

小學中、高年級學生一般詞彙知識與數學詞彙知識的預測：數學成就的學習路徑

陳映涵¹ 吳昭容^{1、2} 張凌嘉^{1、*}

¹國立臺灣師範大學 教育心理與輔導學系

²國立臺灣師範大學 學習科學跨國頂尖研究中心

摘要

數學詞彙日益受到重視，然而過去研究在一般詞彙和數學詞彙對數學成就之預測路徑未有一致結果。本研究採路徑分析，探討納入非語文智力和語文智力後，前期的一般詞彙知識和數學詞彙知識如何影響後期的數學成就(包含概念理解、程序執行與解題思考)。本研究以737位四、六年級學生為對象，第一年施測一般詞彙知識與數學詞彙知識測驗，第二年施測數學成就與智力測驗。研究結果顯示，在納入非語文智力和語文智力後，第一，四年級學生兩種詞彙知識對數學成就有效果相當的直接預測力，數學詞彙知識在一般詞彙知識與數學成就之間具部分中介效果，代表存有雙重學習路徑。第二，六年級學生數學詞彙知識對數學成就的直接效果大於一般詞彙知識對數學成就的預測力，數學詞彙知識具部分中介效果，代表存有雙重學習路徑。第三，長期而言在國小數學學習上兩種學習路徑並存，前期兩種詞彙知識對後期數學成就的預測力於高年級學生更強，且數學詞彙知識對高年級學生更加關鍵。本路徑模式擴展了過去國小生橫斷面研究結果。本研究結果指出一般詞彙和數學詞彙是建構數學知識的基礎，在數學表現和學習時能促進理解。隨著發展，運用累積的數學詞彙知識作為媒介對學生取得良好數學成就更為重要。

關鍵詞：一般詞彙知識、數學成就、數學詞彙知識

壹、緒論

數學成就的高低不只反映學生數學知識與技能的多寡、應用解題的能力，而且還關乎未來進入高等教育的機會、獲得工作，以及薪資高低(Radford et al., 2018; Ritchie & Bates, 2013)。掌握能預測數學成就的因素，

尤其是容易被改變的因素，就能選擇與安排教育介入的方向。近幾年來，一般詞彙知識(general vocabulary knowledge)和數學詞彙知識(mathematics vocabulary knowledge)是探討數學成就時經常被提到的預測因子(Peng & Lin, 2019; Powell et al., 2017; Riccomini et al., 2015)，尤其在教育界呼籲重視素養(literacy or

*通訊作者：張凌嘉，alcc@ntnu.edu.tw

(投稿日期：民國111年4月1日，修訂日期：民國111年6月10日，接受日期：民國111年6月10日)

competency)發展的此時，學生能掌握提供數學任務之背景脈絡的一般詞彙與用以溝通理解的數學詞彙，是達成數學學習的重要指標。

幼兒的研究顯示，一般詞彙能力可以預測其數量概念(LeFevre et al., 2010; Purpura et al., 2011; Zhang et al., 2017)，但在模型納入數學詞彙之後，一般詞彙的預測力就消失了(Purpura & Reid, 2016; Toll & Van Luit, 2014)，這些幼兒的資料似乎指出經由數學詞彙知識是學習數學概念的主要路徑。然而國小與國中學生的資料卻未得到相同的結果，有些顯示兩種詞彙知識對數學運算能力表現的預測力和學生的運算能力高低有關(Ünal et al., 2021)，有些視數學詞彙知識的類型以及數學表現的類型(運算或解題能力)而定(Peng & Lin, 2019)，至今對於兩種詞彙知識如何預測中小學生數學成就的路徑尚未有一致的結論。此外，上述探討兩種詞彙知識對數學表現之預測力的研究多半來自橫斷性資料，在回答學習路徑的問題上有其侷限性。

本研究針對涵蓋概念理解、程序執行與解題思考等多種表現類型的數學成就，探討國小學童的一般詞彙知識、數學詞彙知識與數學成就之間的關係，取得良好數學成就的路徑是否必經數學詞彙知識？抑或需同時通過兩種詞彙知識來習得？尤其測量一般詞彙知識與數學詞彙知識的時間在數學成就的一年之前，以便能更確定此兩種詞彙知識長期而言對數學成就的預測力。由於探討上述三者之關係時，智力很可能是三者相互關聯的一個共同預測因子(Dulaney et al., 2015; Lervåg et al., 2019)，而形成三者相互關聯的假性關係，因此本研究再納入智力變項，進一步檢視兩種詞彙知識預測數學成就的變化。另外，為了釐清幼兒與學齡階段學生研究發現之差異，一個值得關注的問題是學生的年

級發展，故本研究對象將包括四和六兩個年級的學生，以利觀察數學學習經驗多寡的效果。因此，本研究以四和六年級學生在納入智力之下，探討前期的一般詞彙知識和數學詞彙知識對後期的數學成就之預測。

貳、文獻探討

一、一般詞彙知識的意涵與測量

詞彙知識通常被界定為掌握一種語言下的詞彙之語意，也有學者將拼字、組字規則、讀音、語法(例如詞性、搭配詞)、語意關係(例如近義詞、反義詞)等語意之外的面向納入詞彙知識(Caro & Mendingueta, 2017; Moghadam et al., 2012; Shen, 2008)。詞彙知識的討論常見於第二語言學習者的研究，因為以有限的第二語言詞彙知識進行學習所產生的溝通困難與挫敗，將導致難以學習與動機低落。然而，即使是使用母語進行學習的學生，詞彙知識存在著典型的馬太效應(Matthew effect)——富者越富、貧者越貧(Duff et al., 2015)。此外，不僅一般詞彙知識對閱讀的學習成效具有顯著的預測力(廖晨惠等，2012；Moghadam et al.; Rosado & Caro, 2018)，特定領域詞彙知識亦影響該領域的學習成效(如藥理、化學、科學)(Boschmans & Webb, 2014; Pyburn et al., 2013; Taboada, 2012)。

詞彙知識可以依據向度和功能來進行探討。在向度上，詞彙知識可分為「廣度」(breadth)和「深度」(depth)兩個層面(Binder et al., 2017; Ouellette, 2006; Shen, 2008)，詞彙廣度意指至少掌握表層意義的詞彙之數量，詞彙深度則指其所知的詞彙有多好，後者會涉及前一段所提及之詞彙的多面向議題，也會牽涉到詞彙知識的發展。而在功能上，可分為「接受性詞彙」(receptive vocabulary)和「表達性詞彙」(expressive vocabulary)兩個層

面(Caro & Mendiñeta, 2017; Shen)。接受性詞彙指在聆聽和閱讀情境中能辨識與理解的詞彙，表達性詞彙指在口說和寫作情境中能精確運用的詞彙。在評量一般詞彙知識時，通常會依照年齡而有不同的測驗形式。對於年紀較小的學齡前兒童，通常會讓兒童採用指認的方式來評估其對於目標詞彙的辨識能力，像是《畢保德圖畫詞彙測驗》(*Peabody Picture Vocabulary Test*)；或以口語評量的方式讓兒童為圖片命名與說明其特徵，像是《學齡前早期讀寫能力測驗》(*Test of Preschool Early Literacy*)中詞彙定義子測驗。而對於年紀較大的學齡兒童，通常會採用選擇題或填充題之紙筆測驗，像國內的《詞彙成長測驗》(洪儷瑜等，2014)是無語境的近義詞選擇作業，或者《國民小學中文詞彙測驗》(曾雅瑛、黃秀霜，2002)是無語境的構詞作業、有語境的近義詞選擇作業，以及有語境的詞彙運用作業。

二、數學詞彙知識的意涵與測量

數學詞彙是組成數學語言的一個重要成分，也是數學學習困難的來源之一(Riccomini et al., 2015; Simpson & Cole, 2015)。有些學者(Monroe & Orme, 2002; Moschkovich, 2015; Schleppegrell, 2007)認為數學詞彙代表儲存在長期記憶中的數學概念知識，是指特定用於數學領域的單詞(例如：乘法、分數)、片語(例如：三角形的內角)、縮寫(例如：cm代表公分、SAS代表兩邊一夾角)、符號(例如： $+$ 、 $>$ 、 $\%$)。數學詞彙不僅只有數學術語，也包含常用於數學領域的一般用語，例如驗算、測量、無解，只是這些用語出現在數學領域的頻率高於日常生活。

學生隨著年齡發展會學習不同的數學詞彙。幼兒一開始會學習數字的詞彙(例如：

三、十、零)，進而學習代表數量概念的詞彙(例如：多、少、大、小)，還有描述空間的詞彙(例如：下面、頂點) (Lin et al., 2021)。隨著學生的年齡越長，所接觸到的數學詞彙不僅越來越多，也會越複雜，也就是數學詞彙知識同樣有廣度與深度的向度。例如隨著年齡漸長，「三角形」的詞彙知識不只要學習直角三角形、等腰三角形、鈍角三角形等各種新詞彙，而且除了能從形狀分辨三角形之外，還要認識三角形的內角和為 180° 、兩邊之和大於第三邊、大角對大邊、外角等於遠內角和等三角形相關的知識。因此，數學詞彙的廣度著重於已知的數學詞彙數量，例如：吳昭容等(2020)針對三至八年級學生所編製的《國民中小學數學詞彙知識測驗》屬於這類。而數學詞彙的深度聚焦於學生對於數學詞彙運用的掌握程度，例如：透過畫圖題和簡答題的測驗方式，探討學生對數學詞彙知識的記憶提取、理解，以及在複雜任務中能夠正確應用數學詞彙知識的程度，像是提供垂直線的圖片，讓學生填空簡答術語，其標準答案為「垂直線」或「相交線」，或是讓學生寫下二的倍數到20為止(Show skip counting by twos to 20.) (Powell et al., 2017; Powell & Nelson, 2017)。類似地，數學詞彙也可以從接受或表達的功能來探討。接受性數學詞彙著重在聆聽和閱讀的情境中能辨識與理解的數學詞彙，例如：探討學生對數學術語與符號的理解程度；透過選擇題或配對題的方式測驗，包含數學術語和符號的配對(如「divided by」和「 \div 」)，以及數學術語和其定義的配對(Edwards, 1936)。而表達性數學詞彙著重在口說和寫作的情境中能精確運用的數學詞彙，例如：透過口語問答評估學生對數學詞彙定義的理解，口語問答測驗會錄下每位學生回答，再轉為文本進行評分(Peng & Lin, 2019)。

三、一般詞彙知識、數學詞彙知識與數學成就之關係

數學成就意指學習者對數學學習內容的掌握情況，其內涵會隨學習主題與認知成分而有不同(Geary, 2011; Kyttälä & Lehto, 2008; Sasanguie et al., 2013)，因此評量上常以學習內容與認知層次形成雙向細目表來命題，以便能以具有內容效度的試題來測得學生的數學成就。然而在探討一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學表現之影響的相關研究中，多數用來代表數學表現的工具其試題涵蓋面多半較窄，幼兒的研究多以數量知識為主(Lin et al., 2021; Purpura & Reid, 2016; Toll & Van Luit, 2014)，入學後中小學生常用運算能力或者文字題解題能力作為代表性的數學表現(Lin et al.; Peng & Lin, 2019; Ünal et al., 2021)。

由於詞彙知識是學習各類知識的媒介，許多文獻支持一般詞彙知識能顯著預測幼兒的數學表現(LeFevre et al., 2010; Purpura et al., 2011; Zhang et al., 2017)，而Pina等(2014)針對四到六年級的學生進行研究，也發現一般詞彙知識能夠預測小學中高年級學生的數學成就。不過該研究所探討的數學成就中，涵蓋數學詞彙知識、運算流暢性與算術能力，也就是數學詞彙知識被歸類於數學成就之中，因此無法探討數學詞彙知識對數學成就的預測。

目前已有一些同時以一般詞彙知識與數學詞彙知識作為預測數學成就之因子的研究。Purpura與Reid (2016)以三至六歲幼兒為對象，以其一般詞彙知識與數學詞彙知識來預測數量知識(例如兩量比較、兩數比較、一對一對應、排數字、認數字、數字合成)，結果一般詞彙知識能顯著預測數量知識；但加入數學詞彙知識後，一般詞彙知識就不再具有預測力，而由數學詞彙知識顯著預測數量知識。Toll與Van Luit (2014)也得到類似的

結論，她們以幼兒的數量能力作為成就的指標，從四歲幼兒篩選出數量能力最弱的20%為對象，進行兩年的追蹤，其中一般語言知識與數量能力各測量四次，數學詞彙知識則僅在第三個時間點施測一次。潛在成長模型的結果顯示，一般語言知識與數量能力之間有交互影響，加入數學詞彙知識後，數學詞彙知識完全中介一般語言知識對數量能力的影響，使得一般語言知識對數量能力不再具備獨特的影響力。

對於年級較長的中小學學生而言，一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就之預測力的結果有不盡相同的發現。Peng與Lin (2019)為檢視不同文化語系的詞彙效果，以中國四年級學生為對象，首先建立以一般詞彙知識、智商、工作記憶、處理速度預測兩類數學表現——運算與文字題的模型，隨後加入三主題(測量、幾何、數值運算)的數學詞彙知識，結果在控制了一般詞彙知識、智商、工作記憶、處理速度之後，三主題的數學詞彙知識對運算能力都無顯著預測力；而測量與幾何的數學詞彙知識對文字解題能力具有獨特預測力，且部分中介一般詞彙對文字解題能力的預測，但數值運算的數學詞彙知識則對文字解題能力無顯著預測力。此外，加入數學詞彙知識之後，一般詞彙知識對運算能力與文字解題能力仍有直接效果。而Ünal等(2021)以八年級的美國與土耳其學生為對象，並按數學運算能力將土耳其學生分成高能力(數學運算表現與美國學生相當)與低能力兩群，分析一般詞彙知識與數學詞彙知識對運算能力的預測力，結果發現美國學生與土耳其高能力學生的數學詞彙知識完全中介一般詞彙知識對運算能力的預測力，但土耳其低能力學生僅一般詞彙知識能顯著預測運算能力，其數學詞彙知識未能顯著預測運算能力。這顯示對運算能力較佳的中學生而言，是

透過數學詞彙學習數學，而運算能力較低的中學生則是透過一般詞彙知識學習數學。相較於幼兒的研究，數學詞彙知識與一般詞彙知識顯然對中小學生不同的數學表現各有其預測力，亦反映取得數學成就的不同路徑。

四、其他預測因子

智力是一般詞彙知識、數學詞彙知識，以及數學成就的相關研究中常見的重要因子，考量智力對一般詞彙知識、數學詞彙知識，以及數學成就的影響力後，有助瞭解一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的單純效果。智力可以分為語文智力和非語文智力，語文智力意指對字詞進行推理的能力，以及運用所習得的語文知識來促進推理的能力；而非語文智力意指沒有涉及語言的推理能力、問題解決的能力、處理速度等等 (Blazhenkova & Kozhevnikov, 2010; Kaufman & Lichtenberger, 2005)。非語文智力和語文智力皆能夠預測數學成就的表現 (Green et al., 2017; Kytälä & Lehto, 2008; Peng & Lin, 2019; Pina et al., 2014)。非語文智力有助於學生進行數字推理、圖形推理，以及數學運算，相對地，緩慢的處理速度會消耗認知資源，致使執行數學任務時因工作記憶和推理過程中認知資源不足，而無法正確解題 (Geary, 2011; Green et al.; Peng & Lin; Peng et al., 2012; Peng et al., 2016; Swanson & Sachse-Lee, 2001)。而語文智力有助於學生在學習數學的過程中透過語文來組織數學概念，並在執行數學任務時有助於閱讀理解題目，促進閱讀流暢性 (Morosanova et al., 2015; Spinath et al., 2010)。

數學詞彙知識的相關研究中，已有部分研究控制了智力因素。Lin與Powell (2021)的後設分析中有一些研究在探討數學詞彙知識與數學表現的相關時排除了一般認知因素，

包括非語文智商或工作記憶；而Peng與Lin (2019)在探討一般詞彙知識、數學詞彙知識對數學表現(運算和解題)的預測力時，同時將智商、工作記憶、處理速度與一般詞彙知識作為控制(或預測)數學詞彙知識與數學表現的因子。目前尚未有同時考量語文智力和非語文智力對一般詞彙知識、數學詞彙知識，以及數學成就的相關研究。

五、研究架構與問題

上述文獻回顧顯示，在排除智力之後，學生的一般詞彙知識與數學詞彙知識單獨對數學成就應該都具正向預測力，但基於數學詞彙知識的學習晚於日常用語，因此本研究關心在一般詞彙知識影響數學成就的路徑上加入數學詞彙知識的效果，亦即數學詞彙知識會完全中介還是部分中介一般詞彙知識對數學成就的影響？尤其兩種詞彙知識評量的時間點在數學成就之前，可以觀察兩種詞彙知識長期而言對數學成就的延宕效果。因為這代表在數學學習上兩種可能的路徑，一是必須透過數學詞彙知識才能良好地學習數學，另一是兩種路徑並存，需要透過一般詞彙知識以及經由數學詞彙知識學習數學，惟隨著學習階段和數學能力發展，越倚重透過數學詞彙知識學習的路徑。為了讓此一議題更能回應發展的現象，本研究收集了國小兩個學習階段的資料——包括四年級與六年級學生的資料，檢視其兩種學習路徑在不同年級發展上的差異。

圖1為本研究完整的架構圖，變項包括受測學生的語文智力、非語文智力、一般詞彙知識、數學詞彙知識與數學成就。基於前述文獻回顧，本研究將一般詞彙知識設為數學詞彙知識與數學成就的預測變項，探討有無納入語文智力與非語文智力，一般詞彙知識

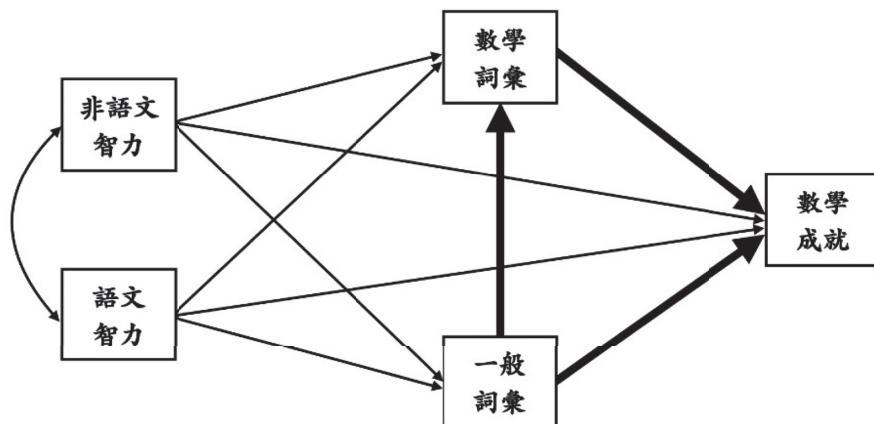


圖1：研究架構圖

與數學詞彙知識對數學成就的影響力，並回答研究問題：

- (一)前期一般詞彙知識與數學詞彙知識如何影響四年級學生的後期數學成就？納入語文智力與非語文智力後，是否仍有預測力？是單一或雙重學習路徑？
- (二)前期一般詞彙知識與數學詞彙知識如何影響六年級學生的後期數學成就？納入語文智力與非語文智力後，是否仍有預測力？是單一或雙重學習路徑？
- (三)透過比較四和六年級學生的資料，探討前期一般詞彙知識與數學詞彙知識影響後期數學成就的差異？

參、研究方法

一、研究對象

研究對象來自15所國小的四年級與六年級各一個班級。四年級為342名(女164名，48%)，六年級有395名(女185名，47%)，總共737名學生。學校的分布區域涵蓋全臺與離島，其中臺北市和新北市各有兩所，基隆市、桃園市、新竹縣、苗栗縣、臺中市、彰

化縣、雲林縣、嘉義縣、高雄市、花蓮縣、澎湖縣各一所國小。

二、研究工具

智力測驗採用《國小中高年級學校能力測驗》(陳美芳、陳心怡，2006)。此測驗包含語文推理能力和非語文推理能力，皆需運用到覺察關係、發現規則，並推理結果的能力。語文推理能力包含語文理解和語文推理，進行推理時需運用到語言知識，對應到本研究的語文智商；而非語文推理能力包含圖形推理和數量推理，作答不受語言知識影響，對應到本研究的非語文智商。測驗題型為五選一選擇題，題數為60題，施測時間約30～40分鐘。測驗的折半信度在.80以上，全量表信度高達.90，分量表語文及非語文部分的信度皆達.80以上，顯示本測驗的信度良好。測驗分數轉換的語文智商與非語文智商之量尺設定全國常模平均數為100，標準差為15。

一般詞彙知識測驗採用《詞彙成長測驗》(洪麗瑜等，2014)。此測驗著重以辨識相似詞來代表受測者的一般詞彙知識廣度，適用於小學生四至六年級。因中文字具有一字多義

的特性，若理解一個雙字詞或多字詞的詞彙意義，就應能辨別其相似詞。測驗題型為三選一選擇題，題數為37題，施測時間約15～25分鐘。適用於四、五、六年級之各版本的信度多為.80以上，代表信度良好。各年級的版本分別進行試題反應理論(Item Response Theory, IRT)分析，並未垂直等化。測驗分數可轉換為原始分數與能力值兩種，後者的單位為logit，為等距量尺，適合研究者進行統計分析。本測驗四年級常模的平均能力值為0.83，而六年級常模的平均能力值為1.10。

數學詞彙知識測驗採用《國民中小學數學詞彙知識測驗》(吳昭容等，2020)。測驗旨在檢測學生掌握數學詞彙的語意、區辨例子、判斷運用時機的表現，包含數學術語、數學符號、常見於數學情境的一般用語等三類數學詞彙。測驗總共設計了適用於三四、五六、七八年級三卷各三複本，測驗題型為四選一選擇題，題數為21題，施測時間約10分鐘。各版本之內部一致性信度介於.63至.80，各年級古典測驗理論(Classical Test Theory, CTT)之平均難度介於.71至.76，代表信度良好，而難度稍顯簡單。各版本經IRT垂直與水平等化，計分方式有原始分數與能力值兩種，後者單位為logit。本測驗四年級常模的平均能力值為0.87，而六年級常模的平均能力值為1.23。此外，數學詞彙知識測驗與參照測驗，如數學成就測驗、數學文字題測驗、數學運算能力測驗，均達中至高程度的相關。

四年級的數學成就測驗主要來自2012縣市學力檢測題目，而六年級的測驗除了六題來自「臺灣學生學習成就評量資料庫」(Taiwan Assessment of Student Achievement) (國家教育研究院，2018)釋出題之外，其餘

題目由計畫研究者自編。數學成就測驗的目的在於檢測學生於一學年數學學習後之概念理解、程序執行與解題思考之綜合成效。測驗題型為四選一選擇題，題數為25題，施測時間皆約50分鐘。四、六年級成就測驗的信度分別為.81與.79，而CTT試題的平均難度分別為.56與.52，代表測驗的信度良好，且試題難易度適中。由於不同年級的題目沒有共同題，故分別用IRT估計，能力值單位為logit。但因兩個年級版本的量尺並未等化，因此成就測驗分數作為依變項進行分析時不宜合併處理。

三、研究程序

本研究的資料收集來自兩個時間點，由各班級任老師擔任主試者，試測地點於學生原班教室。2018年6月進行一般詞彙知識與數學詞彙知識測驗之施測，當時兩群學生分別是三和五年級的學年末。2019年5月進行智力測驗與數學成就測驗之施測，當時學生為四和六年級的學年末。考量學校合作意願，所有施測班級每次施測時間最多兩節課，因此，智力測驗安排在2019年施測。

四、資料分析

本研究採用Mplus 8.3 (Muthén & Muthén, 2019)統計軟體進行結構方程模式的路徑分析，資料雖有少數遺漏但未做插補。由於智力與數學成就的測驗工具在四年級與六年級量尺上未垂直等化，因此本研究所採取的策略是分別適配四年級與六年級的路徑分析模型，根據模型估計參數值及其標準化估計值，作為本研究討論結果的主要依據。又因所有路徑分析模型均屬飽和模型，適配度非0即1，代表共變異數矩陣所提供的訊息恰好等

於模型的估計參數，模式參數估計結果僅具備描述性功能，模式適配結果不具假設考驗的功能。此外，本研究的相關矩陣採用SPSS 23.0進行分析。

肆、研究結果與討論

一、描述統計

表1與表2呈現四年級與六年級各變項的平均數、標準差，與遺漏值等描述統計，以及兩兩變項的相關值。本研究的四年級學生非語文智力和語文智力的平均數分別為107.85與108.48，略高於常模平均數100，六年級則為100.19與98.95，與常模平均相近。四年級學生的一般詞彙知識測驗平均能力值為0.67，略低於常模平均能力值0.83，而六年級則相反，平均數能力值為1.22，略高於常模

的1.10。數學詞彙知識測驗類似，四年級學生的平均能力值為0.65，略低於常模平均能力值0.87，而六年級學生平均能力值為1.46，略高於常模平均能力值1.23。至於各變項間的相關，四年級屬中度相關($r = .37 \sim .67$ ，中位數.43)，六年級則屬於中至高度相關($r = .42 \sim .71$ ，中位數.53)。無論是四或六年級的相關矩陣，語文智力與非語文智力之間皆具有最強的關聯性。一般詞彙知識與數學詞彙知識兩者之間具有最強的相關，其次則在四年級時與語文智力、六年級時與數學成就有較強的關聯性。數學成就和兩種詞彙知識的相關，在四年級是和兩種詞彙知識有相當的關聯性，在六年級則是和數學詞彙知識有較強的關聯性。可能因施測時間，數學成就與2018年取得的兩種詞彙知識的相關程度低於與2019年同期取得的兩種智力的相關。

表1：四年級各變項之敘述統計及相關矩陣($n = 342$)

變項	非語文智力	語文智力	一般詞彙	數學詞彙	數學成就
語文智力	.67***				
一般詞彙	.39***	.46***			
數學詞彙	.37***	.43***	.48***		
數學成就	.65***	.52***	.40***	.39***	
遺漏值	9	9	17	17	11
全體平均數	107.85	108.48	0.67	0.65	0.23
全體標準差	13.02	13.06	0.80	0.65	0.84

註：*** $p < .001$ 。

表2：六年級各變項之敘述統計及相關矩陣($n = 395$)

變項	非語文智力	語文智力	一般詞彙	數學詞彙	數學成就
語文智力	.71***				
一般詞彙	.42***	.52***			
數學詞彙	.49***	.50***	.61***		
數學成就	.62***	.65***	.53***	.56***	
遺漏值	16	16	56	55	18
全體平均數	100.19	98.95	1.22	1.46	0.48
全體標準差	15.23	14.69	0.85	0.67	1.09

註：*** $p < .001$ 。

二、四年級的一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的預測

四年級學生前期一般詞彙知識與數學詞彙知識對後期數學成就的預測，效果值如表3，圖2則為標準化路徑分析模型。結果顯

示，未納入非語文智力和語文智力時，四年級學生的一般詞彙知識直接正向預測數學詞彙知識($\beta = .48, p < .001$)，且一般詞彙知識($\beta = .28, p < .001$)與數學詞彙知識($\beta = .26, p < .001$)均顯著直接正向預測數學成就；一般

表3：四年級標準化路徑分析之效果

參數／效果	未納入智力因素		納入智力因素		
	數學詞彙	數學成就	一般詞彙	數學詞彙	數學成就
非語文智力					
全體效果	—	—	.15*	.16*	.50***
間接效果	—	—	—	.05*	.03*
直接效果	—	—	.15*	.11	.47***
語文智力					
全體效果	—	—	.36***	.32***	.22***
間接效果	—	—	—	.13**	.07**
直接效果	—	—	.36***	.19**	.15*
一般詞彙					
全體效果	.48***	.40***	—	.35***	.14**
間接效果	—	.12***	—	—	.04*
直接效果	.48***	.28***	—	.35***	.10*
數學詞彙					
直接效果	—	.26***	—	—	.11*

註：* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$ 。

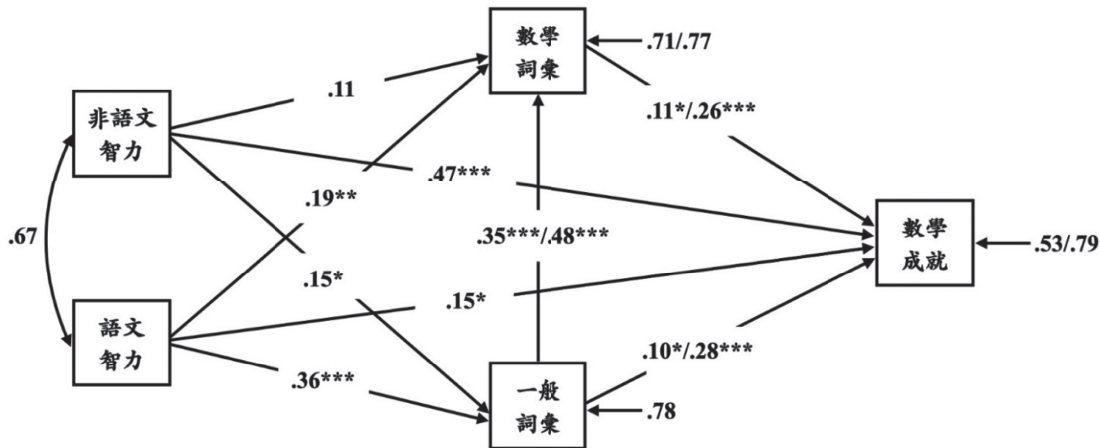


圖2：四年級標準化路徑分析模型

註：1.斜線右方數值為未納入智力因素之標準化係數。
2.* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$ 。

詞彙知識經數學詞彙知識間接預測數學成就 ($\beta = .12, p < .001$)，數學詞彙知識具部分中介效果。在納入非語文智力和語文智力的情況下，效果值略有下降，但四年級學生的一般詞彙知識對數學詞彙知識仍有直接效果 ($\beta = .35, p < .001$)，且一般詞彙知識 ($\beta = .10, p = .038$) 與數學詞彙知識 ($\beta = .11, p = .025$) 亦顯著直接正向預測數學成就；一般詞彙知識經數學詞彙知識間接預測數學成就 ($\beta = .04, p = .03$)，數學詞彙知識具部分中介效果。此外，非語文智力 ($\beta = .47, p < .001$) 和語文智力 ($\beta = .15, p = .010$) 皆正向預測數學成就。兩個模型的決定係數分別為 .21 和 .47，代表一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的解釋量達 21%，納入非語文智力和語文智力後，整體模型可解釋 47% 的數學成就變異量。

簡言之，考量非語文智力和語文智力對一般詞彙知識、數學詞彙知識和數學成就的

影響因素後，前期一般詞彙知識與數學詞彙知識對後期數學成就仍具有預測力，數學詞彙知識在一般詞彙知識與數學成就之間具部分中介效果，表示取得良好的數學成就需有雙重學習路徑。換句話說，學生在三年級時奠定較好的一般詞彙知識與數學詞彙知識基礎，有助四年級時取得良好的數學成就。

三、六年級的一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的預測

六年級學生前期一般詞彙知識與數學詞彙知識對後期數學成就的預測，效果值如表 4，圖 3 則為標準化路徑分析模型。結果顯示，未納入非語文智力和語文智力時，六年級學生的一般詞彙知識直接預測數學詞彙知識 ($\beta = .62, p < .001$)，且一般詞彙知識 ($\beta = .29, p < .001$) 與數學詞彙知識 ($\beta = .38, p < .001$) 均顯著直接正向預測數學成就；一般

表 4：六年級標準化路徑分析之效果

參數／效果	未納入智力因素		納入智力因素		
	數學詞彙	數學成就	一般詞彙	數學詞彙	數學成就
非語文智力					
全體效果	—	—	.09	.28***	.32***
間接效果	—	—	—	.04	.07**
直接效果	—	—	.09	.23***	.25***
語文智力					
全體效果	—	—	.46***	.31***	.42***
間接效果	—	—	—	.22***	.13***
直接效果	—	—	.46***	.09	.29***
一般詞彙					
全體效果	.62***	.52***	—	.47***	.24***
間接效果	—	.23***	—	—	.10***
直接效果	.62***	.29***	—	.47***	.15**
數學詞彙					
直接效果	—	.38***	—	—	.20***

註：** $p < .01$, *** $p < .001$ 。

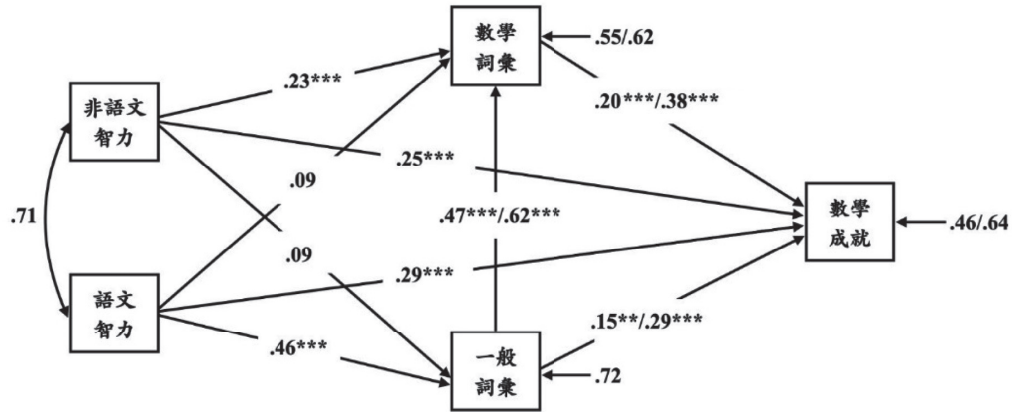


圖3：六年級標準化路徑分析模型

註：1.斜線右方數值為未納入智力因素之標準化係數。

2. ** $p < .01$, *** $p < .001$ 。

詞彙知識經數學詞彙知識間接預測數學成就 ($\beta = .23, p < .001$)，數學詞彙知識具部分中介效果。在納入非語文智力和語文智力的情況下，效果值略有下降，但六年級學生的一般詞彙知識對數學詞彙知識仍具直接效果 ($\beta = .47, p < .001$)，且一般詞彙知識 ($\beta = .15, p = .003$) 與數學詞彙知識 ($\beta = .20, p < .001$) 亦顯著直接正向預測數學成就；一般詞彙知識經數學詞彙知識間接預測數學成就 ($\beta = .10, p < .001$)，數學詞彙知識具部分中介效果。值得注意的是，數學詞彙知識對數學成就的直接效果大於一般詞彙知識。此外，非語文智力 ($\beta = .25, p < .001$) 和語文智力 ($\beta = .29, p < .001$) 皆正向預測數學成就。兩個模型的決定係數分別為.36和.56，代表一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的解釋量達36%，納入非語文智力和語文智力後，整體模型可解釋56%的數學成就變異量。

簡言之，考量非語文智力和語文智力對一般詞彙知識、數學詞彙知識和數學成就的影響因素後，前期一般詞彙知識與數學詞彙知識對後期數學成就仍具有預測力，數學詞

彙知識在一般詞彙知識與數學成就之間具部分中介效果，表示取得良好的數學成就需有雙重學習路徑。換句話說，學生在五年級時奠定較好的一般詞彙知識與數學詞彙知識基礎，有助六年級時取得良好的數學成就。

四、四年級與六年級的一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學成就的差異

無論有無納入智力因素，相較於四年級學生，六年級學生一般詞彙知識預測數學詞彙知識、一般詞彙知識與數學詞彙知識預測數學成就的直接效果量均增加，且兩種詞彙知識對數學成就的直接效果從旗鼓相當變成數學詞彙知識的效果大於一般詞彙知識。此外，非語文智力和語文智力對數學成就的直接效果，從四年級時非語文智力的效果遠大於語文智力，於六年級時變成語文智力的效果略大於非語文智力。簡言之，考量非語文智力和語文智力對一般詞彙知識、數學詞彙知識和數學成就的影響因素後，無論四、六年級學生，取得良好的數學成就均需有雙重

學習路徑，且在高年級時，經由數學詞彙知識的路徑對數學成就的效果越大。

伍、結論與建議

本研究為研究者所知第一個同時納入非語文智力和語文智力，探討前期的一般詞彙知識和數學詞彙知識如何影響後期數學成就，並比較國小中、高年級差異的實證研究。回應三個研究問題的結果顯示，第一，四年級學生無論有無納入非語文智力和語文智力，一般詞彙知識和數學詞彙知識對數學成就具有相當的直接預測力，數學詞彙知識在一般詞彙知識與數學成就之間具部分中介效果，代表存有雙重學習路徑。第二，六年級學生無論有無納入非語文智力和語文智力，數學詞彙知識對數學成就的直接效果大於一般詞彙知識對數學成就的預測力，數學詞彙知識在一般詞彙知識與數學成就之間具部分中介效果，代表存有雙重學習路徑。第三，長期而言在國小數學學習上兩種路徑並存，前期一般詞彙知識與數學詞彙知識對後期數學成就的預測力於高年級學生更強，且數學詞彙知識隨年級越高越顯關鍵。

本研究的非語文智力和語文智力對數學成就具有一定的預測力，此結果與過去的研究結果一致(Green et al., 2017; Kytälä & Lehto, 2008; Lervåg et al., 2019; Peng & Lin, 2019)，因此若要單純探討一般詞彙知識、數學詞彙知識、數學成就三者之間的關係，納入智力因素是重要的。雖然本研究可能因施測時間以致非語文智力和語文智力與同期數學成就的相關程度與預測力較高，然而，在納入非語文智力和語文智力後，無論是前期的一般詞彙知識或是數學詞彙知識，對後期數學成就仍具有獨特的預測力，更彰顯出一般詞彙知識與數學詞彙知識對數學學習與發展的重要性。

本研究發現取得良好數學成就需要雙重路徑，也就是一般詞彙知識除了直接預測數學成就，亦需經由數學詞彙知識預測數學成就，和Peng與Lin (2019)四年級學生一般詞彙知識及兩主題(測量與幾何)的數學詞彙知識皆預測文字題解能力的結果相同，但不同於該研究中三主題(測量、幾何、數值運算)的數學詞彙知識對運算能力無顯著預測力，亦不同於Purpura與Reid (2016)幼兒數學詞彙知識完全中介一般詞彙知識對數量知識的預測力，以及Ünal等(2021)研究中美國學生與土耳其高能力學生的數學詞彙知識完全中介一般詞彙知識對運算能力的預測力。從上述研究結果可以肯定的是，數學詞彙知識的學習需要以一般詞彙知識作為學習工具，就像在教室課堂中老師平常在講解數學概念或題目時，會運用一般詞彙來解釋數學詞彙，從而幫助學生理解相關的數學概念。然而，數學詞彙知識和數學成就的範圍可能影響數學詞彙知識對數學成就的預測力，以致控制智力因素時分成三主題的數學詞彙知識無法預測四年級的運算能力(Peng & Lin)，但未控制智力因素時數學詞彙知識又能完全中介八年級的運算能力(Ünal et al.)。當數學成就的涵蓋較廣，如本研究工具包含概念理解、程序執行與解題思考等多種表現類型，無論有無納入智力因素，前期數學詞彙知識部分中介四、六年級的數學成就，代表學生需要能夠同時掌握前期的一般詞彙知識和數學詞彙知識，才能正確理解題目、促進解題，從而取得未來較好的數學成就。

本研究的雙重路徑顯示一般詞彙知識和數學詞彙知識對數學成就存有馬太效應(Duff et al., 2015)，是選擇及安排教育介入的關鍵。當學生理解越多一般詞彙知識與數學詞彙知識，有助建構數學知識，並選擇適當的方式來解決數學問題，進而增進數學成就

表現(Powell et al., 2017)。尤其現今為培養學生的素養能力，數學課本內容和考題敘述變得越來越長，不但期待學生要讀完，還要能讀得深、讀得懂。閱讀研究很早就確定即使是學童也能從一個句子的脈絡推論出生詞的意義(Cain, Oakhill, & Elbro, 2003; Nagy et al., 1985)，但文獻也顯示工作記憶廣度低者生詞意義的推論較差(Cain, Oakhill, & Lemmon, 2004; Hansson et al., 2004)，這代表語句中有一個意義模糊的詞彙雖然可從前後文推敲出可能的意義，但此一過程耗費認知資源，尤其需要工作記憶維持更多前後文的訊息方能進行語意推論；若生詞意義推論有困難，就可能造成閱讀理解的困難。閱讀是數學學習與問題解決的基礎，如果學生能夠掌握一般詞彙知識與數學詞彙知識，則學生在學習數學的歷程中，或是處理數學題目上，可以花較少的認知資源在理解詞彙內容和數學概念，而將更多的認知資源分配在其他程序(Fuchs et al., 2015; Lin, 2021; Lin et al., 2021; Peng & Lin, 2019; Peng et al., 2020; Powell et al.)，例如：進行數學概念之間的組織統整，或辨識題意並正確解題與運算。反之，若學生對一般詞彙知識與數學詞彙知識的掌握不佳，就需要耗費更多的認知資源與時間來理解詞彙與推論語意，在認知資源不足的情況下，要從理解課本或考題文本進展至組織概念、解題與運算等，不僅更為困難也較容易出錯，影響其數學成就表現和能力發展。

此外，本研究結果凸顯了隨著學習階段的發展，要有好的數學成就，不僅更加仰賴一般詞彙知識和數學詞彙知識，數學詞彙知識的重要性也與日俱增。文獻上，數學詞彙知識對運算能力的預測力從不顯著(Peng & Lin, 2019)到完全中介(Ünal et al., 2021)，也可說是反映了數學詞彙知識在數學能力發展過程中扮演關鍵角色。數學詞彙知識始自幼兒

時期的數字、數量知識和簡單的空間詞彙(Lin et al., 2021; Purpura & Reid, 2016)，逐漸衍生連結相關的概念、運算和性質等數學詞彙知識，如三角形、內角和、畢氏定理、正弦定理等，越加多元、抽象。這意味著隨年級增長，需要學習的數學詞彙越多也越複雜，需要理解的數學概念以及需要處理的數學成就測驗題目難度亦隨之增加，因此不僅需要運用更多一般詞彙知識來理解數學題目，更需要累積擴大數學詞彙知識的廣度和深度來解決數學任務問題(Powell et al., 2013; Powell et al., 2017; Sayeski & Paulsen, 2010)。在本研究中，六年級學生的數學詞彙知識在一般詞彙知識對數學成就之間的間接效果高於四年級學生，可見在數學成就測驗解題上越加仰賴一般詞彙知識與數學詞彙知識之間的融會貫通。另一方面，隨著年級越高、數學內容越深，教師在教學時更可能運用大量學過的數學詞彙來說明新的數學知識，若學生未能掌握數學詞彙知識，就會造成數學學習困難(Riccomini et al., 2015; Simpson & Cole, 2015; Ünal et al.)。面對數學成就落後的學生，教師可及早介入，如複習與強化前期的數學詞彙知識，幫助低成就學生鞏固舊知識，從而能學習新單元。

最後，基於本研究在研究時間、研究對象和分析變項的限制，提出未來研究建議。第一，非語文智力和語文智力與一般詞彙知識和數學詞彙知識同時施測，隔年再施測數學成就，或者所有變項同時施測兩至三次，更利於檢驗發展變化和預測力。第二，追蹤不同國家地區的國小生、或不同年齡層的中學生等，廣泛瞭解並統整一般詞彙知識和數學詞彙知識預測中小學生數學成就的有效路徑。第三，納入其他預測數學成就的變項，如工作記憶、閱讀理解能力、數學運算能力等，更完整地探究影響數學成就發展的重要

因素與學習路徑。第四，進行跨國研究，比較不同文化語系環境下，一般詞彙知識和數學詞彙知識對數學成就的影響與差異。

的碩士論文，感謝林世華老師在資料分析與解釋上的指導，同時感謝科技部計畫(MOST 105-2511-S-003-039-MY3與MOST 108-2511-H-003-014-MY3)對吳昭容的研究經費補助。

誌謝

本文改寫自陳映涵在吳昭容指導下

參考文獻

吳昭容、曾建銘、陳柏熹(2020)。國民中小學數學詞彙知識測驗。心理。

[Wu, C.-J., Cheng, C.-M., & Chen, P.-H. (2020). *Mathematical vocabulary ability test for elementary and junior high school education*. Psychological.]

洪儷瑜、陳心怡、陳柏熹、陳秀芬(2014)。詞彙成長測驗。中國行為科學社。

[Hung, L.-Y., Chen, H.-Y., Chen, P.-H., & Chen, H.-F. (2014). *Progress monitoring test of vocabulary*. Chinese Behavioral Science.]

陳美芳、陳心怡(2006)。國小中高年級學校能力測驗。中國行為科學社。

[Chen, M.-F., & Chen, H.-Y. (2006). *Otis-Lennon school ability test (Chinese version)*. Chinese Behavioral Science.]

國家教育研究院(2018)。長期主題型調查——臺灣學生學習成就評量資料庫(TASA)。http://bit.ly/3mEHw7

[National Academy for Educational Research. (2018). *Longitudinal study—Taiwan assessment of student achievement*. http://bit.ly/3mEHw7]

曾雅瑛、黃秀霜(2002)。國民小學中文詞彙閱讀測驗之編製。測驗年刊，49(2)，199-216。

[Tseng, Y.-Y., & Huang, H.-S. (2002). The development of the Chinese vocabulary test for elementary school children. *Psychological Testing*, 49(2), 199-216.]

廖晨惠、黃忻怡、曹傑如、白鎧鈺(2012)。國小低年級學童聲韻覺識、聲旁表音覺識、造詞能力、斷詞能力、與中文閱讀之縱貫性研究。測驗統計年刊，20(下)，31-65。https://doi.org/10.6773/JRMS.201212.0031

[Liao, C.-H., Huang, S.-Y., Tsao, C.-J., & Pai, K.-C. (2012). Phonological awareness, phonetic awareness, word construction, and word parsing skills in Chinese: A grade 1 to grade 2 longitudinal study. *Journal of Research on Measurement and Statistics*, 20(2), 31-65. https://doi.org/10.6773/JRMS.201212.0031]

Binder, K. S., Cote, N. G., Lee, C., Bessette, E., & Vu, H. (2017). Beyond breadth: The contributions of vocabulary depth to reading comprehension among skilled readers. *Journal of Research in Reading*, 40(3), 333-343. https://doi.org/10.1111/1467-9817.12069

- Blazhenkova, O., & Kozhevnikov, M. (2010). Visual-object ability: A new dimension of non-verbal intelligence. *Cognition*, 117(3), 276-301. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.08.021>
- Boschmans, S.-A., & Webb, P. (2014). Evaluating the relationship between general health vocabulary and student achievement in pharmacology. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 78(6), 122. <https://doi.org/10.5688/ajpe786122>
- Cain, K., Oakhill, J. V., & Elbro, C. (2003). The ability to learn new word meanings from context by school-age children with and without language comprehension difficulties. *Journal of Child Language*, 30(3), 681-694. <https://doi.org/10.1017/S0305000903005713>
- Cain, K., Oakhill, J., & Lemmon, K. (2004). Individual differences in the inference of word meanings from context: The influence of reading comprehension, vocabulary knowledge, and memory capacity. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 671-681. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.671>
- Caro, K., & Mendinueta, N. R. (2017). Lexis, lexical competence and lexical knowledge: A review. *Journal of Language Teaching and Research*, 8(2), 205-213. <https://doi.org/10.17507/jltr.0802.01>
- Duff, D., Tomblin, J. B., & Catts, H. (2015). The influence of reading on vocabulary growth: A case for a Matthew effect. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 58(3), 853-864. https://doi.org/10.1044/2015_JSLHR-L-13-0310
- Dulaney, A., Vasilyeva, M., & O'Dwyer, L. (2015). Individual differences in cognitive resources and elementary school mathematics achievement: Examining the roles of storage and attention. *Learning and Individual Differences*, 37, 55-63. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.11.008>
- Edwards, A. S. (1936). A mathematics vocabulary test and some results of an examination of university freshmen. *Journal of Educational Psychology*, 27(9), 694-697. <https://doi.org/10.1037/h0062378>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Hamlett, C. L., & Wang, A. Y. (2015). Is word-problem solving a form of text comprehension? *Scientific Studies of Reading*, 19(3), 204-223. <https://doi.org/10.1080/10888438.2015.1005745>
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539-1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Green, C. T., Bunge, S. A., Chiongbian, V. B., Barrow, M., & Ferrer, E. (2017). Fluid reasoning predicts future mathematical performance among children and adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology*, 157, 125-143. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.12.005>
- Hansson, K., Forsberg, J., Löfqvist, A., Mäki-Torkko, E., & Sahlén, B. (2004). Working memory and novel word learning in children with hearing impairment and children with specific language impairment. *International Journal of Language & Communication Disorders*, 39(3),

- 401-422. <https://doi.org/10.1080/13682820410001669887>
- Kaufman, A. S., & Lichtenberger, E. O. (2005). *Assessing adolescent and adult intelligence* (3rd ed.). Wiley.
- Kyttälä, M., & Lehto, J. E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23(1), 77-94. <https://doi.org/10.1007/BF03173141>
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81(6), 1753-1767. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- Lervåg, A., Dolean, D., Tincas, I., & Melby-Lervåg, M. (2019). Socioeconomic background, nonverbal IQ and school absence affects the development of vocabulary and reading comprehension in children living in severe poverty. *Developmental Science*, 22(5). <https://doi.org/10.1111/desc.12858>
- Lin, X. (2021). Investigating the unique predictors of word-problem solving using meta-analytic structural equation modeling. *Educational Psychology Review*, 33(3), 1097-1124. <https://doi.org/10.1007/s10648-020-09554-w>
- Lin, X., Peng, P., & Zeng, J. (2021). Understanding the relation between mathematics vocabulary and mathematics performance: A meta-analysis. *The Elementary School Journal*, 121(3), 504-540. <https://doi.org/10.1086/712504>
- Lin, X., & Powell, S. R. (2021). The roles of initial mathematics, reading, and cognitive skills in subsequent mathematics performance: A meta-analytic structural equation modeling approach. *Review of Educational Research*, 92(2), 288-325. <https://doi.org/10.3102/00346543211054576>
- Moghadam, S. H., Zainal, Z., & Ghaderpour, M. (2012). A review on the important role of vocabulary knowledge in reading comprehension performance. *Procedia—Social and Behavioral Sciences*, 66, 555-563. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.300>
- Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 46(3), 139-142. <https://doi.org/10.1080/10459880209603359>
- Morosanova, V. I., Fomina, T. G., & Bondarenko, I. N. (2015). Academic achievement: Intelligence, regulatory, and cognitive predictors. *Psychology in Russia*, 8(3), 136-156. <https://doi.org/10.11621/pir.2015.0311>
- Moschkovich, J. N. (2015). Scaffolding student participation in mathematical practices. *Mathematics Education*, 47(7), 1067-1078. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0730-3>
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2019). Mplus (Version 8.3) [Computer software]. Author.
- Nagy, W. E., Herman, P. A., & Anderson, R. C. (1985). Learning words from context. *Reading Research Quarterly*, 20(2), 233-253. <https://doi.org/10.2307/747758>

- Ouellette, G. P. (2006). What's meaning got to do with it: The role of vocabulary in word reading and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 98(3), 554-566. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.3.554>
- Peng, P., & Lin, X. (2019). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences*, 69, 11-21. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.11.006>
- Peng, P., Lin, X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J., & Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595-634. <https://doi.org/10.1037/bul0000231>
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455-473. <https://doi.org/10.1037/edu0000079>
- Peng, P., Sun, C., Li, B., & Tao, S. (2012). Phonological storage and executive function deficits in children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 112(4), 452-466. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.04.004>
- Pina, V., Fuentes, L. J., Castillo, A., & Diamantopoulou, S. (2014). Disentangling the effects of working memory, language, parental education, and non-verbal intelligence on children's mathematical abilities. *Frontiers in Psychology*, 5, 415. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00415>
- Powell, S. R., Driver, M. K., Roberts, G., & Fall, A.-M. (2017). An analysis of the mathematics vocabulary knowledge of third- and fifth-grade students: Connections to general vocabulary and mathematics computation. *Learning and Individual Differences*, 57, 22-32. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.05.011>
- Powell, S. R., Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2013). Reaching the mountaintop: Addressing the common core standards in mathematics for students with mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 28(1), 38-48. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12001>
- Powell, S. R., & Nelson, G. (2017). An investigation of the mathematics-vocabulary knowledge of first-grade students. *The Elementary School Journal*, 117(4), 664-686. <https://doi.org/10.1086/691604>
- Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(4), 647-658. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004>
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36,

- 259-268. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020>
- Pyburn, D. T., Pazicni, S., Benassi, V. A., & Tappin, E. E. (2013). Assessing the relation between language comprehension and performance in general chemistry. *Chemistry Education Research and Practice*, 14(4), 524-541. <https://doi.org/10.1039/C3RP00014A>
- Radford, A. W., Fritch, L. B., Leu, K., & Duprey, M. (2018). *High school longitudinal study of 2009 (HSL:09) second follow-up: A first look at fall 2009 ninth-graders in 2016*. National Center for Education Statistics. <https://reurl.cc/ErqvOv>
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly*, 31(3), 235-252. <https://doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995>
- Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, 24(7), 1301-1308. <https://doi.org/10.1177/0956797612466268>
- Rosado, N., & Caro, K. G. (2018). The relationship between lexis and reading comprehension: A review. *English Language Teaching*, 11(11), 136-147. <https://doi.org/10.5539/elt.v11n11p136>
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 418-431. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.012>
- Sayeski, K. L., & Paulsen, K. J. (2010). Mathematics reform curricula and special education: Identifying intersections and implications for practice. *Intervention in School and Clinic*, 46(1), 13-21. <https://doi.org/10.1177/1053451210369515>
- Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-159. <https://doi.org/10.1080/10573560601158461>
- Shen, Z. (2008). The roles of depth and breadth of vocabulary knowledge in EFL reading performance. *Asian Social Science*, 4(12), 135-137. <https://doi.org/10.5539/ass.v4n12p135>
- Simpson, A., & Cole, M. W. (2015). More than words: A literature review of language of mathematics research. *Educational Review*, 67(3), 369-384. <https://doi.org/10.1080/00131911.2014.971714>
- Spinath, B., Freudenthaler, H. H., & Neubauer, A. C. (2010). Domain-specific school achievement in boys and girls as predicted by intelligence, personality and motivation. *Personality and Individual Differences*, 48(4), 481-486. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2009.11.028>
- Swanson, H. L., & Sachse-Lee, C. (2001). Mathematical problem solving and working memory in children with learning disabilities: Both executive and phonological processes are important. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79(3), 294-321. <https://doi.org/10.1006/jecp.2001.2631>

jecp.2000.2587

- Taboada, A. (2012). Relationships of general vocabulary, science vocabulary, and student questioning with science comprehension in students with varying levels of English proficiency. *Instructional Science*, 40(6), 901-923. <https://doi.org/10.1007/s11251-011-9196-z>
- Toll, S. W. M., & Van Luit, J. E. H. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children*, 81(1), 64-78. <https://doi.org/10.1177/0014402914532233>
- Ünal, Z. E., Powell, S. R., Özel, S., Scofield, J. E., & Geary, D. C. (2021). Mathematics vocabulary differentially predicts mathematics achievement in eighth grade higher- versus lower-achieving students: Comparisons across two countries. *Learning and Individual Differences*, 92. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102061>
- Zhang, X., Hu, B. Y., Ren, L., & Fan, X. (2017). Pathways to reading, mathematics, and science: Examining domain-general correlates in young Chinese children. *Contemporary Educational Psychology*, 51, 366-377. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.09.004>

Longitudinal Prediction of General Vocabulary and Mathematics Vocabulary Among Fourth and Sixth Graders: Pathways to Mathematics Achievement

Ying-Han Chen¹, Chao-Jung Wu^{1,2} and Ling-Chia Chang^{1,*}

¹Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University

²Institute for Research Excellence in Learning Sciences, National Taiwan Normal University

Abstract

The role of mathematics vocabulary has received considerable attention. Several studies have examined how mathematics vocabulary mediated the relation between general vocabulary and mathematics outcomes, but the findings were inconsistent. This longitudinal study explored how early knowledge of general and mathematics vocabulary related to later mathematics achievement (encompassing conceptual understanding, procedural knowledge, and problem-solving skills) after including non-verbal and verbal intelligence. The participants were 737 students of 4th and 6th grades. The measurements of mathematics vocabulary and general vocabulary were conducted in June 2018, while the intelligence tests and self-edited mathematics achievement tests were administered in May 2019. The results showed that (1) for 4th graders, both general and mathematics vocabulary could predict mathematics achievement. Mathematics vocabulary partially mediated the relation between general vocabulary and mathematics achievement, which indicated dual pathways to mathematics achievement. (2) For 6th graders, the direct effect of mathematics vocabulary on mathematics achievement was larger than that of general vocabulary on mathematics achievement. Mathematics vocabulary partially mediated the relation between general vocabulary and mathematics achievement, which indicated dual pathways to mathematics achievement. (3) In the long run, two developmental pathways to learning mathematics in elementary school coexisted. While the predictive power of early general and mathematical vocabulary for later mathematical achievement increased with grade level, mathematical vocabulary became more critical for senior graders. The longitudinal pattern of results extends findings from cross-sectional studies of elementary students. The findings suggest that general and mathematics vocabulary may provide the foundational building blocks for mathematics knowledge as well as contribute to comprehension during mathematics performance and learning. In sum, the use of cumulative mathematics vocabulary as a medium will become important and will facilitate students' mathematics achievement.

Key words: General Vocabulary Knowledge, Mathematics Achievement, Mathematics Vocabulary Knowledge

* Corresponding author: Ling-Chia Chang, alcc@ntnu.edu.tw