末首次被宣布為數學教學的目標(NCTM, 1989)。數學素養——能在現實世界中應用數學的能力(NCTM, 2000)，是世

界各國數學教育的主要目標之一。現今施行的兩大國際評量計畫：國際學生評估計畫(Program for International Student Assessment, PISA)與國際數學和科學研究趨勢(Trends in International Mathematics and Science Study)，皆以評估青少年的數學素養為主要項目。由此可見，數學不但是青少年在個人、職業、社會和科學生活中面臨問題和挑戰的重要工

*通訊作者：陳盈如，a0925121935@gmail.com

(投稿日期：民國111年4月30日，修訂日期：民國111年6月28日，接受日期：民國111年6月28日)

具(Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013)，數學素養更被視為青少年為現實生活作好準備的關鍵能力。是此，數學素養已然成為21世紀數學教育研究的關鍵問題與趨勢，亦是基礎數學教育的一大挑戰(Murtiyasa, 2016)。

自2000年以來，每三年一次的PISA，主要評估15歲的青少年在閱讀、數學和科學方面的能力，每次以其中一種能力為主要評估項目，而2003年，數學首次成為主要評估領域，PISA為此制定了完整且全面的數學素養框架。PISA將數學素養定義為個人在現實生活中識別和理解數學的能力，指出數學素養即為具有建設性、關心和深思熟慮的公民能在生活上運用數學作出有根據的判斷與決策之能力(OECD, 2004)。爾後，每九年為一週期，2012年再次以數學為主要評估領域，此時PISA提出數學素養的重點應在於積極地參與數學，旨在數學推理和使用數學概念、程式、事實和工具來描述、解釋和預測現象(OECD, 2013)。特別強調學生在積極地解決問題的程序中，應包含三個主要過程：「制定數學」、「使用數學」及「解釋數學」(OECD, 2013)。即將到來的2022年PISA(原定2021年實施，因全球新冠肺炎疫情延後一年)，更將數學素養評量分成三大向度：數學推理與解決問題(數學建模)、數學內容、真實生活情境中的挑戰，並詳細描述數學素養即為具有反思性的公民在參與社會相關重大議題時能理解數學在世界所扮演的角色，並以之作出有根據的判斷與決策的能力(OECD, 2019)。值得關注的是，PISA自2012起，除了評估學生的閱讀素養、數學素養與科學素養外，每次評測都會再加測一項素養能力，2012年加測解決問題能力，2015年加測合作式解決問題能力，2018年則加測全球素養，使得評量情境變得更加廣泛且更貼近日常生

活，藉此評估學生是否能運用自己的知識與技能來解決現實生活中的問題。

2019年是我國歷史上最大幅度的教育改革實施元年，以培養終身學習者為理想的「十二年國民基本教育課程綱要」正式上路，又稱為「108課綱」，這是我國第一次把國小、國中到高中12年教育統整起來的一貫課程。108課綱的課程發展的主軸為「核心素養」，與PISA所評量的閱讀素養、數學素養、科學素養、合作式解決問題能力及全球素養相呼應，主要目的亦是為了培養國民適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。我國108課綱中的核心素養強調的重點有二，其一為學習不局限於學科知識及技能，而應關注學習與生活的結合；其二培養「終身學習者」應呼應自發、互動與共好的基本理念。可分為三大面向：「自主行動」、「溝通互動」、「社會參與」，此三大面向再細分為九大項目，並強調素養是與生活情境有緊密連結與互動的關係(教育部，2014)。由此可見，現階段臺灣的數學教育強調培養學生的數學素養能力，即培養學生能應用數學知識於解決現實生活問題的能力。

過去對數學素養的研究多數聚焦在數學學科知識的解題能力，很少考慮到數學素養的其他維度，加上現實生活所面臨的問題，已大大跨越了國際的界線，除了必須瞭解從學校畢業的年輕人是否做好了充分準備，亦須瞭解他們能否將數學應用於理解重要問題和解決有意義的問題。近年來PISA除了評測閱讀、數學及科學等三個領域的基本素養，也開始加測了其他素養能力：解決問題能力、合作式解決問題能力及全球素養，除了評估學校科目中的核心內容知識外，更重視學生是否具有適應這個快速變化的世界所需的關鍵能力。未來的公民所需要的是不斷發展與變化的數學能力，這些都必須有

適當的數學課程與教學來支援(Noyes, 2007; Umbara & Suryadi, 2019)。顯然，適切的數學課程活動對於數學素養的發展至關重要(Niss, 2015)。因此，有鑑於學生的數學素養能力是需要長時間的培養與發展的，而目前數學素養測驗評量，皆著重在教學後評量學生素養能力的測量上，偏重於特定數學主題且是在短時間內的評估，無法全面性地瞭解學生的數學素養能力進而制定適切的教學內容與有效的教學策略，為了幫助我國的中學生能選擇適當的學習方式，及協助教師擬定符合學生需求的課程方針，以增進學生系統性思考的能力來解決問題，故研究者認為有必要開發適合我國中學生的數學素養問卷來評估學生個別的數學能力現況，並配合我國108課綱的校定課程，期望能藉此評估結果設計適合學生學習的特色課程，有效提升我國學生的數學素養能力。基於上述研究背景與動機，本研究之研究目的為發展與檢驗中學生「數學素養量表」，以確保此量表具有適切的信效度，期待能以此作為評估學生所持有的數學素養能力之個別差異的測量工具，進而成為教育決策者與教師在數學教學課程設計的主要參考依據。

貳、文獻探討

一、數學素養的內涵

數學素養是一種多維度的結構，由和學習數學相關的部分組合而成，而不是單指一般的數學能力(Ekmekci, 2013)。根據數學教育家和教育心理學家的說法，數學素養不止是為工作能力與解決日常問題做好準備(Ojose, 2011)，數學素養也是批判性教育和民主的重要組成部分，更是增強個人和國家權能的必要條件(Skovsmose, 1994)。此外，數學素養還可以為社會上各種需求提供幫助，

如文化認同、環境意識和在採取不同方法時發展人力資本等等(Jablonka, 2003)。例如，數學建模可以幫助人們擁有必要的數學工具和能力，以取得成功的工作成果；民族數學可以幫助保護文化資產，通過學校的數學學習來連接解決日常生活問題的非正式數學(Ekmekci)。

回顧過去對數學素養的研究，隨著時空背景的改變，不同的研究人員對數學素養的定義雖略有不同，但彼此互相重疊。Steen (1997)提出數學素養具有五個維度：實用、公民、專業、娛樂和文化，並強調數學素養存在於每一個與個人、社會和工作生活相關的問題上。同時，Steen更進一步提出數學素養涉及以下十個要素：對數學的信心、對文化的欣賞、能解釋數據、能邏輯思考、能做出決策、對上下文中數學的理解、對數字有敏感度、具有實踐技能、擁有先備知識及代數符號的能力。Niss (1999)強調數學素養應具備以下的八項能力，即：思考與推理、論證、溝通、建模、提出並解決數學問題、表徵、使用輔助工具，及使用符號、方程式、數學語言與數學運算的能力。Kilpatrick (2001)在理解數學素養一文中亦提出數學能力的五個特性：概念性、程式性、競爭性、思維能力和個人視角對數學用處的重要性。爾後，De Lange (2003)還明確地敘述數學素養即個人能從歷史、哲學和社會的角度探索的數量思想。Graven與Venkat (2007)更指出了數學素養的關鍵能力在於能理解內容與上下文之間的關係。顯然，數學素養意味著一個人分析和交流數學思想的能力(Umbara & Suryadi, 2019)。近年，Niss與Jablonka (2020)則在數學教育百科全書之數學素養的章節中，對數學素養的核心能力做出了新的說明，包含數學思維、問題提出和解決、數學建模、數學

推理、使用數學表徵、處理象徵主義和形式主義、數學交流以及使用數學工具。其中的象徵主義和形式主義即為對數學的本質的信仰，數學交流指的是用數學與人溝通。而儘管數學素養的概念被不同的專家學者以不同的方式詮釋，但他們有一個共同點，即他們都強調了對數學本質的理解與信心、思考與推理能力及使用數學符號之表徵能力等數學解題能力的重要性。進而應用數學解決生活上各領域的問題時，則各自強調了數學素養須包含使用數學知識與人溝通和解釋的能力，以及面對不同的自然、社會、政治或文化環境能使用數學解決問題的能力。

近年，PISA更指出數學素養即為具有反思性的公民在參與社會相關重大議題時能理解數學在世界所扮演的角色，並以之作出有根據的判斷與決策的能力(OECD, 2019)。顯示當前的數學教育，已從偏重數學學科知識的解題能力，轉向應用數學知識解決現實世界問題的能力，因此，研究者從PISA的評測視角出發，對我國108課綱的三面九項所界定的數學素養之能力進行分析，並以Steen (1997)之數學素養所涉及的十個要素為基礎，經由文獻探討後提出數學素養的五個新面向：數學本質、數學思維、數學表徵、數學合作及民族數學。

二、數學本質的信仰

學習數學和解決數學問題的過程都受到數學信仰的強烈影響(Viholainen et al., 2017)。數學的信仰是多方面的結構，由不同的領域組成，例如數學知識的組成與結構狀態、如何做數學與驗證數學中的想法、學習數學以及數學的有用性等等(Shoaib et al., 2021)。在這項研究中，我們關注於數學的認識論信仰，且著重於數學本質的相關敘述。

認識論信仰包含知識結構、確定性和來源的信念(Viholainen et al., 2017)。Grigutsch等在1998年使用一份問卷對德國數學教師的數學認識論信仰進行了研究，此問卷包括75題關於數學本質和數學教學的陳述。根據他們的研究結果，發現數學本質的信仰主要有四個面向(Felbrich et al., 2008; Grigutsch et al.; Viholainen et al.)：

- (一)形式主義相關取向：數學是「一門具有公理基礎、並通過演繹推論發展起來的精確科學」。例如：數學不是由抽象與邏輯決定的。
- (二)計畫相關取向：數學是「術語、規則和公式的集合」。例如：數學是一系列的程序和規則的集合，它精確地決定解決問題的步驟。
- (三)過程相關取向：數學是「一門包含解決問題的過程、發現結構和察覺規律的科學」。例如：解決數學問題時通常會發現一些相關的聯繫或規則。
- (四)應用相關取向：數學是「一門與社會和生活相關的科學」。例如：數學有助於解決日常生活中的問題。

具有高度發展的認識論信仰的學生，表示其較瞭解科學知識的創造和建立方式，較認識論信仰不成熟的學生表現出更好的學習成就並容易獲得更深入的知識(Rott, 2021)。此外，專家學者們一致認為，數學信仰可能會影響學生的推理智力、學習創造、學習方式以及學習成就，甚至是日後的學術成就(Cano, 2005; Otting et al., 2010; Phan, 2008; Sadi & Dağyar, 2015; Schommer, 1993; Shoaib et al., 2021)。顯然，數學本質的信仰在數學學習與數學素養能力的培養上發揮關鍵的影響力，故本研究參考並綜合上述文獻關於數

學本質的四個面向之內涵，編制量表題目以評估學生的數學本質。

三、數學思維與數學表徵

Schoenfeld (1992)指出，解決問題意味著「數學思維」，它涉及數學核心知識與問題分析策略，例如：監測和控制、有效利用資源、具有數學視角和參與數學實踐。(p. 335)數學思維通常包含一連串的解題程序：數學問題的特殊化與一般化、臆測和驗證等過程(Stacey, 2006)。Mason等(2010)的研究指出數學思維過程是分層的，包括專業、概括、猜想和說服力，並強調它不能倒退或上下跳躍。

解決數學問題的過程中有五種表徵形式，包含真實情境、教具模型、圖像、語言及書寫符號(Lesh et al., 1987)。因此，數學表徵是指學生以不同的形式表徵轉譯並重新詮釋數學問題(楊瑞智，1994)。NCTM (2000)則表明，數學表徵在數學學習中是非常關鍵的一環，意旨學生對於數學概念的理解，並靈活運用與轉換不同的表徵來呈現其數學概念的一種方式。

數學素養是指個人制定、使用和解釋數學的能力(OECD, 2019)。制定、使用和解釋，這三個詞為解決數學問題的過程提供了一個有用且有意義的結構，描述個人如何將問題的上下文與數學聯繫起來，從而解決問題。這個解決問題的過程涉及了上述的數學思維能力與數學表徵能力，從以下2018年PISA將解決數學的過程細分為三(OECD)可以見得。

(一)以數學方式制定情況

將現實世界轉譯到數學世界，為現實世界的問題提供數學結構、表徵和特殊性。具體而言，包括以下活動：

1. 識別位於真實情境中的數學問題，並確定重要變數。
2. 識別問題或情況下的數學結構(包括規律性、關係和模式)。
3. 簡化問題或情況，使其易於進行數學分析。
4. 識別從上下文中收集的任何數學建模，並簡化背後的條件與假設。
5. 使用適當的變數、符號、圖表和標準模型，以數學方式表徵問題或情況。
6. 以不同的方式表徵問題，包括根據數學概念組織問題並做出適當的假設。
7. 理解和解釋問題上下文特定語言與以數學表徵問題所需的符號和形式語言之間的關係。
8. 將問題轉譯成數學語言或數學表徵。
9. 識別與已知問題或數學概念、事實或程式相對應的問題的各個方面。
10. 使用技術(如電子表格或圖形計算機上的清單工具)來描繪上下文問題固有的數學關係。

(二)運用數學概念、事實、程式和推理

個人能夠運用數學概念、事實、程式和推理來解決數學形成的問題從而獲得數學結論。具體而言，包括以下活動：

1. 制定和實施尋找數學解決方案的策略。
2. 使用數學工具，包括技術，以說明找到精確或近似的解決方案。
3. 在查找解決方案時應用數學事實、規則、演算法和結構。
4. 熟練地運用數字、圖解的與統計的數據或資訊、代數符號、方程式及幾何表徵。
5. 製作數學圖表、圖表和結構，並從中提取數學資訊。

- 6.在查找解決方案的過程中，在不同的表徵之間使用和切換。
- 7.根據應用數學方程式尋找解決方案的結果進行概括。
- 8.反思數學論點，解釋和證明數學結果的合理性。

(三)解釋、應用和評價數學結果

個人在現實生活中的問題背景下思考數學解決方案、結果或結論並加以解釋的能力。具體而言，包括以下活動：

- 1.將數學結果解釋真實情境中的上下文。
- 2.在現實世界問題的背景下評估數學解決方案的合理性。
- 3.瞭解現實世界如何影響數學過程或模型的結果和計算，以便對如何調整或應用結果做出上下文判斷。
- 4.解釋為什麼數學結果或結論在問題上下文中是否有意義。
- 5.瞭解數學概念和數學解決方案的範圍和局限性。
- 6.批評和確定用於解決問題的模型的局限性。

綜合上述，可見數學思維與數學表徵是PISA所詳述之數學素養之必要核心能力，故本研究根據文獻中「數學思維」與「數學表徵」的意涵，將PISA所敘述的三種過程之具體活動細分為這兩個類別，並以之為發展題項的基礎，編制量表題目以評估學生的數學思維與數學表徵。

四、數學合作

在《21世紀技能評估與教學》(*Assessment and Teaching of 21st Century Skills*)中提到，

面對多元且複雜的問題挑戰，解決問題的探索已擴展至跨領域統整(Griffin & Care, 2015; Griffin et al., 2012)，可見合作式解決問題的能力已逐漸被重視。PISA將合作式解決問題能力定義為：個人與他人在解決問題過程中合作，能透過彙集他們的知識與技能的方式去共同努力解決問題(OECD, 2017)。在這項研究中，我們關注於數學領域中合作式解決問題的能力，稱之為數學合作。

自從Polya (1957)提出數學解題之四個歷程：瞭解(understanding)、提出計畫(devising a plan)、實施計畫(carrying out the plan)及回顧(looking back)，問題解決已經被評估了幾十年。由於Polya的四個解題的歷程被嵌入到數學課程中後，解決問題通常被認為是一種數學技能(Harding et al., 2017)。在20世紀後期和21世紀初的研究中，相繼提出解決問題的能力與決策、批判性思維、合作能力有一定的相關性(Griffin et al., 2012; O'Neil, 1999; O'Neil et al., 2003)。顯然，在解決問題的過程中，除了程序性的數學解題能力，合作能力在數學解題的過程中亦扮演舉足輕重的角色，因為在合作解決問題的過程中，個人彙集了他們的知識與技能，並共同努力解決這些問題，與個人解決問題相較之下，合作能力在過程中有明顯的優勢。此外，PISA的合作式解決問題能力的評測涉及了兩個核心領域：合作能力與解決問題的能力，這正是21世紀數學素養能力之重要且必要的關鍵能力。

培養合作式解決問題的能力勢必要將合作學習融入數學教學課程中。合作學習是採取結構化合作小組的形式，從中藉由相互說明、相互鼓勵、共用知識與解決數學問題來取得共同成果(Hossain & Ariffin, 2018)，這與PISA的合作式解決問題能力不謀而合。合作

學習也為學生提供了溝通分析和交流信息的機會，藉此能培養學生的批判性思維能力，進而對課程內容概念有更深度的理解，這是個人單獨的學習過程中所無法獲得的(Hussain et al., 2011; Schwartz et al., 2016; Terenzini et al., 2001)。許多關於合作學習模式在數學教育的研究都表明，合作學習不但對數學學習產生積極正面的影響，更提高了學生的數學成就(Hossain et al., 2013; Turgut & Turgut, 2018; Zakaria et al., 2010)。為瞭解學生的合作式解決問題能力，本研究參酌並修改自Lee等在2014年發表的「評估高中生對於學習的看法」之調查問卷中關於合作學習的題項問卷，編制量表題目以評估學生的數學合作。

五、民族數學

PISA之全球素養評測強調文化與跨文化關係、社會經濟發展和相互依賴與環境永續性，以及制度、衝突與人權(OECD, 2019)。由此可見，要成為一個具有反思性的全球公民，除了對學科知識的理解，更要具備文化的涵養，如此兼備才有能力將學科知識應用於解決全球性的問題，並為全球人民謀福祉。近年興起的「民族數學」(ethnomathematics)一詞，其研究領域便涉及文化和數學之間的關係(Ergene et al., 2020)。民族數學是指面臨獨特的自然、社會、政治或文化環境時，用於學習、理解、解釋和管理真實情況之數學方法和技能(D'Ambrosio, 2018)。民族數學也可以定義為研究嵌入其文化背景的數學思想和活動(Gerdes, 2001, p. 12)。在民族數學中，每個文化都發展出自己獨特的數學思想、思想和實踐(Ascher, 1994; Barton, 1996)。可見，無論是個人的文化價值觀、文化知識和文化思維過程，抑或學校數

學學習範圍內獲得的數學知識，皆與數學思維相輔相成(Güreş, 2019)。

隨著數學的文化面向日益受到重視，數學已然成為社會公民學習重要的一環，不單單只是扮演應用工具的角色(劉柏宏, 2016)。由於數學的文化面涉及甚廣，專家學者對於「民族數學」皆只有概念性的敘述。無獨有偶，國內學者劉柏宏經由文獻歸納將數學的文化面向分為「歷史」、「社會」及「民族」三個面向，其中各個面向之學習指標為(劉柏宏, 2021; Liu, 2018)：

- (一)歷史面向的學習指標：概念起源、方法類型、經典名題及軼聞趣事。
- (二)社會面向的學習指標：自然科技、生活應用、經濟發展、政治議題及人文藝術。
- (三)民族面向的學習指標：文化脈絡、方法比較及哲學思想。

十多年來，許多教育學者投入數學教育與民族數學的相關研究，發現民族數學不但提高了學生的數學成就，更有助於發展學生的數學思維技能，激發並提高了學生的數學理解能力(Iluno & Taylor, 2013; Magallanes, 2003; Widad et al., 2018)。顯然，民族數學對學生數學學習的態度產生積極正面的影響(Aktuna, 2013; Kara & Togrol, 2010)。此外，民族數學幫助學生看到數學的發展是有文化背景的，能使他們能夠獲得文化意識及脈絡(Bishop, 1991; Zaslavsky, 1998)。可見民族數學是數學學習與培養數學素養能力不可或缺的關鍵要素，故本研究根據上述關於民族數學之意涵，並參酌Liu (2018)所歸納出的歷史、社會與民族等三個面向之學習指標，編制量表題目以評估學生的民族數學。

參、研究方法

一、研究工具

本研究透過文獻探討與分析數學素養之構念與成分後，整理出數學素養的五個構面：「數學本質」、「數學思維」、「數學表徵」、「數學合作」與「民族數學」。除了「數學合作」之外，其餘四個分量表為自編量表。為瞭解學生的合作式解決問題能力，本研究使用的「數學合作」分量表改編自Lee等在2014年發表的「評估高中生對於學習的看法」之調查問卷，原始之合作學習分量表的Cronbach's α 係數為.94，據此編制了8道題項來評估學生的數學合作。

其餘四個分量表之題項則參考並綜合前述文獻所編製而來，例如「我認為數學知識是經過嚴謹的邏輯過程驗證而來的」是關於數學本質之形式主義取向的題目、「我會比較和評估解決現實世界問題之數學方案的合理性」是關於數學思維之解釋、應用和評價數學結果的題目、「我會使用適當的變數、符號、圖表和標準模型以數學方式表示生活情境中的問題」是關於數學表徵之以數學方式制定情況的題目、「我會尊重不同文化所產生的數學概念」是關於民族數學之歷史面向的題目等等，據此將每個分量表各編製了8道題項。再經由專家審核後，形成此「數學素養量表」初稿，包含40道題目(參見附錄)，題目為李克特氏(Likert) 5點量表的形式。為了驗證此量表的信度和效度，將針對量表資料以SPSS 23.0及AMOS 23.0進行項目分析、因素分析和信度分析等三種方式的統計考驗，分析此量表所具有之分量表，並檢視此量表之優劣情形。茲將量表的專家效度考驗、研究對象與資料分析依序分述如下。

二、專家效度考驗

本研究量表初稿編製之後，根據Lester與Bishop (2000)建議專家人數以5 ~ 7人為原則，敦請兩位具數學教育專長的學者及三位資深的高中數學教師針對各構面的題項內容之語意、重要性與適切性進行一次專家效度考驗，並對各題項進行評分(最高4分，最低1分)與提供修改建議。若題項評分結果未達3分，則該題逕予刪除。就回收意見資料中，除了建議文字敘述須加以修正之外，均無專家學者建議刪題，故根據專家學者建議之文字敘述修正21道題目的陳述，修正後進行後續預試之施測。預試量表共有40題，題目之量尺採用李克特氏5點量表的形式將每個題目分成五種程度，包含「完全不同意」、「部分同意」、「普通同意」、「相當同意」、「完全同意」，分別給予1分、2分、3分、4分、5分。受試者得分愈高，表示其數學素養的多面性。

三、研究對象

本研究之數學素養量表的預試樣本抽樣，採便利取樣的方式，以高雄市某一技術型高中之學生為研究對象，學校規模包含高中一年級至三年級共計57個班級，共分為六個學群，每年入學學生數學程度會考成績多數為B，從中隨機抽取639個學生進行施測，透過通訊軟體Line發放問卷進行Google表單網路問卷調查，由受試者根據自己實際之覺知情況來判斷填答，預試的有效樣本共639人，研究對象之基本資料整理於表1。DeVellis (2003)建議探索性因素分析之較適合的取樣人數至少為300人，故決定以隨機分樣方式，以300位受試者進行項目分析與探索性因素分析，另339位受試者進行驗證性因素分析。

表1：研究對象之基本資料統計表($N = 639$)

基本資料	人數	百分比
性別		
男	543	85%
女	96	15%
年級		
一年級	136	21%
二年級	95	15%
三年級	408	64%
是否喜歡數學		
是	290	45%
否	349	55%
是否參加科展或專題競賽		
是	155	24%
否	484	76%

四、資料分析

為了驗證或修訂此量表的信度和效度，首先將針對量表資料以SPSS 23.0進行項目分析、探索性因素分析和信度分析等三種方式的統計考驗，刪題後再以AMOS 23.0進行驗證性因素分析，藉此分析此量表所具有之分量表，並檢視此量表之優劣情形，資料分析說明如下。

首先，為剔除品質不佳的題目，保留品質良好的題目，針對隨機抽取的300筆預試資料進行量表的項目分析，包含計算遺漏值的百分比、題目的平均數、題目的變異數和偏態係數，另外針對受試者高分組和低分組進行獨立樣本 t 考驗，並計算修正後題目與總分之相關和刪除該題後的 α 係數，以上述七項指標檢驗量表中每道題目的不良指標數，並根據余金堂(2012)提出的兩種刪題標準來評判題目是否予以刪除或保留，即當「題目高低分組獨立樣本 t 考驗」與「修正後題目與總分之相關」這兩項評判指標只要有一項不良指標

時，或當「題目高低分組獨立樣本 t 考驗」與「修正後題目與總分之相關」這兩項評判指標皆符合優良的標準，但其他五個評判指標有四項以上不符合優良指標時，則將該題視為不良題目。

隨後，根據項目分析結果，對300筆預試資料進行探索性因素分析來檢驗此份量表的題目是否具有良好的構念效度，再依據探索性因素分析結果進行信度分析(內部一致性的 α 係數)來評判量表是否具有良好的信度。最後，根據探索性因素分析結果，對339筆預試資料進行驗證性因素分析，根據Bagozzi與Yi (1988)建議，為評估驗證性因素分析模式是否適切，應同時考量初步適配效標、整體模式適配與模式內在結構適配等三個部分。其中，初步適配的檢核指標為偏態指數、峰度指數、變異數及積差相關係數；整體模式適配度的評判指標為卡方考驗(χ^2 與 χ^2/df)、標準化均方根殘差(standardized root-mean-square residual, SRMR)、均方根近似誤(root-mean-square error of approximation)、比較適配度指標(comparative fit index)及Tucker-Lewis指標(Tucker-Lewis index)；模式內在結構適配的評判指標為題目信度(item reliability)、平均變異數抽取量(average of variance extracted)及組合信度(composite reliability)。

肆、研究結果

本研究旨在發展與驗證中學生之「數學素養量表」之評量工具，茲將研究結果分成三個部分：預試量表的項目分析、探索性因素分析與驗證性因素分析。

一、項目分析

針對隨機抽取的300筆預試資料進行量表的項目分析，各項評判指標分析結果如下。

(一)各項評判指標

若題目在高低分組的獨立樣本 t 考驗沒有顯著性差異時，顯示該題不具鑑別效果，該題可能是不良題目(涂金堂，2012)，將300名受試者依填答得分分組，總分最高分前27%歸為高分組，總分最低分後27%歸為低分組，用以進行高分組和低分組的獨立樣本 t 考驗，而在統計結果中，N4的顯著性為 $p = .83 > .001$ ，其餘各題的顯著性均為 $p = .000 < .001$ ，表示高分組和低分組在題目的填答表現達顯著性差異，由此可知在題目的高低分組獨立樣本 t 考驗之評判指標上，此道題目屬不良題目。當修正後題目與總分之相關係數低於.30時，該題可能是不良題目(涂金堂)，結果顯示此40道題目中，N4 (我認為數學知識不會受到科技進步而改變)與N6 (我認為數學知識是由精確和不變的事實組成，具有規則和公式)的修正後題目與總分之積差相關係數分別為.03與.26，N6雖然未達.30的標準，但已經相當接近，故在修正後題目與總分之相關的評判指標上，判斷N4屬不良題目。

(二)項目分析結果

綜合上述分析結果，此數學素養量表的40道題目在「題目高低分組獨立樣本 t 考驗」與「修正後題目與總分之相關」這二項評判指標上，除了N4之外，皆符合優良題目的標準，其中有30道題目完全符合上述7項指標之優良題目標準，而有9道題目在「遺漏值的百分比」、「題目的平均數」、「題目的變異數」、「題目的偏態係數」和「刪除該題後的 α 係數」等五項評判指標上皆只有一項不良指標，故經項目分析後決定刪除N4，保留其

餘39道題目，並以此繼續後續之因素分析及信度分析。

二、探索性因素分析

根據項目分析結果，刪除N4後，以39道題目對300筆預試資料進行探索性因素分析來檢驗此份量表的題目是否具有良好的構念效度，再依據探索性因素分析結果進行信度分析來評判量表是否具有良好的信度。以下分項說明各步驟和結果討論。

(一)檢驗所蒐集的資料是否適合進行探索性因素分析

為探討題目之間的共變情形，採用主成分分析(principle components analysis)萃取方式進行探索性因素分析，所得之積差相關係數矩陣、Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)與Bartlett球形檢定摘要結果來判斷所蒐集的資料是否適合進行探索性因素分析。由積差相關係數矩陣所得結果可知，此39道題目每題與其他題目的積差相關係數，都至少有一個高於0.30；在Kaiser (1974)所建議的KMO判斷標準中，其值為0.90以上，屬於非常好的數值，且透過分析報表可知，KMO值為0.934；在分析報表中之Bartlett球形檢定的近似卡方分配為9502.418，自由度為741，顯著性 $p = .000 < .001$ ，表示其拒絕積差相關係數矩陣是單元矩陣之虛無假設，意即此39道題目所形成的積差相關矩陣不是單元矩陣。綜合上述分析結果，顯示此39道題目及所蒐集的資料非常適合進行探索性因素分析。

(二)決定抽取之因素數量

為挑選適當的因素數量，採用主成分分析萃取方式，進行探索性因素分析，所得之解說總變異量和因素陡坡圖等統計報表，以「挑選特徵值大於1的因素」、「陡坡圖」、

「抽取所有題目的變異量百分比」以及「EZparallel平行分析法」四個部分討論應萃取的因素個數。由解說變異量表可知，前六項特徵值皆大於1，根據Kaiser (1960)所提出的特徵值大於1的因素個數判斷方法，應萃取六個因素；從因素陡坡圖中可以看出，第六個特徵值至第39個特徵值呈現一條緩坡，故根據Cattell (1966)所提出的陡坡圖判讀方式，應萃取五個因素；由平行分析法的統計結果可知，真實資料中只有五個特徵值大於EZparallel的模擬特徵值者，依平行分析法建議應選取五個因素。綜合上述討論及考量此預試題目所構念的五個向度，本分析採取陡坡圖與平行分析法的建議，決定選取五個因素較為適合。

(三)探索性因素分析

為判斷每道題目所歸屬的因素，依據決定抽取之因素數量的結論，指定五因素個數的方式，以主軸因子法萃取方式，同時採斜交轉軸方式進行探索性因素分析，獲得量表各題的樣式矩陣與結構矩陣，其結果分述如下。

1. 因素樣式矩陣

Sharma (1996)認為以樣式矩陣來解釋因素分析之變項與因素間的關係較為適切，因樣式矩陣的數值性質上類似多元迴歸分析中的標準化迴歸係數，其高低可反應出題項在某個因素的重要程度。根據王玉珍等(2014)提出實徵研究因素分析刪題之參考準則有三，分別為因素負荷量低於.4、題目跨因素與題目未符合原先假設歸類之因素。因此，由樣式矩陣可知，R8因素負荷量低於.4，C1題目跨兩個因素，N1、N2、T6、T7與T8均未符合原先假設歸類之因素，屬不良試題，故必須刪除N1、N2、T6、T7、T8、R8與C1等七題。

2. 因素結構矩陣

Stevens (2002)認為以結構矩陣來解釋因素分析之變項與因素間的關係較為適切，因結構矩陣中的數值性質表示的是變項與因素間的簡單相關，其數值也就是因素負荷量，較適合因素的命名決定。因此在結構矩陣表格中得到每題與每個因素之間的結構係數，可藉此進行題目歸屬因素的判斷。此外，本研究根據吳明隆(2007，頁289)的因素負荷量與選取準則判斷標準(如表2所示)，若因素負荷量絕對值大於.71，則此時因素負荷量的狀況甚為理想；若因素負荷量絕對值大於.63，則此時因素負荷量的狀況為非常好；若因素負荷量絕對值大於.55，則此時因素負荷量的狀況為良好。為使此份量表之題項與各因素之間的關係更緊密，決定將因素負荷量絕對值未大於.63者一律刪題，由結構矩陣數據可知，R8的因素負荷量絕對值最高為.49，其餘38道題目皆只有一個因素負荷量絕對值高於.63，表示除R8之外，其他題項皆達非常良好程度，故必須刪除R8。

綜合上述結果，決定將N1、N2、T6、T7、T8、R8與C1等7道題目刪除，保留其餘32道題目。刪題後，再次進行因素分析獲得的樣式矩陣與結構矩陣顯示C2、C3、C4、C5、C6、C7與C8應歸屬於第一個因素，

表2：題項選取準則判斷標準

因素負荷量	解釋變異量	題項變數狀況
.71	50%	甚為理想
.63	40%	非常好
.55	30%	好
.45	20%	普通
.32	10%	不好
< .32	< 10%	捨棄

資料來源：吳明隆(2007)。SPSS操作與應用：問卷統計分析實務。五南。

N3、N5、N6、N7與N8應該屬於第二個因素，R1、R2、R3、R4、R5、R6與R7應歸屬於第三個因素，E1、E2、E3、E4、E5、E6、E7與E8應該屬於第四個因素，T1、T2、T3、T4與T5應該屬於第五個因素；轉軸前與轉軸後的可解釋全量表的變異量分別為70.616%與

65.381%，由此可知，轉軸前與轉軸後的五個因素，可解釋題目總變異量的百分比是不相同的，雖然較轉軸前少，但解釋變異量仍達60%的變異量，茲將探索性因素分析斜交轉軸之結果彙整呈現於表3。

表3：數學素養量表各分量表的樣式係數與結構係數

題目	因素一	因素二	因素三	因素四	因素五
	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)
數學本質					
N3	-.12 (.17)	.83 (.82)	.01 (-.01)	.03 (.18)	.03 (-.37)
N5	.15 (.27)	.71 (.78)	-.01 (-.14)	-.10 (.16)	-.11 (-.46)
N6	.06 (.13)	.66 (.64)	-.01 (-.05)	-.10 (.06)	.01 (-.29)
N7	-.03 (.22)	.74 (.76)	-.06 (-.19)	.12 (.28)	.01 (-.39)
N8	-.09 (.14)	.55 (.63)	-.05 (-.11)	.16 (.23)	-.16 (-.42)
數學思維					
T1	.03 (.21)	-.04 (.32)	-.05 (-.30)	-.05 (.17)	-.77 (-.76)
T2	-.02 (.23)	-.08 (.37)	.08 (-.27)	.09 (.25)	-.95 (-.90)
T3	-.05 (.20)	-.02 (.36)	-.06 (-.33)	.03 (.22)	-.81 (-.81)
T4	.03 (.23)	.18 (.47)	-.06 (-.29)	-.03 (.20)	-.62 (-.72)
T5	.05 (.23)	.19 (.49)	-.01 (-.26)	-.05 (.18)	-.66 (-.75)
數學表徵					
R1	.21 (.53)	-.08 (.09)	-.51 (-.70)	.16 (.56)	-.06 (-.30)
R2	.10 (.48)	.09 (.19)	-.69 (-.80)	.13 (.55)	.04 (-.30)
R3	.06 (.41)	-.03 (.10)	-.86 (-.88)	-.05 (.44)	-.06 (-.35)
R4	.10 (.43)	.02 (.13)	-.75 (-.80)	.00 (.46)	.00 (-.29)
R5	.06 (.43)	-.06 (.08)	-.83 (-.87)	.02 (.49)	-.04 (-.32)
R6	-.03 (.39)	.03 (.15)	-.85 (-.88)	.06 (.49)	-.05 (-.36)
R7	-.10 (.26)	.03 (.11)	-.84 (-.79)	-.03 (.36)	-.02 (-.29)
數學合作					
C2	.70 (.75)	.06 (.22)	-.02 (-.35)	.05 (.50)	.00 (-.23)
C3	.80 (.83)	.10 (.25)	.03 (-.34)	.05 (.54)	.05 (-.21)
C4	.84 (.89)	.06 (.24)	.08 (-.35)	.11 (.60)	.02 (-.23)
C5	.88 (.89)	-.03 (.16)	-.07 (-.44)	-.05 (.54)	-.03 (-.25)
C6	.86 (.89)	-.03 (.17)	-.06 (-.44)	-.02 (.55)	-.06 (-.28)
C7	.89 (.93)	-.06 (.14)	-.01 (-.43)	.06 (.60)	-.03 (-.24)
C8	.80 (.88)	.01 (.19)	-.10 (-.48)	.04 (.60)	-.02 (-.27)

表3：數學素養量表各分量表的樣式係數與結構係數(續)

題目	因素一	因素二	因素三	因素四	因素五
	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)	樣式係數 (結構係數)
民族數學					
E1	.13 (.51)	-.07 (.09)	-.26 (-.55)	.44 (.65)	-.04 (-.24)
E2	.03 (.50)	-.02 (.15)	-.19 (-.54)	.62 (.75)	-.05 (-.27)
E3	.24 (.61)	.03 (.21)	.06 (-.38)	.61 (.74)	-.03 (-.24)
E4	-.05 (.45)	.12 (.26)	-.24 (-.54)	.61 (.72)	.01 (-.27)
E5	-.03 (.51)	.07 (.22)	.03 (-.41)	.88 (.85)	.02 (-.20)
E6	.17 (.61)	.01 (.21)	.12 (-.37)	.76 (.83)	-.06 (-.26)
E7	.17 (.58)	-.07 (.11)	.02 (-.42)	.70 (.79)	-.05 (-.22)
E8	-.01 (.43)	.03 (.15)	-.29 (-.54)	.51 (.65)	.01 (-.22)
未轉軸總解釋變異量	70.616%				
轉軸後總解釋變異量	65.381%				

註：樣式係數絕對值大於0.40者或結構係數絕對值大於0.63以粗體字呈現。

(四)信度分析

為評判量表是否具有良好的信度，根據探索性因素分析所獲得的32道題目，透過信度分析分別估算總量表的Cronbach's α 係數與其95%信賴區間，以及每個分量表的Cronbach's α 係數與其95%信賴區間，其統計量結果彙整呈現如表4。

數學素養總量表32題的 α 係數為.947，高於一般建議的理想數據.80，在涂金堂(2009)所提出之信度判斷依據中達優良的信度，顯示數學素養總量表具有優良的信度，而 α 係數95%信賴區間的下界為.938，上界為.955。對於 α 係數是否為.80的考驗結果，在有真實值.80的F檢定中，考驗的結果 $F(299, 9269) = 3.744, p = .000 < .001$ ，顯示考驗結果落入拒絕區，故拒絕 α 係數等於.80的虛無假設，即 α 係數不等於.80。由於 α 係數的95%信賴區間下界為.938，上界為.955，故顯示 α 係數顯著高於.80。各分量表的信度分析結果皆高於一般建議的理想數據.80，顯示各分量表皆具有良好的信度：「數學本質」分量表5題

的 α 係數為.848、「數學思維」分量表5題的 α 係數為.889、「數學表徵」分量表7題的 α 係數為.935、「數學合作」分量表7題的 α 係數為.954及「民族數學」分量表8題的 α 係數為.914。

三、驗證性因素分析

根據探索性因素分析結果，以32道題目的因素結構模式，對339筆預試資料採用AMOS 23.0進行驗證性因素分析，檢驗此量表的構念效度是否能獲得實證資料之支持。Bagozzi與Yi (1988)建議，為評估驗證性因素分析模式是否適切，應同時考量初步適配效標、整體模式適配與模式內在結構適配等三個部分。茲將三個部分之分析結果分述如下。

(一)初步適配

Kline (2005)建議，偏態指數絕對值高於3，表示有極端偏態情形；峰度指數絕對值高於8，顯示有嚴重峰度問題。由統計結果可知，此32題之偏態指數介於-0.373 ~ 0.277，

表4：數學素養總量表與各分量表之信度分析結果

因素命名	預試問卷題號	α 係數	95%信賴區間		題數
			下界	上界	
數學本質分量表	N3、N5、N6、N7、N8	.848	.819	.874	5
數學思維分量表	T1、T2、T3、T4、T5	.889	.868	.908	5
數學表徵分量表	R1、R2、R3、R4、R5、R6、R7	.935	.923	.946	7
數學合作分量表	C2、C3、C4、C5、C6、C7、C8	.954	.945	.961	7
民族數學分量表	E1、E2、E3、E4、E5、E6、E7、E8	.914	.898	.928	8
數學素養總量表	上述所有題目	.947	.938	.955	32

峰度指數介於-0.611 ~ 0.182，顯示此32道題目皆符合常態分配的基本假定。由報表結果顯示，所有因素之間的積差相關係數沒有超過1，也沒有任何負值的變異數，顯示初步適配情形良好。

(二)整體適配

一般而言，在第一階的整體適配度指標中，當樣本數過多容易造成卡方統計量出現拒絕適配，根據分析結果可知(如表5所示)，在第一階五個相關因素分析模式中，除了卡方統計量($\chi^2 = 1359.085$, $df = 454$, $p < .001$)及標準化均方根殘差(SRM_R = .054)屬於不良適配外，其餘四個指標皆屬良好適配情形，但Hu與Bentler (1999) 提到SRMR小於.05是屬於良好適配，小於.10則是可接受的，故整體而言，適配情況良好。

(三)模式內在結構適配

1. 聚斂效度

Bagozzi與Yi (1988)建議採用題目信度、平均變異數抽取量與組合信度作為判斷模式內結構適配情形的評判指標。涂金堂(2012)認為在評判模式內在結構適配情形時，題目信度至少應該高於.25(最好高於.50)，組合信度應高於.60，平均變異數抽取量應高於.50。根據分析結果可知(如表6所示)，數學本質的5道題目N3、N5、N6、N7與N8的題目信度至少都高於.25的標準，組合信度.868，平均變異數抽取量為.571；數學思維的5道題目T1、T2、T3、T4與T5的題目信度皆高於.50的標準，組合信度.911，平均變異數抽取量為.673；數學表徵的7道題目R1、R2、R3、R4、R5、R6與R7的題目信度皆高於.50的標準，組合信度.945，平均變異數抽

表5：數學素養量表整體適配指標的適配情形

模式	χ^2	χ^2/df	CFI	RMSEA	TLI	SRMR
第一階五個相關因素模式	1359.085 ($p < .001$)	2.994	.901	.077	.902	.054
評判標準	($p > .050$)	< 3.000	> .900	< .080	> .900	< .050

註：CFI：比較適配度指標(comparative fit index)；RMSEA：均方根近似誤(root-mean-square error of approximation)；TLI：Tucker-Lewis指標(Tucker-Lewis index)；SRMR：標準化均方根殘差(standardized root-mean-square residual)。

資料來源：評判標準採用自余民寧(2006)。潛在變項模式：SIMPLIS的應用。高等教育。

表6：數學素養量表聚斂效度的評判指標

題目	因素負荷量	題目信度	組合信度	平均變異數抽取量
數學本質				
N3	.789	.623	.868	.571
N5	.797	.635		
N6	.582	.338		
N7	.821	.674		
N8	.765	.586		
數學思維				
T1	.762	.581	.911	.673
T2	.872	.760		
T3	.861	.741		
T4	.790	.625		
T5	.811	.658		
數學表徵				
R1	.780	.609	.945	.709
R2	.849	.720		
R3	.848	.719		
R4	.842	.710		
R5	.898	.806		
R6	.887	.786		
R7	.783	.614		
數學合作				
C2	.758	.575	.954	.750
C3	.848	.720		
C4	.859	.737		
C5	.883	.780		
C6	.890	.792		
C7	.912	.832		
C8	.904	.818		
民族數學				
E1	.642	.413	.901	.567
E2	.761	.579		
E3	.791	.626		
E4	.761	.579		
E5	.827	.684		
E6	.814	.663		
E7	.787	.620		
E8	.684	.467		

取量為.709；數學合作的7道題目C2、C3、C4、C5、C6、C7與C8的題目信度皆高於.50的標準，組合信度.954，平均變異數抽取量為.750；民族數學的8道題目E1、E2、E3、E4、E5、E6、E7與E8的題目信度至少都高於.25的標準，組合信度.901，平均變異數抽取量為.567。依據上述題目信度、組合信度與平均變異數抽取量等三個評判指標，顯示本量表具有良好的聚斂效度。

2. 區辨效度

若每個因素所獲得的平均變異數抽取量高於相對應的因素之間的積差相關平方，則該量表具有良好的區辨效度(涂金堂，2012)。根據分析結果可知(如表7所示)，因矩陣下三角形呈現的各因素之間的積差相關係數平方，且數學本質、數學思維、數學表徵、數學合作與民族數學之五個平均變異數抽取量皆高於其他兩兩因素的積差相關係數平方，顯示本量表具有良好的區辨效度。

綜合上述，經由初步適配、整體適配與模式內在結構適配等三項驗證性因素分析模式適配的評估，可知第一階的五個相關因素的「數學素養量表」，其驗證性因素分析模式是獲實證資料支持的，統計分析結果之標準化參數估計值如圖1所示。

伍、結論與建議

一、結論

當前數學素養測驗評量，皆著重在教學後評量學生素養能力的測量上，偏重於特定數學主題且是在短時間內的評估，但有鑑於數學素養是長時間的培養與發展，且用於教學現場之素養評量未能有效縱觀評估學生長期的發展，因此，本研究目的是發展具一般性的數學素養量表，從「數學本質」、「數學思維」、「數學表徵」、「數學合作」與「民族數學」五個構面來建立「數學素養量表」。量表發展與驗證的過程經過專家效度考驗、因素分析之建構效度考驗及信度考驗，40道初擬試題經由專家建議修正之後施測，以639份預試資料同時進行探索性因素分析與驗證性因素分析，結果獲得五個因素，符合預試量表之五個構面，共刪除8道不良題目，保留32道題目，不但形成具有建構效度的數學素養量表，更獲得實證資料的支持。此量表的整體信度為.947，數學本質、數學思維、數學表徵、數學合作與民族數學五個構面上的信度分析結果分別為.848、.889、.935、.954以及.914，顯示新數學素養量表有良好的信度。故此研究結果顯示本研究所編製的「數學素養量表」題項所測量之五個構念成分皆符合文獻回顧之理論架構，可作為評估學生所持有數學素養能力之個別差異的測量工具。

表7：數學素養量表區辨效度的評判指標

因素	數學本質	數學思維	數學表徵	數學合作	民族數學
數學本質	.571				
數學思維	.373	.673			
數學表徵	.058	.187	.709		
數學合作	.109	.118	.314	.750	
民族數學	.073	.127	.507	.546	.567

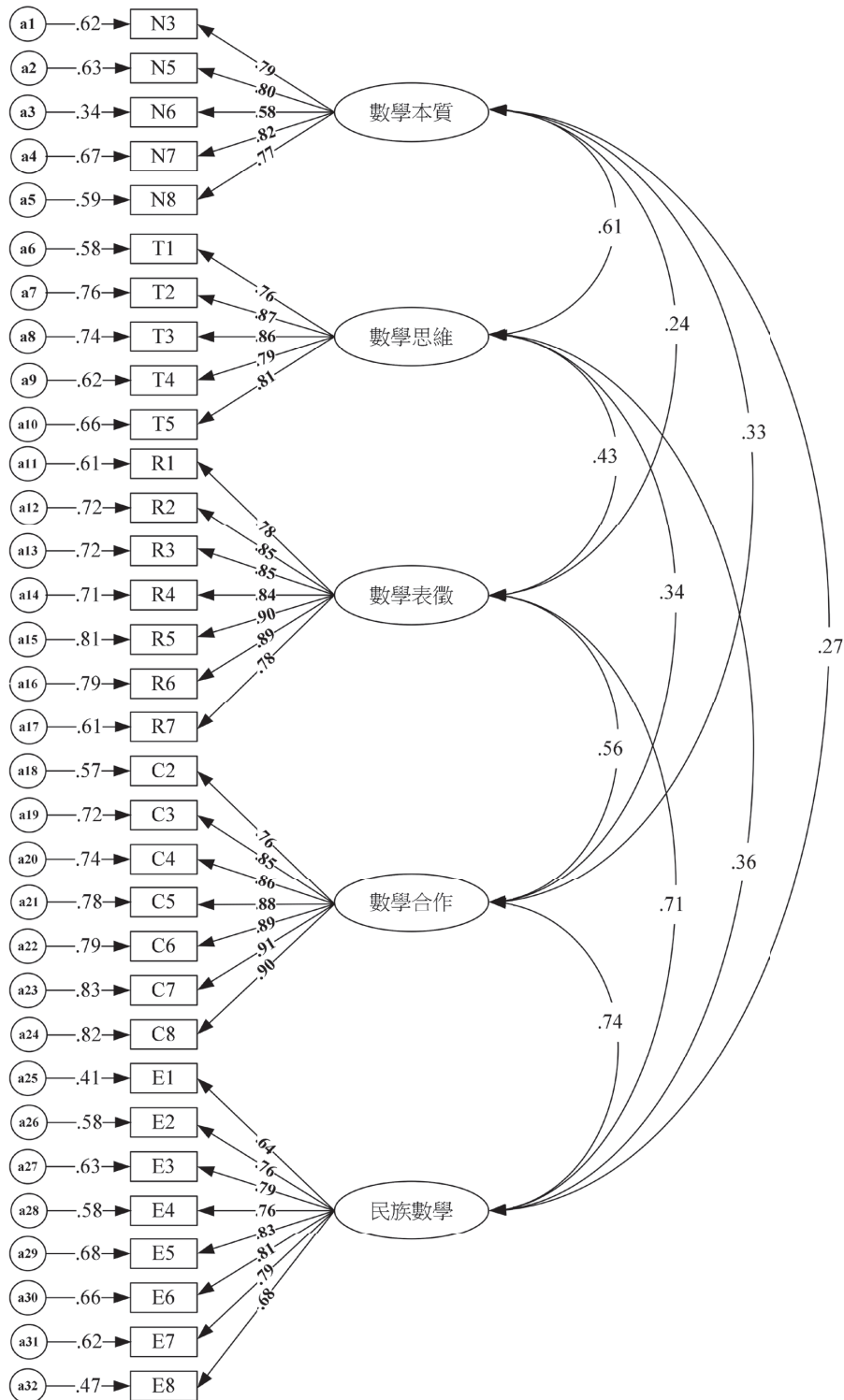


圖1：「數學素養量表」一階驗證性因素分析之標準化參數估計值

數學素養是世界各國數學教育的主要目標之一，更是數學學習中最重要的部分。因此，對於這個世代教授數學的教師與學習數學的學生而言，重新解釋數學素養顯得格外重要。在這個研究中，我們基於數學素養的歷史、定義、類型、組成部分及基本能力，從PISA的評測視角出發，提供了一個關於數學素養的新觀點。本研究發展的量表不但有理論和實證研究成果的支持，多維度的數學素養量表更能充分地瞭解影響學生在數學學習上的因素，進而提升學生的數學學習成就。

二、建議

(一)數學教學實務建議

本研究旨在開發具有良好可靠性和有效性之中學生「數學素養量表」，藉以瞭解學生科學素養個別差異，目的是為使教育決策者或教師所期望的學生之數學素養能夠不斷得到提升與發展，也為思考數學教育的意義上提供了新的方向。因此建議數學教師或校內數學課程小組可透過此量表瞭解學生的數學素養概況及

有關數學素養的全面資訊，以此作為擬訂108課綱的校定課程的依據，設計適合學生學習的特色課程，以減少教師在數學教學的阻力，增加學生在數學學習上的動力。

(二)未來研究建議

因本研究僅針對研究者所任教之技術型高中(工業職業學校)學生為施測對象，缺少普通高中與商業職業學校的學生，所得到的研究成果在「廣度」上有一定的限制。建議未來相關研究可增加普通高中學生與商業職業學校學生為研究對象，並增加本量表之背景變項，以探討不同背景的學生之數學素養程度與數學學習差異性，藉此發展出適合我國各高級中學學生之「數學素養量表」問卷來評估學生個別的數學素養能力現況。除此之外，在滿足未來需求和培養學生方面，數學素養課程作為學校與社會之間的橋樑發展非常重要，本研究結果亦能提供將來相關研究從多面向的角度探討學生在數學學習歷程中，所應發展、具備的數學素養能力及設計與開發數學學習模型來提升我國學生的數學素養。

參考文獻

- 王玉珍、吳清麟、李宜玫(2014)。成人工作家庭優勢量表之發展研究。《中華輔導與諮商學報》，41，57-91。
- [Wang, Y.-C., Wu, C.-L., & Lee, Y.-M. (2014). Development of the work-family strength scale for working parents in Taiwan. *Chinese Journal of Guidance and Counseling*, 41, 57-91.]
- 余民寧(2006)。潛在變項模式：SIMPLIS的應用。高等教育。
- [Yu, M.-N. (2006). *Latent variable models: The application of SIMPLIS*. Higher Education.]
- 吳明隆(2007)。SPSS操作與應用：問卷統計分析實務。五南。
- [Wu, M.-L. (2007). *SPSS operation and application: The practice of quantitative analysis of questionnaire data*. Wu-Nan.]
- 涂金堂(2009)。教育測驗與評量。三民。

[Tu, C.-T. (2009). *Educational testing and assessment*. Sanmin.]

涂金堂(2012)。量表編製與SPSS。五南。

[Tu, C.-T. (2012). *Scale development with SPSS*. Wu-Nan.]

教育部(2014年11月)。十二年國民基本教育課程綱要：總綱。https://reurl.cc/KQKN1g

[Ministry of Education. (2014, November). *Curriculum guidelines of 12-year basic education: General guidelines*. https://reurl.cc/KQKN1g]

楊瑞智(1994)。國小五、六年級不同能力學童數學解題的思考過程。未出版之博士論文。國立臺灣師範大學。

[Yang, R.-T. (1994). *Mathematical problem solving processes of 5-th and 6-th grade pupils in elementary school* [Unpublished doctoral dissertation]. National Taiwan Normal University.]

劉柏宏(2016)。從數學與文化的關係探討數學文化素養之內涵——理論與案例分析。臺灣數學教育期刊，3(1)，55-83。https://doi.org/10.6278/tjme.20160413.001

[Liu, P.-H. (2016). Discourse on the constituent of literacy for mathematical culture in terms of the relationship between mathematics and culture—Theoretical and case analysis. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 3(1), 55-83. https://doi.org/10.6278/tjme.20160413.001]

劉柏宏(2021)。數學人文教案培養數學文化素養之理論探討與反思。臺灣數學教育期刊，8(1)，1-25。https://doi.org/10.6278/tjme.202104_8(1).001

[Liu, P.-H. (2021). A theoretical and reflexive study on cultivating literacy of mathematical culture by using lesson plans from humanistic mathematics. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 8(1), 1-25. https://doi.org/10.6278/tjme.202104_8(1).001]

Aktuna, H. E. (2013). *Sixth grade students' perceptions of and engagement in ethnomathematical tasks in the area measurement concept* [Unpublished master thesis]. Middle East Technical University.

Ascher, M. (1994). *Ethnomathematics: A multicultural view of mathematical ideas*. CRC. https://doi.org/10.1201/9780203756522

Bagozzi, R. P., & Yi, Y. (1988). On the evaluation of structural equation models. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 16(1), 74-94.

Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1-2), 201-233.

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: Perspective on mathematics education*. Kluwer Academic.

Cano, F. (2005). Epistemological beliefs and approaches to learning: Their change through secondary school and their influence on academic performance. *British Journal of Educational Psychology*, 75(2), 203-221. https://doi.org/10.1348/000709904X22683

- Cattell, R. B. (1966). The scree test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1(2), 245-276. https://doi.org/10.1207/s15327906mbr0102_10
- D'Ambrosio, U. (2018). The program ethnomathematics: Cognitive, anthropological, historic and socio-cultural bases. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 12(4), 229-247. <https://doi.org/10.30827/pna.v12i4.7851>
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. In B. L. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 75-89). National Council on Education and the Disciplines.
- DeVellis, R. F. (2003). *Scale development: Theory and application*. (2nd ed.). Sage.
- Ekmekci, A. (2013). *Mathematical literacy assessment design: A dimensionality analysis of Programme for International Student Assessment (PISA) mathematics framework* [Unpublished doctoral dissertation]. The University of Texas at Austin.
- Ergene, Ö., Ergene, B. Ç., & Yazici, E. Z. (2020). Ethnomathematics activities: Reflections from the design and implementation process. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(2), 402-437. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.688780>
- Felbrich, A., Müller, C., & Blömeke, S. (2008). Epistemological beliefs concerning the nature of mathematics among teacher educators and teacher education students in mathematics. *ZDM—Mathematics Education*, 40(5), 763-776. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0153-5>
- Gerdes, P. (2001). Ethnomathematics as a new research field, illustrated by studies of mathematical ideas in African history. In J. J. Saldaña (Ed.), *Science and cultural diversity: Filing a gap in the history of sciences* (pp. 10-36). Sociedad Latinoamericana de historia de las Ciencias y la Tecnología.
- Graven, M., & Venkat, H. (2007). Emerging pedagogic agendas in the teaching of Mathematical Literacy. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 11(2), 67-84. <https://doi.org/10.1080/10288457.2007.10740622>
- Griffin, P., & Care, E. (2015). The ATC21S method. In Authors (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approach* (pp. 3-33). Springer.
- Griffin, P., Care, E., & McGaw, B. (2012). The changing role of education and schools. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 1-15). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2324-5_1
- Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber mathematik bei mathematik Lehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(1), 3-45.
- Güreş, H. (2019). *Farklı kültürel değerlere sahip ortaokul 7. sınıf öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin incelenmesi: Bir Etnomatematik uygulaması* [Unpublished master thesis]. Anadolu Üniversitesi.
- Harding, S.-M. E., Griffin, P. E., Awwal, N., Alom, B. M. M., & Scoular, C. (2017). Measuring

- collaborative problem solving using mathematics-based tasks. *AERA Open*, 3(3). <https://doi.org/10.1177/2332858417728046>
- Hossain, A., & Ariffin, M. R. K. (2018). Integration of structured cooperative learning in mathematics classrooms. *International Journal of Psychology and Educational Studies*, 5(1), 23-29. <https://doi.org/10.17220/ijpes.2018.01.004>
- Hossain, A., Tarmizi, R. A., Aziz, Z., & Nordin, N. (2013). Group learning effects and gender differences in mathematical performance. *Croatian Journal of Education: Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, 15(Suppl. 2), 41-67.
- Hu, L.-T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6(1), 1-55. <https://doi.org/10.1080/10705519909540118>
- Hussain, S., Anwar, S., & Majoka, M. I. (2011). Effect of peer group activity-based learning on students' academic achievement in physics at secondary level. *International Journal of Academic Research*, 3(1), 940-944.
- Iluno, C., & Taylor, J. I. (2013). Ethnomathematics: The key to optimizing learning and teaching of mathematics. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, 3(1), 53-57. <https://doi.org/10.9790/7388-0315357>
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Springer.
- Kaiser, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 141-151. <https://doi.org/10.1177/001316446002000116>
- Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, 39(1), 31-36. <https://doi.org/10.1007/BF02291575>
- Kara, M., & Togrol, A. Y. (2010). Effects of instructional design integrated with ethnomathematics: Attitudes and achievement. In K. Gomez, L. Lyons, & J. Radinsky, (Eds.), *Learning in the disciplines: Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences*, (Vol. 1, pp. 730-735). International Society of the Learning Sciences.
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101-116. <https://doi.org/10.1023/A:1017973827514>
- Kline, R. B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling* (2nd ed.). Guilford.
- Lee, K., Tsai, P.-S., Chai, C. S., & Koh, J. H. L. (2014). Students' perceptions of self-directed learning and collaborative learning with and without technology. *Journal of Computer Assisted Learning*, 30(5), 425-437. <https://doi.org/10.1111/jcal.12055>
- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations

- in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Erlbaum.
- Lester, P. E., & Bishop, L. K. (2000). *Handbook of tests and measurement in education and the social sciences*. Scarecrow Press.
- Liu, P.-H. (2018). An international comparative study on how mathematical culture is implemented in the textbooks. In E. Barbin, U. T. Jankvist, T. H. Kjeldsen, B. Smestad, & C. Tzanakis (Eds), *Proceedings of the eighth European summer university on history and epistemology in mathematics education* (pp. 345-354). Oslo Metropolitan University.
- Magallanes, A. M. (2003). *Comparison of student test scores in a coordinate plane unit using traditional classroom techniques versus traditional techniques coupled with an Ethnomathematics software at torch middle school* [Unpublished master thesis]. National University.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson Education.
- Murtiyasa, B. (2016, March). *Isu-isu kunci dan tren penelitian pendidikan matematika*, [Conference]. Paper presented at Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya (KNPMP I). <https://reurl.cc/9pzt0v>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- Niss, M. A. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Uddannelse*, 9, 21-29.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 35-55). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_2
- Niss, M., & Jablonka, E. (2020). Mathematical literacy. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 548-553). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100
- Noyes, A. (2007). *Rethinking school mathematics*. Sage.
- Ojose, B. (2011). Mathematics literacy: Are we able to put the mathematics we learn into everyday use? *Journal of Mathematics Education*, 4(1), 89-100.
- O'Neil, H. F., Jr. (1999). Perspectives on computer-based performance assessment of problem solving. *Computers in Human Behavior*, 15(3-4), 255-268. [https://doi.org/10.1016/S0747-5632\(99\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0747-5632(99)00022-9)
- O'Neil, H. F., Chuang, S.-H., & Chung, G. K. W. K. (2003). Issues in the computer-based assessment of collaborative problem solving. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 10(3), 361-373. <https://doi.org/10.1080/0969594032000148190>

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Author. <https://doi.org/10.1787/9789264101739-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Author. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2017). *PISA 2015 results: Collaborative problem solving* (Vol. 5). Author. <https://doi.org/10.1787/9789264285521-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. Author. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Otting, H., Zwaal, W., Tempelaar, D., & Gijselaers, W. (2010). The structural relationship between students' epistemological beliefs and conceptions of teaching and learning. *Studies in Higher Education, 35*(7), 741-760. <https://doi.org/10.1080/03075070903383203>
- Phan, H. P. (2008). Predicting change in epistemological beliefs, reflective thinking and learning styles: A longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology, 78*(1), 75-93. <https://doi.org/10.1348/000709907X204354>
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Rott, B. (2021). Inductive and deductive justification of knowledge: Epistemological beliefs and critical thinking at the beginning of studying mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 106*(1), 117-132. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10004-1>
- Sadi, Ö., & Dağyar, M. (2015). High school students' epistemological beliefs, conceptions of learning, and self-efficacy for learning biology: A study of their structural models. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(5), 1061-1079. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1375a>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Macmillan.
- Schommer, M. (1993). Epistemological development and academic performance among secondary students. *Journal of Educational Psychology, 85*(3), 406-411. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.85.3.406>
- Schwartz, D. L., Tsang, J. M., & Blair, K. P. (2016). *The ABCs of how we learn: 26 scientifically proven approaches, how they work, and when to use them*. Norton.
- Sharma, S. (1996). *Applied multivariate techniques*. Wiley.
- Shoaib, A., Naheed, F., & Nasreen, S. (2021). Epistemological Beliefs and Girl Students' Academic Achievements regarding Mathematics Curriculum. *Bulletin of Education and Research,*

43(2), 75-83.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer.

Stacey, K. (2006, December). *What is mathematical thinking and why is it important?* [Conference]. Paper presented at APEC—TSUKUBA International Conference. Innovative Teaching Mathematics Through Lesson Study II. <https://reurl.cc/KQQnyp>

Steen, L. A. (Ed.). (1997). *Why numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America*. College Board.

Stevens, J. P. (2002). *Applied multivariate statistics for the social sciences*. Erlbaum.

Terenzini, P. T., Cabrera, A. F., Colbeck, C. L., Parente, J. M., & Bjorklund, S. A. (2001). Collaborative learning vs. lecture/discussion: Students' reported learning gains. *Journal of Engineering Education*, 90(1), 123-130. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2001.tb00579.x>

Turgut, S., & Turgut, İ. G. (2018). The effects of cooperative learning on mathematics achievement in Turkey: A meta-analysis study. *International Journal of Instruction*, 11(3), 663-680. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.11345a>

Umbara, U., & Suryadi, D. (2019). Re-interpretation of mathematical literacy based on the teacher's perspective. *International Journal of Instruction*, 12(4), 789-806. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12450a>

Viholainen, A., Asikainen, M., & Hirvonen, P. E. (2017). Mathematics student teachers' epistemological beliefs about the nature of mathematics and the goals of mathematics teaching and learning in the beginning of their studies. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 10(2), 159-171. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2014.1028a>

Widada, W., Herawaty, D., & Lubis, A. N. M. T. (2018). Realistic mathematics learning based on the ethnomathematics in Bengkulu to improve students' cognitive level. *Journal of Physics: Conference Series*, 1088. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1088/1/012028>

Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitude towards mathematics. *Journal of Social Sciences*, 6(2), 272-275. <https://doi.org/10.3844/jssp.2010.272.275>

Zaslavsky, C. (1998). In my opinion: Ethnomathematics and multicultural mathematics education. *Teaching Children Mathematics*, 4(9), 502-503. <https://doi.org/10.5951/TCM.4.9.0502>

附錄：「數學素養量表」預試問卷

向度	題目	完全不同意	部分同意	普通同意	相當同意	完全同意
數學本質	N1我認為數學知識源自於對日常生活的觀察與猜想	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N2我認為數學的知識有助於我們對生活周遭的瞭解	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N3我認為數學知識是經過嚴謹的邏輯過程驗證而來的	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N4我認為數學知識不會受到科技進步而改變	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N5我認為數學知識強調論證、推理及邏輯分析	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N6我認為數學知識是由精確和不變的事實組成，具有規則和公式	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N7我認為新的數學知識應該經由公開、清楚地發表	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	N8我認為有關數學知識的爭議需要透過數學家們互動，來促進數學發展	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
數學思維	T1我會應用數學邏輯來理解及詮釋生活周遭的問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T2我會制定並實施策略來解決數學方案	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T3我會比較和評估解決現實世界問題之數學方案的合理性	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T4我會思考解決數學問題的所有可能方案	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T5我會擷取並組織數學問題中的重要訊息	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T6我會連結過去的經驗詮釋類似的數學問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T7我會仔細驗證數學臆測，進而獲得正確的數學結論	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	T8我會反思數學論點、解釋和證明數學結果的合理性	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
數學表徵	R1我會識別現實世界問題或情況中的數學結構(包括規律性、關係和模式)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R2我會簡化生活中的情況或問題，使其能夠運用數學分析	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R3我會從生活情境中的問題尋找相關的數學模式	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R4我會使用適當的變數、符號、圖表和標準模型以數學方式表示生活情境中的問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R5我會以不同的數學概念表示生活情境中的問題，並做出適當假設	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R6我會解釋生活情境中的問題與數學形式之間的關係	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R7我會將生活情境中的問題轉化成數學語言	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	R8我會使用適當的工具(例如電腦軟體、計算機、數學app)來呈現問題中的數學關係	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
數學合作	C1我能與人分享自己所蒐集到的數學相關資料	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C2我能接受他人對我的數學觀點所提出的評論	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C3我能與他人互助合作來解決數學問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C4我能在合作中接納並瞭解他人的數學觀點	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C5我能與同學分享不同的數學觀點	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C6我能和同學進行數學相關議題的討論與協商	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C7我能考慮團隊目標與他人合作以解決數學問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	C8我能從合作中學習到不同的數學觀點並獲得啟發	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

向度	題目	完全不同意	部分同意	普通同意	相當同意	完全同意
民族數學	E1我認為數學的發展受到文化的影響	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E2我認為學習與數學和文化相關的知識是重要的	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E3我會尊重和理解不同文化背景下數學觀點的差異	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E4我會關心不同文化背景下生活數學的相關議題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E5我會重視不同文化背景的數學發展	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E6我會尊重不同文化所產生的數學概念	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E7我會支持少數群體在特定數學議題所表達的立場	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	E8我會願意參與解決不同文化族群的數學爭議	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

PISA Perspective: Development and Validation of Conceptual Framework and Scale Instrument for Mathematical Literacy

Ying-Ju Chen^{1,*}, Tai-Cheng Tso² and Chia-Ju Liu¹

¹Graduate Institute of Science Education and Environmental Education, National Kaohsiung Normal University

²Department of Mathematics, National Kaohsiung Normal University

ABSTRACT

This study aimed to develop a reliable and effective questionnaire of Mathematical Literacy Scale (MLS) for high school students. This study developed a general mathematics literacy scale based on PISA perspectives in five dimensions: nature of mathematics, mathematical thinking, mathematical representation, mathematical cooperation and ethnomathematics. By convenient sampling, a pilot study using 639 senior high school students as the subjects was conducted to examine the validity and reliability of the MLS. Explorative factor analyses and confirmatory factor analyses were conducted in this study and finally 32 items were left in the final scale under the above five subscales, after removing 8 items. The internal consistency of the Cronbach's α ranged between .848 and .954 for the five subscales and was .947 for the overall scale. This suggested that the MLS was a reliable instrument for assessing high school students' mathematics literacy from a PISA perspective.

Key words: Ethnomathematics, Nature of Mathematics, Mathematical Cooperation, Mathematical Representation, Mathematical Thinking

* Corresponding author: Ying-Ju Chen, a0925121935@gmail.com