預知特定時點價格上漲且倉庫容量限制下之最適訂購決策

黃允成* 蘇泰盛**

摘 要

本研究係以傳統經濟批量模式為基礎，探討需求固定的情況下，考量預知特定時點貨品價格上漲且存貨空間受到限制時，決定最適訂購策略之問題，以達到存貨總成本最小化與節省成本極大化為目標。若內部倉庫放滿時，仍然達不到存貨總成本最低時即可考慮外租倉庫。本文以傳統 EOQ 之假設，建構節省成本額之數學模式，進行最適訂購量之探討，再經由範例分析驗證最適訂購量的正確性，最後提出四點結論，作為企業進行訂購決策之參考。

關鍵詞：價格上漲、容量限制、最適訂購量

* 國立屏東科技大學工業管理系教授
** 國立屏東科技大學工業管理系碩士

壹、前言

對多數企業來說，良好存貨管理是影響經營績效的重要因素，主要是因爲存貨所代表的金額，積壓的資金大部份都相當龐大，並且存貨對企業每天作業營運也隨時會發生影響，如何有效地規劃並配合生產需要，達到適時、適量、適質、適地地供應原物料是相當的重要。因此，業者致力於追求存貨成本的降低，不論是製造業或服務業，存貨管理一向被視爲影響企業經營成敗的關鍵因素。

事實上，存貨本身是具有調節生產(服務)與銷售的作用，企業在向供應商訂貨時，必須有效規劃訂購數量的問題，避免因管理不當造成成本的增加或利潤的減少，而在競爭激烈的市場環境下，維持適當的存貨是有其必要性。一般而言，存貨量大，會增加業者所需儲存空間及管理成本；反之，存貨量小，可節省儲存空間及管理成本。然而在實務上，存貨空間大部分是有限制的，業者面臨預知未來貨品價格上漲時，必須考慮「訂購多少」及「何時訂購」等相關問題，其焦點著眼於如何降低存貨總成本。另外，存貨總成本必須同時考量貨品成本、內部儲存成本、外部儲存成本及訂購成本等方面，以決定最適訂購量，使節省成本額達到最大化。

其次，對於未來需求情況明確時，以經濟訂購量模式 EOQ(Economic Order Quantity）是傳統上用來計算存貨總成本最低的訂購數量方法。但是，在實務運作上貨品價格會隨著市場環境改變而調整價格，倉儲空間也會受到限制，並且同時考量兩者進行採購政策，決定最適訂購批量，是本研究探討之主題。

本研究主要目的即在於探討預知特定時點貨品價格上漲且倉庫有容量限制的情況下之最適購量決策，使存貨總成本最低及節省成本額達到最大化爲目標。

貳、文獻探討

存貨管理的研究探討，一直是學者及產業界人士所關注的重要議題，形成的文獻報導也是相當可觀。若以研究內容歸納，可分爲無容量限制下求最適訂購量及有容量限制下求最適訂購量二大類。

2.1 無容量限制下求最適訂購量

Rogers and Tsubakitani（1991）考慮有預算限制和存貨持有成本的情況 下，以非線性規劃的方式求解多層級最小化期望缺貨成本的報童問題，衡量每一時點的庫存量，並推導出最佳化的策略。Bregman（1992）探討信用採購的最佳訂購量，由傳統經濟訂購量進行修正，包括存貨持有成本及倉儲成本，使用現金流量、相關成本（存貨持有成本、倉儲成本）、分析最佳訂購量問題。Khouja（1996）針對服飾業者面臨多重折扣的實情，將報童存貨問題加以推廣，構建一個求解最佳訂購量的模式，以期達到望利潤最大化之目標。Li et al.（1996）完全競爭市場對存貨管制系統之最適訂購量，假設不影響最後零售價格與消費者需求下，買賣雙方以合作與不合作的模式，以傳統 EOQ 求解，得知合作比不合作的期望總利潤較佳。黃允成（民 85）針對需求呈隨機性且服從常態分配，進貨價格具數量折扣且允許缺貨之情況下，並考量額外積壓資金成本，決定最適訂購量及安全存量水準，使總成本最低。Urban and Baker（1997）針對單一期間的存貨模式，在商品價格隨季節變動時，以價格爲基礎建構數學模式，並且作爲決策之依據，最後將決策變數、需求參數進行敏感度分析。Hwang（1997）假設產品品項改善時間服從 Weibull 分配，發展一改善率小於需求率之經濟訂購量（EOQ）模式及改善率大於需求率之部分銷售量（PSQ）模式，接著使用電腦程式及圖解法得到最適訂購量及銷售數量，最後以數值範例闡述改善率對於存貨政策的影響。Ray and Chaudhuri（1997）在允許缺貨、需求率相依於既有存貨、通貨膨脹、時間折扣等因素限制下，發展一個有限時間範圍下的 EOQ 存貨模式，並且使用一數值範例配合所得結

果作討論，另外取出最佳解之參數進行敏感度分析。Klein and Teunter（1998）討論折扣及需求率之變化服從 Poisson 或 uniform 對於 EOQ 模式之影響，作者同時導出一簡單折扣成本訂購數量公式稱之 EOQd，並發現 EOQd 比 EOQ 更適用於需求率小及高固定訂購成本的產品項目上。蔡登茂（民 87）考慮未來供給不確定、採購前置時間呈機率分配及喪失銷售機會之狀況下，利用再生過程的理論，建構一個存貨成本模式，以決定最佳經濟訂購批量，同時針對影響最佳訂購批量之參數進行敏感度分析，提供企業進行訂購決策之參考。Chung and Flynn（2001）報童模式應用在及時反應生產系統上，假設需求為連續性進行生產成本、存貨持有成本、貨品成本之預測，以建構數學公式求總成本極小化，並與典型報童模式進行比較，結果發現其建立之求解方式優於典型報童模式。

2.2 有容量限制下求最適訂購量

Cheng（1990）針對產品價格及訂購量求最佳解的影響，在儲存空間與存貨投資限制下，應用 Kuhn-Tucker 求得最佳解以獲得總利潤極大化。Ishii and Nose（1996）在探討易腐性產品的存貨模式，假設下列三種情況下建構模式（1）兩種型態的顧客，一是只購買最新鮮產品的高優先性顧客，另一則是不限制產品存放期限的低優先性顧客；（2）產品剩餘有效期限所反映出的不同價格；（3）倉儲容量限制，即內部的倉儲有儲存上限，超過上限後，則必須存放至外租的倉庫。在已知未來期間兩種顧客的需求為獨立，存貨消耗以高優先性顧客的需求為優先，其次為低優先的顧客，以先進先出原則（FIFO）耗用為主。其結論是在兩種型態的缺貨成本、不同時效的售價、過時成本、購買成本及持有成本情況下，推導出一個能得到最大期望利潤之最佳訂購策略。Lau and Lau（1996）針對多種報童形式的產品且資源容量有限制下，解決大量複雜的報童產品問題，應用修正後 Hadley-Whitin 求最適訂購量。陳煌儒（民 85）在考慮原料存貨及進貨調整成本和倉儲容量是一種耗竭性資源的情況下，利用微分賽局法分析同業廠際聯合採購原料的策略聯盟，經由分析

後產生較有利的策略效益。Roy and Maiti（1997）探討在有限制儲存空間、需求及單位成本相關的條件限制下，應用 fuzzy 非線性與線性函數求解，結論 fuzzy EOQ 模式優於 crisp 模式。楊惠齡和陳茂生（民 88）探討在需求函數爲線性遞增函數的情況下，當存貨容量受到限制時找出一最佳的訂貨策略，使得相關的總成本爲最小。Gallego and Wolf（2000）在固定訂購成本模式，考量有容量限制之存貨問題，以 CK-convex function 建構一個簡單的最適訂購決策。Guder and Zydiak（2000）在固定訂購成本模式，考量有容量限制多項產品進行數量折扣之存貨系統，應用 Page and Paul（1976）撰寫的電腦程式，求最適訂購量，使存貨總成本極小化。

綜合以上探討可知，雖然關於存貨管理相關文獻數量已經累積不少，但仍明顯有下列不足之處。亦即多數存貨管理研究缺乏探討貨品價格上漲，且同時考量倉庫有容量限制下之因素，進而形成最適採購策略。因此，本研究即是以此觀點，針對預知特定時點貨品價格上漲且倉庫有容量限制下，提出一個最適訂購量之模型，提供企業進行訂購決策之參考。

參、數學模式推導

本文中針對預知特定時點貨品價格上漲時，倉庫在無容量限制及有容量限制下，使存貨總成本最低與節省成本額最大化爲目標。本研究之存貨模式假設說明列示如下：

3.1 基本假設

1. 年需求爲已知且確定。
2. 每期訂購一次且期初收到，且前置時間爲零（隨訂隨到）。
3. 前置時間爲零。
4. 預知漲價之時點在 t' 之前，t' 在 t_1 之前。

5. 每次請購只交貨一次。
6. 未考慮數量折扣。
7. 只包含一種產品。
8. 使用率平均分佈於整年中。
9. 不允許缺貨。
10. 外租倉庫之單位儲存成本大於內部倉庫之單位儲存成本，且外租倉庫無容量限制。

針對倉庫無容量限制與有容量限制之漲價存貨模式彙整（如圖 1 及圖 2 所示）。

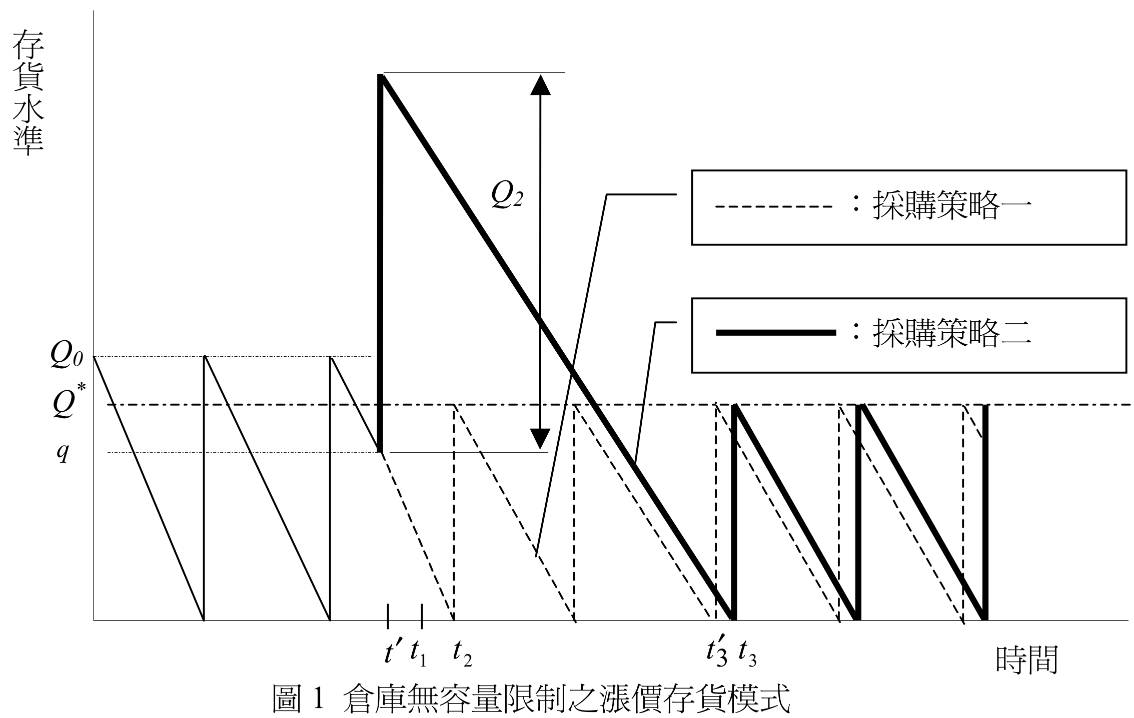

圖 1 倉庫無容量限制之漲價存貨模式

圖 1 爲倉庫無容量限制之漲價存貨模式，採購策略一在t'時點（漲價前）未進行採購，而在t_2時點採購 Q^*之數量，t_2時點後依 EOQ 模式進行採購。採購策略二在t'時點採購 Q_2之數量，在t_1時點之後依漲價後之 EOQ 模式進行採購。所以二種不同的採購策略最大差異在t'時點是否進行採購。

本文所謂採購策略一是指t_1漲價時點前未訂購 Q_2（在有容量限制下之採

購數量為 Q_3，以下同），t_1 時點後以漲價後之價格進行採購，漲價後之單次採購存貨成本；所謂採購策略二是指 t_1 漲價時點前，在 t' 時點訂購 Q_2（Q_3），t_1 時點後以漲價後之價格進行採購，漲價後之單次採購存貨成本。存貨總成本包括貨品成本、儲存持有成本及訂購成本等三個項目。

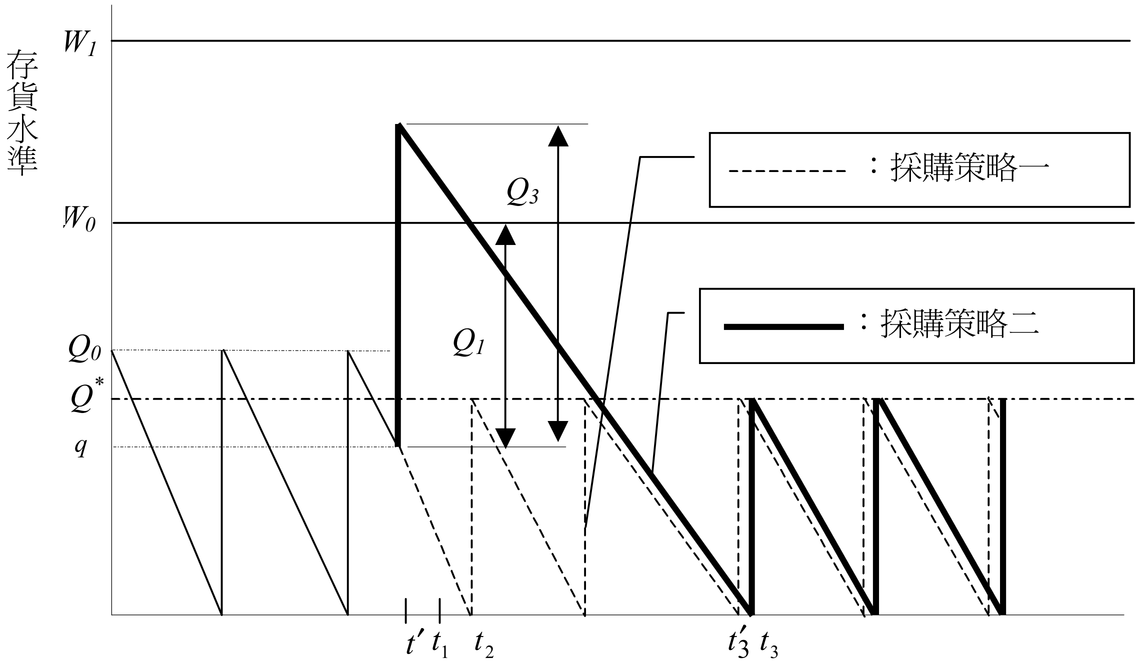

圖 2 倉庫有容量限制之漲價存貨模式

圖 2 為倉庫有容量限制之漲價存貨模式，在 t' 時點採取採購策略一與採購策略二兩種方式進行，若內部倉庫放滿時（W_0 為內部倉庫最大容量限制），仍然達不到存貨總成本最低時即可考慮外租倉庫（W_1 為外部倉庫最大容量限制），同時考量貨品漲價與倉庫容量限制，對 t'~t_3 期間存貨總成本之影響。

3.2 符號定義

1. 決策變數

Q_2 =倉庫無容量限制下之最適訂購量，單位為(件/次)或 (件/時間)

Q_3 =倉庫有容量限制下之最適訂購量，單位為(件/次)或 (件/時間)

2. 參數

P =漲價前單位價格(元)

K =預知上漲價格(元)

C_0 =每批次訂購成本，單位為(元/次)

D =年需求量

Q_1 = $W_0 - q$

Q_0 =漲價前之最適訂購量

Q^* =漲價後之最適訂購量

W_0 =內部倉庫最大容量限制

W_1 =外租倉庫容量

q =現有庫存量

C_h =單位儲存成本率

$Ch_{in} = C_h \times P$=漲價前內部之單位儲存成本，單位為(元/次.時間)，與單位進貨價格有關

$Ch_{in'} = C_h \times (P + K)$=漲價後內部之單位儲存成本，單位為(元/次.時間)，與單位進貨價格有關

Ch_{out} =外租倉庫之單位儲存成本，單位為(元/次.時間)，與單位進貨價格無關

t' =採購策略二之採購時點

t_1 =漲價時點

t_3 =採購策略二 $q+Q_2$（或 Q_3）使用完之時點

TC_1 =倉庫無容量限制下，$t' \sim t_3$ 之間，採購策略一之存貨總成本

TC_2 =倉庫無容量限制下，$t' \sim t_3$ 之間，採購策略二之存貨總成本

TC_3 =倉庫有容量限制下，$t' \sim t_3$ 之間，採購策略一之存貨總成本

TC_4 =倉庫有容量限制下，$t' \sim t_3$ 之間，採購策略二之存貨總成本

一、倉庫無容量限制下求最適訂購量 Q₂

倉庫無容量限制是假設倉庫空間無限大，不論採購量的多寡內部倉庫足夠儲存不受影響，求最適訂購量。

以下針對倉庫無容量限制下節省成本額進行數學模式之推導。本文所謂節省成本額是指在倉庫無（或有）容量限制下，在t'到t_3之間，採取採購策略一與採購策略二之存貨總成本的差額稱為節省成本額，以ΔTC_{12}（或ΔTC_{34}）表示。

1.採購策略一之存貨總成本(t'到t_3期間)

t_1漲價時點前未訂購 Q_2，t_1時點後以漲價後之價格進行採購，即是在採購策略一下，漲價後之單次採購存貨成本，如公式（1）所示。其中存貨總成本包括漲價後貨品成本、漲價後內部儲存成本、漲價前內部儲存成本以及訂購成本。

$$TC_1 = (P+K)\cdot Q_2 + \frac{Q^*}{2}\cdot\frac{Q_2}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{q}{2}\cdot\frac{q}{D}\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\frac{Q_2}{Q^*} \tag{1}$$

2.採購策略二之存貨總成本(t'到t_3之間)

t_1漲價時點前，在t'時點訂購 Q_2，t_1時點後以漲價後之價格進行採購，即是在採購策略二下，漲價後之單次採購存貨成本，如公式（2）所示。其中存貨總成本包括漲價前貨品成本、漲價前內部儲存成本以及訂購成本。

$$TC_2 = P\cdot Q_2 + \frac{(Q_2+q)}{2}\cdot\frac{(Q_2+q)}{D}\cdot Ch_{in} + C_0 \tag{2}$$

$$\therefore \Delta TC_{12} = TC_1 - TC_2$$

$$= K\cdot Q_2 + \sqrt{\frac{2\cdot C_0\cdot Ch_{in'}}{D}}\cdot Q_2 - \frac{Q_2^2}{2\cdot D}\cdot Ch_{in} - \frac{Q_2\cdot q}{D}\cdot Ch_{in} - C_0 \tag{3}$$

ΔTC_{12} 一階導數求極值：

由一階導數的性質判別極值，對 Q_2 求一階導數並令其為 0，可找出最適訂購量。

$$Q_2 = \frac{K \cdot D + Ch_{in'} \cdot Q^*}{Ch_{in}} - q \tag{4}$$

ΔTC_{12} 二階導數判別圖形凹凸性：

由二階導數的性質可顯示圖形的凹凸情形，再對 ΔTC_{12} 求二階導數，發現其為 Concave Function，如公式(5)所示。

$$\frac{\partial^2(\Delta TC_{12})}{\partial Q_2^2} = -\frac{Ch_{in}}{D} < 0 \tag{5}$$

故在倉庫無容量限制下，由公式(4)得知節省成本額 ΔTC_{12} 最大化之最適訂購量為 Q_2；公式(5)得知節省成本額 ΔTC_{12} 函數為 Concave Function。

二、倉庫有容量限制下求最適訂購量 Q_3

本文所謂倉庫有容量限制是指內部倉庫空間有限，訂購量超出內部倉庫空間上限時，但存貨總成本未達到最低的情況下，即可考慮外租倉庫。本文假設外租倉庫之單位儲存成本大於內部倉庫之單位儲存成本，且外租倉庫無容量限制。以下針對倉庫有容量限制下節省成本額進行數學模式之推導。

1.採購策略一之存貨總成本(t' 到 t_3 之間)

t_1 漲價時點前未訂購 Q_3，t_1 時點後以漲價後之價格進行採購，即是在採購策略一下，漲價後之單次採購存貨成本，如公式（6）所示。其中存貨總成本包括漲價後貨品成本、漲價後內部儲存成本、漲價前內部儲存成本以及訂購成本。

$$TC_3 = (P+K)\cdot Q_3 + \frac{Q^*}{2}\cdot\frac{Q_3}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{q}{2}\cdot\frac{q}{D}\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\frac{Q_3}{Q^*} \tag{6}$$

2.採購策略二之存貨總成本(t'到t_3之間)

t_1漲價時點前，在t'時點訂購 Q_3，t_1時點後以漲價後之價格進行採購，即是在採購策略二下，漲價後之單次採購存貨成本，如公式（7）所示。其中存貨總成本包括漲價前貨品成本、漲價前內部儲存成本以及訂購成本。

$$\begin{aligned} TC_4 &= P\cdot Q_3 + \frac{(Q_3-Q_1)}{2}\cdot\frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{out} + \left[(Q_1+q)\cdot\frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{in}\right] \\ &\quad + \frac{(Q_1+q)}{2}\cdot\frac{(Q_1+q)}{D}\cdot Ch_{in} + C_0 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta TC_{34} &= TC_3 - TC_4 \\ &= K\cdot Q_3 - \frac{(Q_1+q)\cdot(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{in} - \frac{(Q_1^2+2\cdot Q_1\cdot q)}{2\cdot D}\cdot Ch_{in} \\ &\quad + \frac{Q^*\cdot Q_3}{2\cdot D}\cdot Ch_{in'} - \frac{(Q_3-Q_1)^2}{2\cdot D}\cdot Ch_{out} + \frac{(Q_3-Q^*)}{Q^*}\cdot C_0 \end{aligned} \tag{8}$$

ΔTC_{34}一階導數求極值：

由一階導數的性質判別極值，對 Q_3 求一階導數並令其爲 0，可找出最適訂購量。

$$Q_3 = \frac{K\cdot D + \frac{Q^*}{2}\cdot Ch_{in'} + \frac{D\cdot C_0}{Q^*} - (Q_1+q)\cdot Ch_{in}}{Ch_{out}} + Q_1 \tag{9}$$

ΔTC_{34}二階導數判別圖形凹凸性：

由二階導數的性質可顯示圖形的凹凸情形，再對ΔTC_{34}求二階導數，發現

其爲 Concave Function，如公式(10)所示。

$$\frac{\partial^2(\Delta TC_{34})}{\partial Q_3^2} = -\frac{Ch_{out}}{D} < 0 \tag{10}$$

故在倉庫有容量限制下，由公式(9)得知節省成本額 ΔTC_{34} 最大化之最適訂購量爲 Q_3；公式(10)得知節省成本額 ΔTC_{34} 函數爲 Concave Function。

肆、範例分析

已知某煉鋼廠堆高機每年平均耗用 240 公秉的柴油，柴油每公秉 15,000 元，每次採購成本 20,000 元(含拖車運費)，柴油內部單位年儲存成本 4,000 元/公秉，至今日柴油存量 13 公秉。（1 公秉=1000 公升）

範例一：公司內部柴油儲存無容量限制

中油宣佈預定在 1 月 1 日柴油每公升調漲 1 元，總經理知悉後要求生計課長進行評估，在柴油供應不斷料下研擬最適訂購量。已知漲價後的內部單位年儲存成本 5,000 元/公秉，公司內部柴油倉庫無容量限制。

依題意彙整如表 1 所示：

表 1 參數名數及數值明細表

參數名稱	數值	單位
P	15000	公秉
K	1000	元/公升
D	240	公秉
C_0	20000	元/次
Ch_{in}	4000	元/公秉
$Ch_{in'}$	5000	元/公秉
q	13	公秉

1.先求得漲價後之最適訂購量。

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{Ch_{in'}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20000 \cdot 240}{5000}} = 44$$

即漲價後最適訂購量 Q^*爲 44(公秉)

2.倉庫無容量限制下求最適訂購量 Q_2，可代入節省成本額公式（4）。

$$Q_2 = \frac{K \cdot D + Ch_{in'} \cdot Q^*}{Ch_{in}} - q = \frac{1000 \cdot 240 + 5000 \cdot 44}{4000} - 13 = 102$$

即最適訂購量 Q_2 爲 102(公秉)

3.將已知數據代入公式（3）中可求得節省成本額極大值。

$$\Delta TC_{12} = K \cdot Q_2 + \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot Ch_{in}}{D}} \cdot Q_2 - \frac{Q_2^2}{2 \cdot D} \cdot Ch_{in} - \frac{Q_2 \cdot q}{D} \cdot Ch_{in} - C_0$$

$$= 1000 \cdot 102 + \sqrt{\frac{2 \cdot 20000 \cdot 4000}{240}} \cdot 102 - \frac{(102)^2}{2 \cdot 240} \cdot 4000 - \frac{102 \cdot 13}{240} \cdot 4000 - 20000$$

=66,313(元)

節省成本額極大值 ΔTC_{12} 爲 66,313(元)

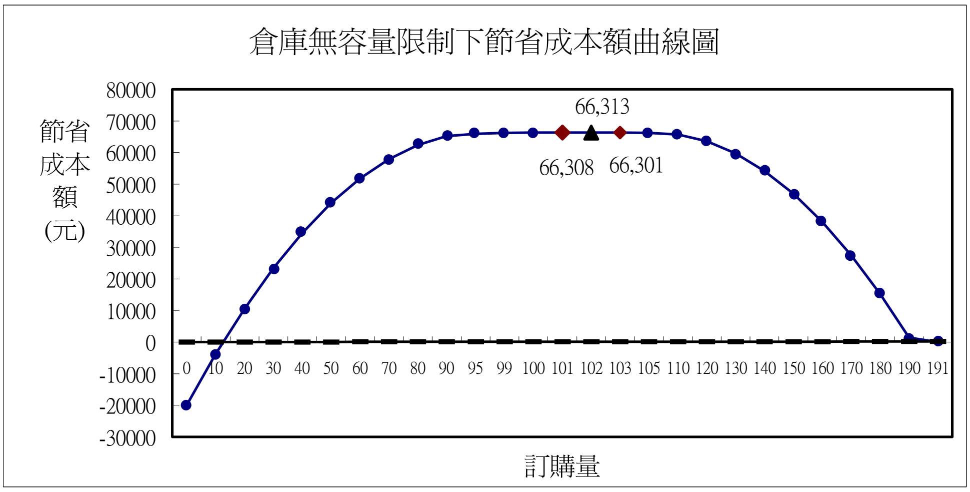

圖 3 倉庫無容量限制下節省成本額曲線

由圖 3 得知，在倉庫無容量限於下最適訂購量 Q_2 爲 102 公秉，節省成本額最大值爲 66,313 元，且節省成本額函數爲 Concave Function，印證公式(5)之推論。

範例二：公司內部柴油儲存空間有限

承接上題所敘述，若公司內部柴油儲存空間最大容量 25 公秉，總經理指示可在公司附近外租倉庫儲存柴油且倉庫容量無限，在不影響生產並顧及安全下，要求生計課長進行評估，而且柴油供應不斷料下研擬最佳訂購量。已知外租年儲存成本 6,000 元/公秉。

依題意彙整如表 2 所示：

表 2 參數名數及數值明細表

參數名稱	數值	單位
P	15000	公秉
K	1000	元/公升
D	240	公秉
C_0	20000	元/次
Ch_{in}	4000	元/公秉
$Ch_{in'}$	5000	元/公秉
Ch_{out}	6000	元/公秉
W_0	25	公秉
q	13	公秉
$Q_1 = W_0 - q$	12	公秉

1.倉庫有容量限制下求最適訂購量 Q_3，可代入節省成本額公式（9）。

$$Q_3 = \frac{K \cdot D + \dfrac{Q^*}{2} \cdot Ch_{in'} + \dfrac{D \cdot C_0}{Q^*} - (Q_1 + q) \cdot Ch_{in}}{Ch_{out}} + Q_1$$

$$= \frac{1000 \cdot 240 + \dfrac{44}{2} \cdot 5000 + \dfrac{240 \cdot 20000}{44} - (12+13) \cdot 4000}{6000} + 12$$

=72 (公秉)

即最適訂購量 Q_3 爲 72(公秉)

2.將已知數據代入公式（8）中可求得節省成本額極大值。

$$\Delta TC_{34} = K \cdot Q_3 - \frac{(Q_1 + q)\cdot(Q_3 - Q_1)}{D}\cdot Ch_{in} - \frac{(Q_1^2 + 2\cdot Q_1 \cdot q)}{2\cdot D}\cdot Ch_{in}$$

$$+\frac{Q^* \cdot Q_3}{2\cdot D}\cdot Ch_{in'} - \frac{(Q_3 - Q_1)^2}{2\cdot D}\cdot Ch_{out} + \frac{(Q_3 - Q^*)}{Q^*}\cdot C_0$$

$$= 1000\cdot 72 - \frac{(13+12)\cdot(72-12)}{240}\cdot 4000 - \frac{(12^2 + 2\cdot 12\cdot 13)}{2\cdot 240}\cdot 4000$$

$$+\frac{44}{2}\cdot\frac{72}{240}\cdot 5000 - \frac{(72-12)}{2\cdot 240}\cdot 6000 + \frac{(72-44)}{44}\cdot 20000$$

=43,927 (元)

節省成本額極大值 ΔTC_{34} 爲 43,927(元)

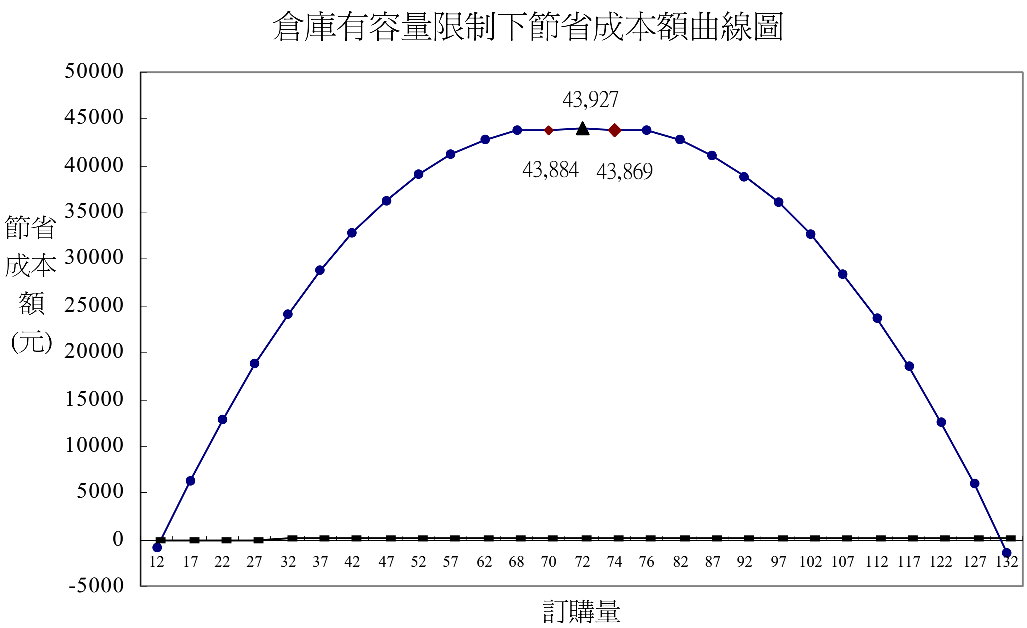

圖 4 倉庫有容量限制下節省成本額曲線

由圖 4 得知，在倉庫有容量限於下最適訂購量 Q_3 爲 72 公秉，節省成本額最大值爲 43,927 元，且節省成本額函數爲 Concave Function，印證公式（10）之推論。

綜合範例一及範例二之分析結果，彙整如表 3 所示。

表 3 倉庫無容量限制與有容量限制之差異分析

容量限制與否	倉庫無容量限制	倉庫有容量限制
最適訂購量	102 公秉	72 公秉
節省成本額	66,313 元	43,927 元

伍、結論

經由本文之探討獲得如下具體之結論：

一、倉庫在無容量限制及有容量限制下之節省成本額函數為 Concave Function，此可由公式（5）及（10）獲得印證。

二、預知特點時點會漲價的情況下，採購策略二優於採購策略一（漲價前採購優於漲價後採購）。

三、在倉庫有容量限制下，且外租倉儲成本大於內部倉儲成本，其最適訂購量小於倉庫無容量限制之最適訂購量，此可由範例一及範例二獲得印證。

四、在外租倉儲成本高於內部倉儲成本時，倉庫有容量限制之存貨總成本高於倉庫無容量限制之存貨總成本。

陸、應用與後續研究

經由本研究發現，預知特定時點貨品價格上漲時，貨品漲價前採購一最適量與漲價後再行採購，前者可以節省總成本支出並降低生產成本，後者會造成總成本增加。其次，在實務運作時也會考量倉庫容量限制，透過本研究建構之數學模式可以有效率地獲得較佳之結果，達到節省成本額極大化之目標。隨後，再考慮內部倉庫空間是否足夠，若內部倉庫放滿時，仍然達不到存貨總成本最低時，即可考慮外租倉庫，藉由本模式之運算，可以求得有倉庫容量限制之最適訂購量。最後，本文以一個案公司範例說明，並驗證本模式之正確性，非但可用於個案公司，亦可運用於其他作業之採購決策上。產業不同，作業內容也會因之而有別，利用本模式所建構之數學式，可以擴增這方面的探討空間。

在未來研究建議方面，本研究目的在於探討預知特定時點貨品價格上漲

且倉庫有容量限制的情況下之最適購量決策，只針對特定漲價情況所做的分析，未來研究方向可針對『未來價格變動』的模式，包括價格上漲或下跌，且不限次數之情況作深入探討。

參考文獻

王貳瑞、王來旺著，工業工程與管理，台北：華泰書局，初版，民 89。

林清河編著，工業工程與管理，俊傑書局，初版，民 89。

陳煌儒，倉儲容量、存貨成本與聯合採購：微分賽局法之應用，黎明學報，10(1)，民 85：109-115。

黃允成，機率性需求存貨模式最佳訂購量及安全存量水準之研究，交大管理學報，16(2)，民 85：19-36。

黃本魁，EOQ、JIT、零庫存、零缺貨，論存貨數量模型的建立與選用，會計研究月刊，114，民 84：101-105。

楊惠齡、陳茂生，線性需求函數下有容量限制的存貨訂購策略，工業工程學刊，16(3)，民 88：419-431。

蔡登茂，未來供給不確定下最佳經濟訂購批量訂定之研究，正修學報，11，民 87：131-145。

Bregman, R., "A note on optimal order quantities for credit purchases," International Journal of Production Economics, 28, 1992: 203-210.

Cheng, T., "An EOQ with pricing consideration," Computers and Industrial Engineering, 18(4), 1990:529-534.

Chung, C. and Flynn, J., "A news problem with reactive production," Computers & Operations Research, 28, 2001:751-765.

Gallgo, G. and Wolf, A., "Capacitated inventory problems with fixed order costs：Some optimal policy structure," European Journal of Operational Research, 126, 2000:603-613.

Guder, F. and Zydiak, J., "Fixed cycle ordering policies for capacitated multiple item inventory systems with quantity discounts," Computer & Industrial Engineering, 38, 2000:67-77.

Huang, L. and Ashley, A., "Improving buyer-seller system cooperation though inventory control," International Journal of Production Economics, 43, 1996:37-46.

Hwang, H., “A study on an Inventory Model for Items with Weibull Ameliorating,” Computers and Industrial Engineering, 33(3), 1997:701-704.

Ishii, H. and Nose, T., “Perishable inventory control with two types of customers and different selling prices under the warehouse capacity constraint,” International Journal of Production Economics, 44, 1996:167-176.

Khouja, M. and Mehrez, A., “Multi-product constrained newsboy problem with progressive multiple discount,” Computers and Industrial Engineering, 30(1), 1996:95-101.

Klein, W. and Teunter, P., “Effect of discounting and demand rate variability on the EOQ,” International Journal of Production Economics, 54, 1998:173-192.

Lau, H. and Lau, A., “The newsstand problem：A capacitated multiple-product single-period inventory problem,” European Journal of Operational Research, 94, 1996:29-42.

Ray, J. and Chaudhuri, K., “An EOQ with stock-dependent demand, shortage, inflation and time discounting,” International Journal of Production Economics, 53, 1997:171-180.

Rogers, D. and Tsubakitani, S., “Newsboy-Style Results for Multi-echelon Inventory Problems Backorders Optimization With Intermediate Delays,” Journal of the Operational Research Society, 42, 1991:57-68.

Roy, T. and Maiti, M., “A fuzzy EOQ model with demand- dependent unit cost under limited storage capacity,” European Journal of Operational Research, 99, 1997:425-432.

Tersine, R.J., Principles of inventory and materials management, Third Edition. 1988.

Urban, T. and Baker, R., “Optimal ordering and pricing policies in a single-period environment with multivariate demand and markdowns,” European Journal of Operational Research, 103, 1997:573-583.

附 錄

一、倉庫無容量限制下求最適訂購量 Q_2

節省成本額(t'到t_3期間)數學式推導過程：

$$TC_1 = (P+K)\cdot Q_2 + \frac{Q^*}{2}\cdot\frac{Q_2}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{q}{2}\cdot\frac{q}{D}\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\frac{Q_2}{Q^*}$$

$$TC_2 = P\cdot Q_2 + \frac{(Q_2+q)}{2}\cdot\frac{(Q_2+q)}{D}\cdot Ch_{in} + C_0$$

$$\therefore \Delta TC_{12} = TC_1 - TC_2$$

$$= (P+K)\cdot Q_2 + \frac{Q^*}{2}\cdot\frac{Q_2}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{q}{2}\cdot\frac{q}{D}\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\frac{Q_2}{Q^*} - P\cdot Q_2$$

$$-\frac{(Q_2+q)}{2}\cdot\frac{(Q_2+q)}{D}\cdot Ch_{in} - C_0$$

$$= K\cdot Q_2 + \frac{Q^*}{2}\cdot\frac{Q_2}{D}\cdot Ch_{in'} - \frac{(Q_2+2q)}{2\cdot D}\cdot Q_2\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\left(\frac{Q_2}{Q^*}-1\right)$$

又已知：$Q^* = \sqrt{\dfrac{2\cdot C_0\cdot D}{Ch_{in'}}}$

$$= K\cdot Q_2 + \frac{\sqrt{\dfrac{2\cdot C_0\cdot D}{Ch_{in'}}}}{2}\cdot\frac{Q_2}{D}\cdot Ch_{in'} - \frac{(Q_2+2q)}{2\cdot D}\cdot Q_2\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\left(\frac{Q_2}{\sqrt{\dfrac{2\cdot C_0\cdot D}{Ch_{in'}}}}-1\right)$$

$$= K \cdot Q_2 + \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot Ch_{in'}}{D}} \cdot Q_2 - \frac{Q_2^2}{2 \cdot D} \cdot Ch_{in} - \frac{Q_2 \cdot q}{D} \cdot Ch_{in} - C_0$$

爲求得節省成本額之極值，對 Q_2 以一階導數並令其爲 0，其結果如下所示：

$$\frac{\partial(\Delta TC_{12})}{\partial Q_2} = K + \sqrt{\frac{2 \cdot C_o \cdot Ch_{in'}}{D}} - \frac{Q_2}{D} \cdot Ch_{in} - \frac{q}{D} \cdot Ch_{in} = 0$$

$$\frac{Ch_{in}}{D} Q_2 = K + \sqrt{\frac{2 \cdot C_o \cdot Ch_{in'}}{D}} - \frac{q \cdot Ch_{in}}{D}$$

$$Q_2 = \frac{K \cdot D}{Ch_{in}} + \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D \cdot Ch_{in'}}{Ch_{in}^2}} - q$$

$$= \frac{K \cdot D}{Ch_{in}} + \frac{1}{Ch_{in}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D \cdot Ch_{in'}^2}{Ch_{in'}}} - q$$

$$= \frac{K \cdot D + Ch_{in'} \cdot Q^*}{Ch_{in}} - q$$

二、倉庫有容量限制下求最適訂購量 Q3

節省成本額(t'到t_3期間)數學式推導過程：

$$TC_3 = (P+K)\cdot Q_3 + \frac{Q*}{2}\cdot\frac{Q_3}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{q}{2}\cdot\frac{q}{D}\cdot Ch_{in} + C_0\cdot\frac{Q_3}{Q*}$$

$$TC_4 = P\cdot Q_3 + \frac{(Q_3-Q_1)}{2}\cdot\frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{out} + \left[(Q_1+q)\cdot\frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{in}\right] + \frac{(Q_1+q)}{2}\cdot\frac{(Q_1+q)}{D}\cdot Ch_{in} + C_0$$

$$\therefore \Delta TC_{34} = TC_3 - TC_4$$

$$= K\cdot Q_3 - \frac{(Q_1+q)\cdot(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{in} - \frac{(Q_1^2+2\cdot Q_1\cdot q)}{2\cdot D}\cdot Ch_{in} + \frac{Q^*\cdot Q_3}{2\cdot D}\cdot Ch_{in'} - \frac{(Q_3-Q_1)^2}{2\cdot D}\cdot Ch_{out} + \frac{(Q_3-Q^*)}{Q^*}\cdot C_0$$

$$\frac{\partial(\Delta TC_{34})}{\partial Q_3} = K + \frac{Q*}{2\cdot D}\cdot Ch_{in'} + \frac{C_o}{Q*} - \frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{out} - \frac{(Q_1+q)}{D}\cdot Ch_{in} = 0$$

$$\frac{(Q_3-Q_1)}{D}\cdot Ch_{out} = K + \frac{Q*}{D}\cdot Ch_{in'} + \frac{C_0}{Q*} - \frac{(Q_1+q)}{D}\cdot Ch_{in}$$

$$Q_3 = \frac{K\cdot D + \frac{Q*}{2}\cdot Ch_{in'} + \frac{D\cdot C_0}{Q*} - (Q_1+q)\cdot Ch_{in}}{Ch_{out}} + Q_1$$

An Optimal Ordering Policy of Knowing the Goods Price will Rise Up and the Warehouse Capacity is Constrained

Yun- Cheng Huang * Tai- Sheng Su**

Abstract

This article formulate a mathematical model, in which the price of goods is going up in the near future and the warehouse capacity is constrained, how to decide the optimal ordering policy for cost saving is an important issue. We assume that decision maker can order at any time, but we don't allow backordering, consider that the warehouse capacity is constrained. We can consider the rental warehouse when our internal warehouse is full. We construct mathematical cost saving model. By applying the optimization technique, we find out the optimal ordering quantity to minimize the total inventory cost or cost saving. Finally four conclusions are drawn for future applications and studies.

Keywords：price will rise up, capacity is constrained, optimal order quantity

---

* Professor, Department of Industrial management, National Pingtung University of Science Technology
E-mail:ychuang@mail.npust.edu.tw
** Master, Department of Industrial management, National Pingtung University of Science Technology
E-mail:m8957010@mail.npust.edu.tw